

2024 北京育才学校初三（上）期中

数 学

一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1. 一副扑克牌中有“黑桃”、“红桃”、“梅花”、“方块”四种花色，其中外轮廓既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



2. 在平面直角坐标系 xOy 中，下列函数的图象经过点 $(0, 0)$ 的是（ ）

A. $y=x^2$

B. $y=\frac{1}{x}$

C. $y=(x-1)^2$

D. $y=x+1$

3. 一元二次方程 $2x^2+x-3=0$ 的根的情况是（ ）

A. 没有实数根

B. 有两个相等的实数根

C. 有两个不相等的实数根

D. 不确定

4. 将抛物线 $y=x^2$ 向上平移 5 个单位长度，得到的抛物线的解析式为（ ）

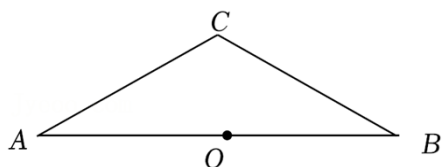
A. $y=(x+5)^2$

B. $y=(x-5)^2$

C. $y=x^2+5$

D. $y=x^2-5$

5. 在 $\triangle ABC$ 中， $CA=CB$ ，点 O 为 AB 中点. 以点 C 为圆心， CO 长为半径作 $\odot C$ ，则 $\odot C$ 与 AB 的位置关系是（ ）




A. 相交

B. 相切

C. 相离

D. 不确定

6. 学习了旋转后，小毓将图案  绕某点以相同角度 α 连续旋转若干次，设计出一个外轮廓为正五边形的图案（如图），则 α 不可能为（ ）



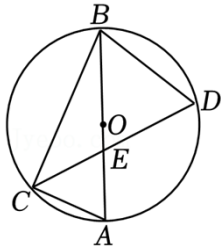
A. 36°

B. 72°

C. 144°

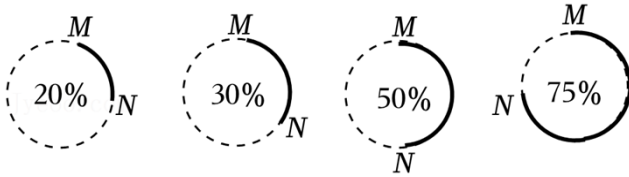
D. 216°

7. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 CD 交 AB 于点 E ， $CA=CE$ ，若 $\angle ACE=50^\circ$ ，则 $\angle CBD$ 的大小为（ ）



- A. 65° B. 70° C. 75° D. 82.5°

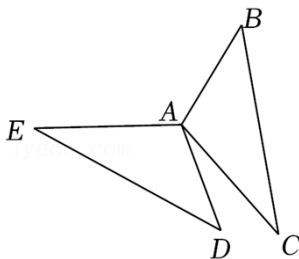
8. 计算机处理任务时，经常会以圆形进度条的形式显示任务完成的百分比。如图是同一个任务进行到不同阶段时进度条的示意图，当任务完成的百分比为 x 时，线段 MN 的长度记为 $d(x)$ 。下列描述正确的是 ()



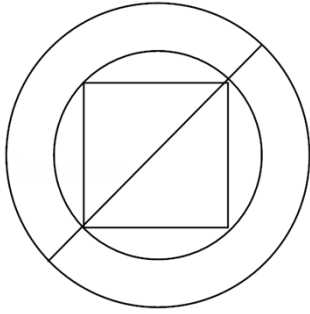
- A. 当 $x_1 < x_2$ 时, $d(x_1) < d(x_2)$
 B. 当 $d(x_1) < d(x_2)$ 时, $x_1 < x_2$
 C. 当 $x_1 = 2x_2$ 时, $d(x_1) = 2d(x_2)$
 D. 当 $x_1 + x_2 = 1$ 时, $d(x_1) = d(x_2)$

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

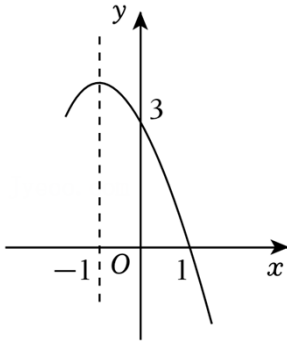
9. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(2, -3)$ 关于原点 O 对称的点的坐标是_____。
 10. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有一个根为 1，则 m 的值为_____。
 11. 已知 $\odot O$ 的半径为 $5cm$ ，点 P 在 $\odot O$ 内，则 OP _____ $5cm$ （填“>”、“<”或“=”）
 12. 请写出一个开口向上，并且与 y 轴交于点 $(0, 1)$ 的抛物线的解析式， $y =$ _____。
 13. 2024 年 6 月 27 日，“探秘古蜀文明——三星堆与金沙”展览在北京大运河博物馆开幕，据了解，开幕第一周的参观人数为 4 万人，第三周的参观人数增加到 5.76 万人。设参观人数的周平均增长率为 x ，则可列方程为_____。
 14. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转得到 $\triangle ADE$ ，若 $\angle DAE = 110^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为_____。



