专题29数列的概念与通项公式

本专题特别注意：

1.归纳法求通项

2.项和互化求通项时注意 n 的取值

3.累和法求通项的方法

4.累积法求通项的方法

5.递推公式求通项的构造

【学习目标】

1.了解数列的概念和几种简单的表示方法(列表、图象、通项公式).

2.了解数列是自变量为正整数的一类函数.

3.会利用已知数列的通项公式或递推关系式求数列的某项.

4.会用数列的递推关系求其通项公式.

【方法总结】

1.利用通项公式，应用函数思想是研究数列特征的基本方法之一，应善于运用函数观点认识数列，用函数的图象与性质研究数列性质.

2.给出数列的常见途径有：列举、通项公式和递推关系式.

3.应用公式 $a_n=\begin{cases}S_1 & (n=1)\\ S_n-S_{n-1} & (n\geq 2)\end{cases}$ 是求数列通项公式或递推关系式的常用方法之一，同时应注意验证 a_1 是否符合一般规律.

【高考模拟】：一、单选题

1．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$(2n-1)a_{n+1}=(2n+1)a_n+1$，$b_n=\dfrac{(2n-1)a_{n+1}-(2n+1)a_n}{4n^2-1}$，$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$，若 $m>T_n$ 恒成立，则 m 的最小值为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．$\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】

由$(2n-1)a_{n+1}=(2n+1)a_n+1$，可得$b_n=\frac{a_{n+1}}{2n+1}-\frac{a_n}{2n-1}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$，利用裂项相消法可得结果.

【详解】

由题意知，$b_n=\frac{a_{n+1}}{2n+1}-\frac{a_n}{2n-1}$，由$(2n-1)a_{n+1}=(2n+1)a_n+1$，

得$\frac{a_{n+1}}{2n+1}-\frac{a_n}{2n-1}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$，

$=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)<\frac{1}{2}$，

$\therefore T_n<\frac{1}{2}$恒成立，$m\geq\frac{1}{2}$，故$m$最小值为$\frac{1}{2}$，故选 D.

【点睛】

裂项相消法是最难把握的求和方法之一，其原因是有时很难找到裂项的方向，突破这一难点的方法是根据式子的结构特点，常见的裂项技巧：(1)$\frac{1}{n(n+k)}=\frac{1}{k}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right)$；(2) $\frac{1}{\sqrt{n+k}+\sqrt{n}}=\frac{1}{k}(\sqrt{n+k}-\sqrt{n})$；(3) $\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$；(4) $\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n(n+1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$；此外，需注意裂项之后相消的过程中容易出现丢项或多项的问题，导致计算结果错误.

2.（2017•保定市一模）已知函数$f(x)$是定义在R上的奇函数，当$x\leq 0$时，$f(x)=x(1-x)$，若数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{2}$，且$a_{n+1}=\frac{1}{1-a_n}$，则$f(a_{11})=$（　　）

A.　2　　B.　-2　　C.　6　　D.　-6

【答案】C

【解析】

【分析】

$\{a_n\}$是周期数列且周期为3，因此$f(a_{11})=f(2)=-f(-2)$，利用题设的函数解析式可求函数值.

【详解】

由$a_{n+1}=\frac{1}{1-a_n}$可得$a_{n+2}=\frac{1}{1-\frac{1}{1-a_n}}=\frac{1-a_n}{-a_n}$，

故 $a_{n+3}=\dfrac{1}{1-\dfrac{1-a_n}{-a_n}}=\dfrac{-a_n}{-1}=a_n$，因此$\{a_n\}$是周期数列且周期为$3$，

又 $a_{11}=a_2=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{2}}=2$，

故$f(a_{11})=f(a_2)=f(2)=-f(-2)=6$，故选 C.

【点睛】

（1）当从数列的递推关系无法求通项时，可以从先计算数列的若干初始项，找出规律后可得通项（必要时用数学归纳法证明）.

（2）对于奇函数$f(x)$（或偶函数），若已知$x>0$的解析式，则当$x<0$的时的解析为$y=-f(-x)$（偶函数时为$y=f(-x)$）.

3. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n(S_n\neq 0)$，且满足$a_n+5S_{n-1}S_n=0(n\geq 2),a_1=\dfrac{1}{5}$，则下列说法正确的是（　　）

A.　数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n=5n$　　B.　数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\dfrac{1}{5n(n+1)}$

C.　数列$\{\dfrac{1}{S_n}\}$为递增数列　　D.　数列$\{a_n\}$是递增数列

【答案】C

【解析】

【分析】

方法一：根据数列的递推公式可得$\{\frac{1}{S_n}\}$是以 5 为首项，以 5 为等差的等差数列，可得 $S_n=\frac{1}{5n}$，

$a_n=\begin{cases}\frac{1}{5}, & n=1\\ -\frac{1}{5n(n-1)}, & n\geq 2\end{cases}$，即可判断，

方法二：当 n=1 时，分别代入 A，B，可得 A，B 错误，当 n=2 时，$a_2+5a_1(a_1+a_2)=0$，即 $a_2+\frac{1}{5}+a_2=0$，可得 $a_2=-\frac{1}{10}$，故 D 错误，

【详解】

方法一：∵$a_n+5S_{n-1}S_n=0$，

∴$S_n-S_{n-1}+5S_{n-1}S_n=0$，

∵$S_n\neq 0$，

∴$\frac{1}{S_n}-\frac{1}{S_{n-1}}=5$,

∵$a_1=\frac{1}{5}$,

∴$\frac{1}{S_1}=5$,

∴$\{\frac{1}{S_n}\}$是以5为首项,以5为等差的等差数列,

∴$\frac{1}{S_n}=5+5(n-1)=5n$,

∴$S_n=\frac{1}{5n}$,

当n=1时,$a_1=\frac{1}{5}$,

当n≥2时,

∴$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{1}{5n}-\frac{1}{5(n-1)}=\frac{-1}{5n(n-1)}$,

∴$a_n=\begin{cases}\frac{1}{5}, & n=1\\ -\frac{1}{5n(n-1)}, & n\geq 2\end{cases}$,

故只有C正确,

方法二:当n=1时,分别代入A,B,可得A,B错误,

当n=2时,$a_2+5a_1(a_1+a_2)=0$,即$a_2+\frac{1}{5}+a_2=0$,可得$a_2=-\frac{1}{10}$,故D错误,

故选:C.

【点睛】

已知S_n求a_n的一般步骤:(1)当$n=1$时,由$a_1=S_1$求a_1的值;(2)当$n\geq 2$时,由$a_n=S_n-S_{n-1}$,求得a_n的表达式;(3)检验a_1的值是否满足(2)中的表达式,若不满足则分段表示a_n;(4)写出a_n的完整表达式.

4.设$\Delta A_nB_nC_n$的三边长分别为a_n,b_n,c_n,$\Delta A_nB_nC_n$的面积为$S_n,n=1,2,3,\dots$,若$b_1+c_1=2a_1,a_{n+1}=a_n$,$b_{n+1}=\frac{c_n+a_n}{2},c_{n+1}=\frac{b_n+a_n}{2}$,则(　　)

A. $\{S_n\}$为递减数列

B. $\{S_n\}$为递增数列

C. $\{S_{2n-1}\}$为递增数列，$\{S_{2n}\}$为递减数列

D. $\{S_{2n-1}\}$为递减数列，$\{S_{2n}\}$为递增数列

【答案】B

【解析】

【分析】

由$a_{n+1}=a_n$可知△$A_nB_nC_n$的边B_nC_n为定值a_1，由$b_{n+1}+c_{n+1}-2a_1=\frac{1}{2}(b_n+c_n-2a_1)$及$b_1+c_1=2a_1$得$b_n+c_n=2a_1$，则在△$A_nB_nC_n$中边长$B_nC_n=a_1$为定值，另两边$A_nC_n$、$A_nB_n$的长度之和$b_n+c_n=2a_1$为定值，由此可知顶点$A_n$在以$B_n$、$C_n$为焦点的椭圆上，根据$b_{n+1}-c_{n+1}=-\frac{1}{2}(b_n-c_n)$，得$b_n-c_n=(-\frac{1}{2})^{n-1}(b_1-c_1)$，可知n→+∞时$b_n$→$c_n$，据此可判断△$A_nB_nC_n$的边$B_nC_n$的高$h_n$随着n的增大而增大，再由三角形面积公式可得到答案.