15. 斛是中国古代的一种量器。据《汉书·律历志》记载：“斛底，方而圜（huán）其外，旁有庌（tiāo）焉。”意思是说：“斛的底面为：正方形外接一个圆，此圆外是一个同心圆。”如图所示。问题：现有一斛，其底面的外圆直径为两尺五寸（即 2.5 尺），“庌旁”为两寸五分（即两同心圆的外圆与内圆的半径之差为 0.25 尺），则此斛底面的正方形的边长为_____尺。



16. 若二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象如图所示，以下四个结论：① $c<0$ ；② $2a-b=0$ ；③ $4a-2b+c>0$ ；④ 关于 x 的不等式 $ax^2+(b-c)x>0$ 的解集是 $-5<x<0$ 。其中正确结论的序号的是 _____。



三、解答题（共 68 分，17—22 题，每题 5 分，23—26 题，每题 6 分，27—28 题，每题 7 分）

17. (5 分) 解方程： $x^2 - 6x + 8 = 0$ 。

18. (5 分) 已知 t 是方程 $2x^2 - 7x - 1 = 0$ 的一个根，求代数式 $t(2t - 7) + 4$ 的值。

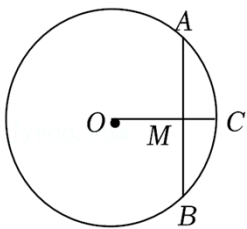
19. (5 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = a(x - 3)^2 - 1$ 经过点 $(2, 2)$ 。

(1) 该抛物线的顶点坐标为 _____；

(2) 求该抛物线的表达式；

(3) 将该抛物线向上平移 _____ 个单位后，所得抛物线与 x 轴只有一个公共点。

20. (5 分) 如图， AB 为 $\odot O$ 的弦， $OC \perp AB$ 于点 M ，交 $\odot O$ 于点 C 。若 $\odot O$ 的半径为 10， $OM:MC=3:2$ ，求 AB 的长。



21. (5 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2 - m)x + 1 - m = 0$ 。

(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若 $m < 0$ ，且此方程的两个实数根的差为 3，求 m 的值。

22. (5 分) 下面是小明设计的“作圆的内接等腰直角三角形”的尺规作图过程。

已知： $\odot O$ 。

求作： $\odot O$ 的内接等腰直角三角形 ABC 。

作法：如图，

①作直径 AB ;

②分别以点 A, B 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧, 两弧交于 M 点;

③作直线 MO 交 $\odot O$ 于点 C, D ;

④连接 AC, BC .

所以 $\triangle ABC$ 就是所求的等腰直角三角形.

根据小明设计的尺规作图过程, 解决下面的问题:

(1) 使用直尺和圆规、补全图形: (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 MA, MB .

$\because MA=MB, OA=OB,$

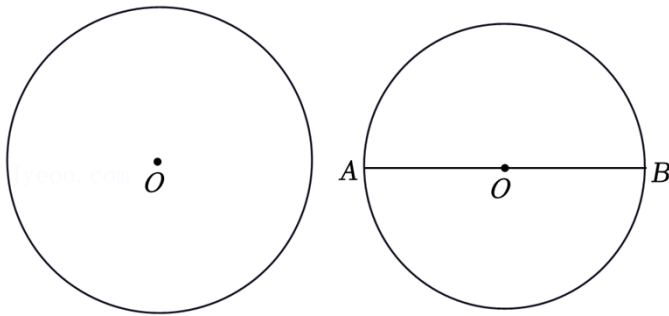
$\therefore MO$ 是 AB 的垂直平分线.

$\therefore AC=$

$\because AB$ 是直径,

$\therefore \angle ACB=$ _____ (_____) (填写推理依据).

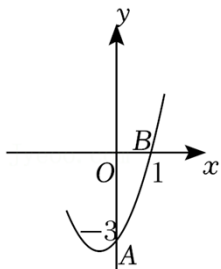
$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形.



23. (6分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 的部分图象经过点 $A(0, -3), B(1, 0)$.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 结合函数图象, 直接写出 $y < 0$ 时, x 的取值范围.