【详解】

$b_1=2a_1-c_1$且$b_1>c_1$，∴$2a_1-c_1>c_1$，∴$a_1>c_1$，

∴$b_1-a_1=2a_1-c_1-a_1=a_1-c_1>0$，∴$b_1>a_1>c_1$，

又$b_1-c_1<a_1$，∴$2a_1-c_1-c_1<a_1$，∴$2c_1>a_1$，∴$c_1>\frac{a_1}{2}$，

由题意，$b_{n+1}+c_{n+1}=\frac{b_n+c_n}{2}+a_n$，∴$b_{n+1}+c_{n+1}-2a_n=\frac{1}{2}(b_n+c_n-2a_n)$，

∴$b_n+c_n-2a_n=0$，∴$b_n+c_n=2a_n=2a_1$，∴$b_n+c_n=2a_1$，

由此可知顶点A_n在以B_n、C_n为焦点的椭圆上，

又由题意，$b_{n+1}-c_{n+1}=\frac{c_n-b_n}{2}$，∴$b_{n+1}-(2a_1-b_{n+1})=\frac{2a_1-b_n-b_n}{2}=a_1-b_n$，

∴$b_{n+1}-a_1=\frac{1}{2}(a_1-b_n)$，∴$b_n-a_1=(-\frac{1}{2})^{n-1}$，

∴$b_n=a_1+(b_1-a_1)(-\frac{1}{2})^{n-1}$，$c_n=2a_1-b_n=a_1-(b_1-a_1)(-\frac{1}{2})^{n-1}$，

∴$S_n{}^2=\frac{3a_1}{2}(\frac{3a_1}{2}-a_1)[\frac{3a_1}{2}-a_1-(b_1-a_1)(-\frac{1}{2})^{n-1}][\frac{3a_1}{2}-a_1+(b_1-a_1)(-\frac{1}{2})^{n-1}]$

$=\frac{3}{4}a_1{}^2[\frac{a_1{}^2}{2}-(\frac{1}{4})^{n-1}(b_1-a_1)^2]$单调递增（可证当n=1时$\frac{a_1{}^2}{4}-(b_1-a_1)^2>0$）

故选：B.

【点睛】

本题主要考查由数列递推式求数列通项、三角形面积海伦公式，综合考查学生分析解决问题的能力，有较高的思维抽象度，属于难题.

5．已知数列$\{a_n\}$的首项$a_1=1$，满足$a_{n+1}-a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^n(n\in N^+)$，则$a_{2018}=$

A. $1-(\frac{1}{2})^{2017}$　B. $2-(\frac{1}{2})^{2017}$　C. $\frac{2\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2018}\right]}{3}$　D. $\frac{2\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}\right]}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】

由$a_{n+1}-a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^n\Rightarrow a_{n+2}-a_{n+1}=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}$,两式相加可得$\therefore a_{n+2}-a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}+\left(-\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^n$，利用“累加法”可得结果.

【点睛】

由数列的递推公式求通项常用的方法有：（1）等差数列、等比数列（先根据条件判定出数列是等差、等比数列)；（2）累加法，相邻两项的差成等求和的数列可利用累加求通项公式；（3）累乘法，相邻两项的商是能求出积的特殊数列时用累乘法求通项；（4）构造法.

6．已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，则“$S_n<na_n$对$n\geq 2$恒成立”是“数列$\{a_n\}$为递增数列”的（　　）.

A.　充分必要条件　B.　充分而不必要条件　C.　必要而不充分条件　D.　既不充分也不必条件

【答案】A

若数列$\{a_n\}$为递增数列，则$d>0$

当$n\geq 2$时，$na_n-S_n>0$，即$S_n<na_n$

故为必要条件

综上所述为充分必要条件。

点睛：本题主要考查充分必要条件，以及等差数列的通项公式和前 n 项和公式，由$S_n=\frac{n\ (a_1+a_n)}{2}<na_n$得到即$(n-1)\ d>0$是证明充分性的关键，作差化简$na_n-S_n=\frac{n(n-1)d}{2}$得$S_n<na_n$，是证明必要性的关键，属于中档题。

7．已知数列$\{a_n\}$的任意连续三项的和是18，并且$a_5=5,a_{13}=9$，那么$a_{2019}=$（　　）

A．10　　B．9　　C．5　　D．4

【答案】D

【解析】

分析：由题$a_n+a_{n+1}+a_{n+2}=18,\ a_5=5$，$,a_{13}=9$，可导出$a_{2019}$.

详解：由题$a_n+a_{n+1}+a_{n+2}=18,\ \because a_5=5$，则$a_3+a_4+5=18,a_2+a_3+a_4=18,\therefore a_2=5$

由$a_{13}=9$，可得$a_{11}+a_{12}+9=18,a_{10}+a_{11}+a_{12}=18,\therefore a_{10}=9$

$a_3+a_4+5=18,a_2+a_3+a_4=18,\therefore a_2=5$，由此可得

$a_1=a_4=a_7=a_{10}=9,a_2=a_5=a_8=5,\because a_2+a_3+a_4=18,\therefore a_3=4$.

故$a_{2019}=a_{673\times 3}=a_3=4.$

故选D.

点睛：本题考查由数列的递推关系得到数列的有关性质，是基础题.

8．已知数列$\{a_n\}$的通项为$a_n=\dfrac{n}{n^2+58}$，则数列$\{a_n\}$的最大值为（　　）

A．$\dfrac{1}{2\sqrt{58}}$　　B．$\dfrac{7}{107}$　　C．$\dfrac{4}{61}$　　D．不存在

【答案】C

故选：C.

点睛：本题考查了数列中项的最值问题、考查了对勾函数的图象与性质，属于基础题.

9．已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=\dfrac{1}{2},\ a_n=1-\dfrac{1}{a_{n-1}}(n\geq 2)$，则$a_{2018}$等于（　　）

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．-1　　D．2

【答案】C

【解析】

【分析】

根据前几项，确定数列的周期，然后求解数列的项.

【详解】

数列{a_n}满足$a_1=\frac{1}{2}$，$a_n=1-\frac{1}{a_{n-1}}$，

可得 $a_2=-1$，$a_3=2$，$a_4=\frac{1}{2}$，所以数列的周期为 3，

$a_{2018}=a_{3\times672+2}=a_2=-1$，

故选：C.

【点睛】

数列的递推关系是给出数列的一种方法，根据给出的初始值和递推关系可以依次写出这个数列的各项，由递推关系求数列的通项公式，常用的方法有：①求出数列的前几项，再归纳猜想出数列的一个通项公式；②将已知递推关系式整理、变形，变成等差、等比数列，或用累加法、累乘法、迭代法求通项.

10．数列$-1,3,-5,7,-9,\cdots$的一个通项公式为（　　）

A．$a_n=2n-1$　　B．$a_n=(-1)^n(1-2n)$

C．$a_n=(-1)^n(2n-1)$　　D．$a_n=(-1)^{n+1}(2n-1)$

【答案】C

【解析】首先是符号规律：$(-1)^n$，再是奇数规律：$2n-1$，因此$a_n=(-1)^n(2n-1)$，选 C.

点睛：由前几项归纳数列通项的常用方法及具体策略

(1)常用方法：观察(观察规律)、比较(比较已知数列)、归纳、转化(转化为特殊数列)、联想(联想常见的数列)等方法.

(2)具体策略：①分式中分子、分母的特征；②相邻项的变化特征；③拆项后的特征；④各项的符号特征和绝对值特征；⑤化异为同.对于分式还可以考虑对分子、分母各个击破，或寻找分子、分母之间的关系；⑥对于符号交替出现的情况，可用$(-1)^k,k\in N_+$处理.

11．在数列$\{a_n\}$中，若$a_1=0$，$a_{n+1}-a_n=2n$，则$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}$的值

A．$\frac{n-1}{n}$　　B．$\frac{n+1}{n}$　　C．$\frac{n-1}{n+1}$　　D．$\frac{n}{n+1}$

【答案】A

【解析】分析：由叠加法求得数列的通项公式$a_n=n(n-1)$，进而即可求解$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}$的和.

详解：由题意，数列$\{a_n\}$中，$a_1=0,a_{n+1}-a_n=2n$，

则$a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1=2[1+2+\cdots+(n-1)]=n(n-1)$,

所以$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{n(n-1)}=\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}$

所以$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n})=1-\frac{1}{n}=\frac{n-1}{n}$，故选 A.

点睛：本题主要考查了数列的综合问题，其中解答中涉及到利用叠加法求解数列的通项公式和利用裂项法求解数列的和，正确选择方法和准确运算是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能力，以及推理与运算能力.

12．在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_2=3$，$a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n(n\in N^*)$，依次计算$a_3$，$a_4$，$a_5$后，猜想$a_n$的表达式是（　　）

A. $2^{n-1}+1$　　B. $n+1$　　C. 2^n-1　　D. n^2-2n+3

【答案】A

【解析】分析：由题意，分别求解出a_3,a_4,a_5，由此可以猜想，得到数列的表达式.

详解：由题意，数列$\{a_n\}$中，$a_1=2,a_2=3,a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n(n\in N^*)$，

所以$a_3=3a_2-2a_1=5,a_4=3a_3-2a_2=9,a_5=3a_4-2a_3=17,\cdots$

由此可推测数列$\{a_n\}$的表达式为$a_n=2^{n-1}+1$，故选 A.

点睛：本题主要考查了数列的递推关系式的应用，其中根据数列的递推关系式，准确求解数列的a_3,a_4,a_5的值是解答的关键，着重考查了推理与运算能力.

13．如图所示的三角形数阵满足：其中第一行共有一项是2^0，第二行共有二项是2^1，2^2，第三行共有三项是2^3，2^4，2^5，依此类推第n行共有n项，若该数阵的第 15 行中的第 5 个数是2^m，则$m=$（　　）

A. 105　　B. 109　　C. 110　　D. 215

【答案】B

【解析】分析：由题意，根据三角形数阵的数字的排列规律，利用等差数列的求和公式，可计算得出第 14 行的最后一个数字，从而求得第 15 行的第 5 个数字的值.

详解：由题意，三角形数阵中可知，第一行有 1 个数字，第二行有 2 个数字，第三行由 3 个数字，…… ，第n行有n个数字，

由等差数列的前n项和公式可得前14共有$\frac{14\times(1+14)}{2}=105$个数字，

即第 14 行的最后一个数字为2^{105}，

所以第 15 行的第 1 个数字为2^{106}，第 15 行的第 5 个数字为2^{109}，故选 B.

点睛：本题主要考查了数表、数阵数列的应用，其中根据数表、数阵数列的数字排列规律，合理利用等差、等比数列的通项公式和前n项和公式求解是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能，以及转化与化归思想的应用.

14．在数列$\{a_n\}$中，a_1=1，$a_{n+1}=2a_n$，则a_{11}的值为　　　　　　　　　（　　）

A． 512　　B． 256　　C． 2048　　D． 1024

【答案】D

【解析】分析：由$a_{n+1}=2a_n$，所以a_n是等比数列，所以$a_1=1$，公比$q=2$，列出通项公式求解即可。

详解：$a_{n+1}=2a_n$，所以a_n是等比数列$a_1=1$，公比$q=2$，通项公式为$a_n=2^{n-1}$，

所以$a_{11}=1024$，故选 D。

点睛：后一项为前一项的常数倍，那么此数列为等比数列。

15．在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1,a_n=1+\frac{(-1)^n}{a_{n-1}}(n\geq 2)$，则$a_5$等于

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{5}{3}$　　C．$\frac{8}{5}$　　D．$\frac{2}{3}$

【答案】D

【解析】分析：已知a_1逐一求解$a_2=2$，$a_3=\frac{1}{2}$，$a_4=3$，$a_5=\frac{2}{3}$。

详解：已知a_1逐一求解$a_2=2$，$a_3=\frac{1}{2}$，$a_4=3$，$a_5=\frac{2}{3}$。故选 D

点睛：对于含有$(-1)^n$的数列，我们看作摆动数列，往往逐一列举出来观察前面有限项的规律。

16．已知$n\in N^*$，给出 4 个表达式：①$a_n=\begin{cases}0,n为奇数\\1,n为偶数\end{cases}$，②$a_n=\frac{1+(-1)^n}{2}$，③$a_n=\frac{1+cosn\pi}{2}$，④$a_n=\left|sin\frac{n\pi}{2}\right|$.

其中能作为数列：0，1，0，1，0，1，0，1，…的通项公式的是（　　）

A． ①②③　　B． ①②④　　C． ②③④　　D． ①③④

【答案】A

【解析】分析：①②③逐一写出为$0，1，0，1，0，1$…可以

④逐一写出为1，0，1，0，1，0，1…排除

详解：①②③逐一写出为0，1，0，1，0，1…可以，④逐一写出为1，0，1，0，1，0，1…不满足，故选A。

点睛：分奇数、偶数的摆动数列，我们往往逐一写出前面有限项观察其规律

17．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+2}(n\in N^*)$．设$b_{n+1}=(n-2\lambda)\cdot(\frac{1}{a_n}+1)(n\in N^*)$，$b_1=\lambda^2-5\lambda$，且数列$\{b_n\}$是单调递增数列，则实数$\lambda$的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,2)$　　B．$(-1,\frac{3}{2})$　　C．$(-1,1)$　　D．$(-1,2)$

【答案】B

【解析】分析：由a$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+2}$，可得数列$\{\frac{1}{a_n}+1\}$是以2为首项，2为公比的等比数列，求出等比数列$\{\frac{1}{a_n}+1\}$的通项公式；把数列$\{\frac{1}{a_n}+1\}$的通项公式代入$b_{n+1}=(n-2\lambda)\cdot(\frac{1}{a_n}+1)$，结合数列$\{b_n\}$是单调递增数列，可得$b_2>b_1$，且$b_{n+2}>b_{n+1}$对任意的$n\in N^*$恒成立，由此求得实数$\lambda$的取值范围．

详解：∵数$\{a_n\}$满足：$a_1=1$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+2}(n\in N^*)$，$\therefore\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{2}{a_n}+1$，

化为$\therefore\frac{1}{a_{n+1}}+1=\frac{2}{a_n}+2$，∴数列$\{\frac{1}{a_n}+1\}$是等比数列，首项为$\therefore\frac{1}{a_1}+1=2$，公比为2，

$\therefore\frac{1}{a_n}+1=2^n$，

$\therefore b_{n+1}=(n-2\lambda)(\frac{1}{a_n}+1)=(n-2\lambda)\cdot2^n$，

$\because b_1=\lambda^2-5\lambda$，且数列$\{b_n$是单调递增数列，

$\therefore b_2>b_1$，$\therefore(1-2\lambda)\cdot2>\lambda^2-5\lambda$，

解得$-1<\lambda<2$，由$b_{n+2}>b_{n+1}$，可得$\lambda<\frac{n}{2}+1$对于任意的$n\in N^*$恒成立，$\therefore\lambda<\frac{3}{2}$，

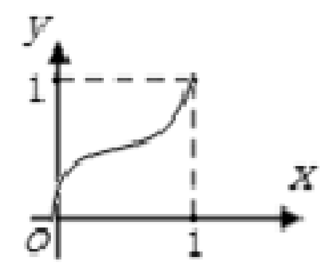
故答案为：$-1<\lambda<\frac{3}{2}$.

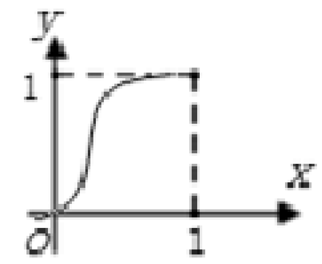
故选B.

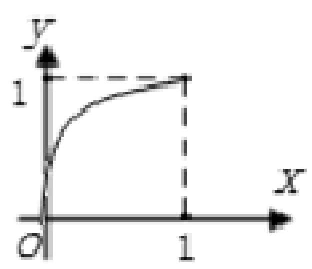
点睛：本题考查数列递推式，考查了等比关系的确定，训练了等比数列通项公式的求法，考查数列的函数

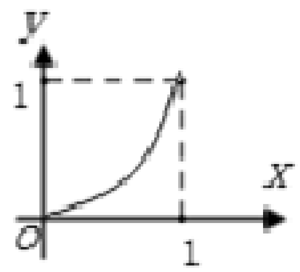
特性，是中档题.

18．一给定函数$y=f(x)$的图象在下列四个选项中，并且对任意$a_1\in(0,1)$，由关系式$a_{n+1}=f(a_n)$得到的数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}<a_n$. 则该函数的图象可能是（　　）


A.


B.


C.


D.

【答案】D

【解析】由$a_{n+1}<a_n$得$f(a_n)<a_n$，所以$f(a_1)<a_1$在$\forall a_1\in(0,1)$上都成立，

即$\forall x\in(0,1)$，$f(x)<x$，所以函数图象都在$y=x$的下方. 故选 D.

19．已知数列$\{a_n\}$的通项为$a_n=\dfrac{n}{n^2+58}$，则数列$\{a_n\}$的最大值为（　　）

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{58}}$　　B. $\dfrac{7}{107}$　　C. $\dfrac{4}{61}$　　D. 不存在

【答案】C

【解析】分析：$a_n=\dfrac{n}{n^2+58}=\dfrac{1}{n+\dfrac{58}{n}}\le\dfrac{1}{2\sqrt{58}}$，而$a_7=\dfrac{7}{7^2+58}=\dfrac{7}{107}$，$a_8=\dfrac{8}{8^2+58}=\dfrac{4}{61}$，比较$a_7$与$a_8$即可得出.

详解：∵$a_n=\dfrac{n}{n^2+58}=\dfrac{1}{n+\dfrac{58}{n}}\le\dfrac{1}{2\sqrt{58}}$，而$a_7=\dfrac{7}{7^2+58}=\dfrac{7}{107}$，$a_8=\dfrac{8}{8^2+58}=\dfrac{4}{61}$，

而$a_7<a_8$，

∴数列$\{a_n\}$的最大项为$a_8=\dfrac{4}{61}$.

故选：C.

点睛：本题考查了数列中项的最值问题、考查了对勾函数的图象与性质，属于基础题.

20．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=0$，$a_{n+1}=a_n+2n$，那么a_{2018}的值是(　　)

A. 2018^2　B. 2019×2018　C. 2017×2018　D. 2016×2017

【答案】C

【解析】分析：先利用累加法求数列的通项，再求 a_{2018} 的值.

详解：由题得 $a_{n+1}-a_n=2n$，

所以 $a_2-a_1=2, a_3-a_2=4, a_4-a_3=6, \cdots, a_n-a_{n-1}=2(n-1)$，

所以 $a_n-a_1=2+4+6+\cdots+2(n-1), \therefore a_n=\frac{(n-1)2n}{2}=n(n-1)$.

故 $a_{2018}=2017\times2018$.

点睛：（1）本题主要考查数列通项的求法，意在考查学生对这些知识的掌握水平和分析推理能力.(2) 若在已知数列中相邻两项存在：$a_n-a_{n-1}=f(n)\quad(n\geq2)$的关系，可用“累加法”求通项.

21．如图所示的数阵中，用$A(m,n)$表示第m行的第n个数，则依次规律$A(8,2)$为（　　）

A. $\frac{1}{45}$　B. $\frac{1}{86}$　C. $\frac{1}{122}$　D. $\frac{1}{167}$

【答案】C

点睛：本题考查了数列中数阵的规律，找出内在规律是本题关键。

22．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}\cdot a_n=2^n(n\in N^*)$，$S_n$是数列$\{a_n\}$的前$n$项和，则（　　）

A. $a_{2018}=2^{2018}$　B. $S_{2018}=3\cdot2^{1009}-3$

C. 数列$\{a_{2n-1}\}$是等差数列　D. 数列$\{a_n\}$是等比数列

【答案】B

【解析】分析：由$a_1=1$，$a_{n+1}\cdot a_n=2^n(n\in N^*)$可知数列$\{a_n\}$隔项成等比，再结合等比的有关性质即可作出判断.

详解：数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}\cdot a_n=2^n(n\in N^*)$，

当$n\geq2$时，$a_n\cdot a_{n-1}=2^{n-1}$

两式作商可得：$\frac{a_{n+1}}{a_{n-1}}=2$，

∴数列$\{a_n\}$的奇数项a_1，a_3，a_5，…，成等比，

偶数项a_2，a_4，a_6，…，成等比，

对于A来说，$a_{2018}=a_2\times 2^{\frac{2018}{2}-1}=2\times 2^{1008}=2^{1009}$，错误；

对于B来说，$S_{2018}=\left(a_1+a_3+\cdots+a_{2017}\right)+\left(a_2+a_4+\cdots+a_{2018}\right)$

$=\frac{1\times\left(1-2^{1009}\right)}{1-2}+\frac{2\times\left(1-2^{1009}\right)}{1-2}=3\cdot 2^{1009}-3$，正确；

对于C来说，数列$\{a_{2n-1}\}$是等比数列 ，错误；

对于D来说，数列$\{a_n\}$不是等比数列，错误，

故选：B

点睛：本题考查了由递推关系求通项，常用方法有：累加法，累乘法，构造等比数列法，取倒数法，取对数法等等，本题考查的是隔项成等比数列的方法，注意偶数项的首项与原数列首项的关系.

23．数列$1,3,6,10,15\cdots\cdots$的一个通项公式是$a_n=$

A．$\frac{n^2-n+2}{2}$　　B．n^2-n　　C．$\frac{n^2+n}{2}$　　D．$2n^2-n$

【答案】C

【解析】分析：观察数列$1,3,6,10,15\cdots\cdots$的前即项可知写为$\frac{1\times2}{2},\frac{3\times2}{2},\frac{3\times4}{2}$，即可知道答案

详解：”因为数列$1,3,6,10,\cdots$的前即项可知写为$\frac{1\times2}{2},\frac{3\times2}{2},\frac{3\times4}{2}$，

则可知其一个通项公式是$\frac{n(n+1)}{2}$，也可以通过验证法排除得到选项C。

或者运用递推关系式$a_n-a_{n-1}=2$，累加法得到结论。故选C。

点睛：解决该试题的关键是理解给出的前几项与项数之间的关系，然后归纳推理得到结论，体现了数列的归纳猜想思想的运用。

24．数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$a_{n+1}a_n+a_{n+1}-a_n+1=0$，则$a_{2018}=$（　）

A．2　B．$\frac{1}{3}$　C．$-\frac{1}{2}$　D．-3

【答案】B

【解析】分析：由$a_{n+1}a_n+a_{n+1}-a_n+1=0$，得$a_{n+1}=\frac{a_n-1}{a_n+1}$，求出前五项，可发现$\{a_n\}$是周期为$4$的周期

数列，从而可得$a_{2018}=a_2=\frac{1}{3}$.

详解：由$a_{n+1}a_n+a_{n+1}-a_n+1=0$，得$a_{n+1}=\frac{a_n-1}{a_n+1}$,

由$a_1=2$得，$a_2=\frac{2-1}{2+1}=\frac{1}{3},a_3=\frac{\frac{1}{3}-1}{3+1}=-\frac{1}{2}$,

$a_4=\frac{-\frac{1}{2}-1}{-\frac{1}{2}+1}=-3,a_5=\frac{-3-1}{-3+1}=2,\dots$,

$\therefore$由$\{a_n\}$是周期为4的周期数列，

因为$2018=504\times4+2$,

$\therefore a_{2018}=a_2=\frac{1}{3}$，故选B.

点睛：本题主要考查利用递推公式求数列中的项，属于中档题.利用递推关系求数列中的项常见思路为：(1)所求项的序号较小时，逐步递推求出即可；(2)所求项的序数较大时，考虑证明数列是等差、等比数列，或者是周期数列.

25．函数$f(x)=x^2$，定义数列$\{a_n\}$如下：$a_{n+1}=f(a_n)$，$n\in N^*$，若给定a_1的值，得到无穷数列$\{a_n\}$满足：对任意正整数n，均有$a_{n+1}>a_n$，则a_1的取值范围是（　　）.

A．$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　B．$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$　　C．$(1,+\infty)$　　D．$(-1,0)$

【答案】A

【解析】分析：先求必要条件$a_n>1$或$a_n<0$，再探究充分性，可举反例舍去选项.

详解：由$a_{n+1}>a_n$，得$a_n^2>a_n$,

$\therefore a_n(a_n-1)>0$,

$\therefore a_n>1$或$a_n<0$,

而$a_1\in[-1,0)$时，$a_3=a_2{}^2=a_1{}^4\le a_1{}^2=a_2$，所以舍去B,D

$a_1\in(-\infty,-1)$时，$a_2=a_1{}^2>1>a_1,a_3=a_2{}^2=a_1{}^4>a_1{}^2=a_2$，$a_{n+1}=a_n{}^2>a_n(\because n\ge2,a_n>1)$，舍去C，

选A.

点睛：充分、必要条件的三种判断方法.