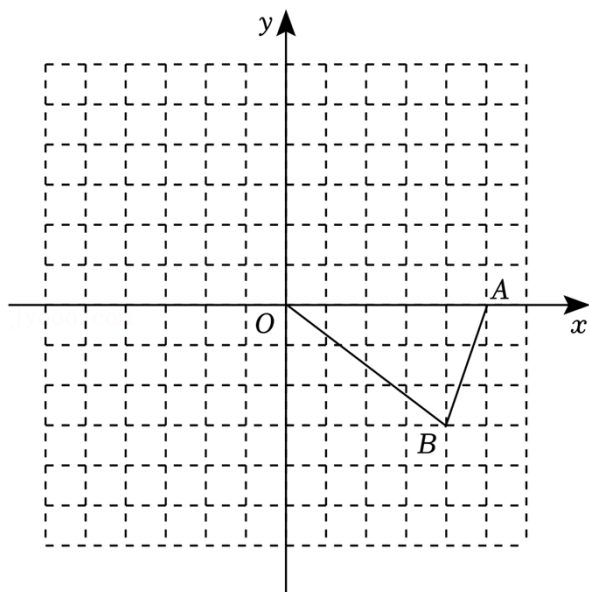


24. (6分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0), A(5, 0), B(4, -3)$, 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA'B'$, 点 A 旋转后的对应点为 A' .

(1) 画出旋转后的图形 $\triangle OA'B'$;

(2) 直接写出点 B' 的坐标;

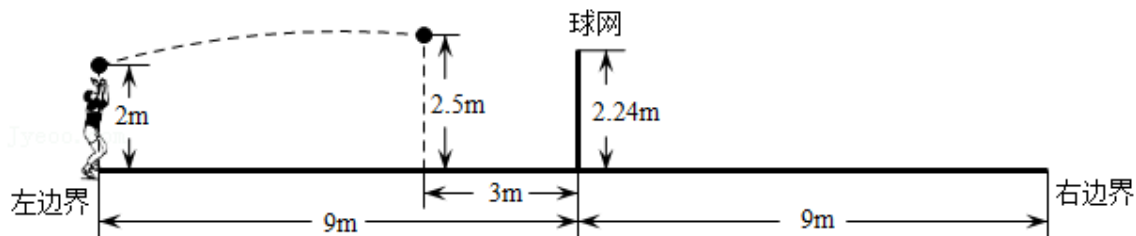
(3) 求点 B 经过的路径 $\widehat{BB'}$ 的长 (结果保留 π).



25. (6分) 如图, 排球运动场的场地长 $18m$, 球网高度 $2.24m$, 球网在场地中央, 距离球场左、右边界均为 $9m$. 一名球员在场地左侧边界练习发球, 排球的飞行路线可以看作是对称轴垂直于水平面的抛物线的一部分. 某次发球, 排球从左边界的正上方发出, 击球点的高度为 $2m$, 当排球飞行到距离球网 $3m$ 时达到最大高度 $2.5m$. 小石建立了平面直角坐标系 xOy (1个单位长度表示 $1m$), 求得该抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{72}x^2 + \frac{5}{2}$.

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 画出小石建立的平面直角坐标系;
- (2) 判断排球能否过球网, 并说明理由.



26. (6分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(1, m)$ 和 $(2, n)$ 在抛物线 $y = -x^2 + bx$ 上.

- (1) 若 $m=0$, 求该抛物线的对称轴;
- (2) 若 $mn < 0$, 设抛物线的对称轴为直线 $x=t$.

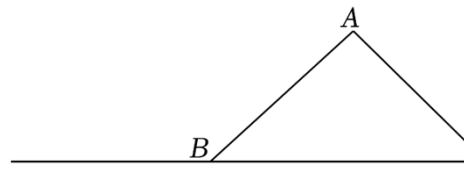
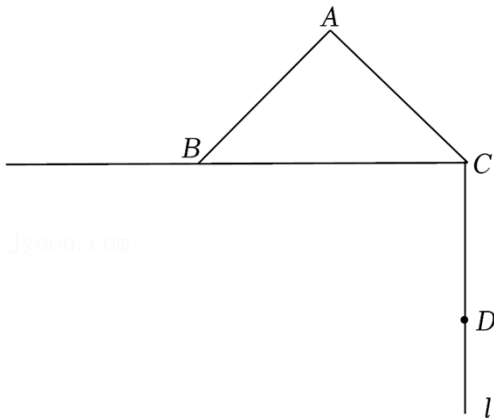
① 直接写出 t 的取值范围;

② 已知点 $(-1, y_1)$, $(\frac{3}{2}, y_2)$, $(3, y_3)$ 在该抛物线上, 比较 y_1, y_2, y_3 的大小, 并说明理由.

27. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 1$, 延长 CB , 并将射线 CB 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到射线 l , D 为射线 l 上一动点, 点 E 在线段 CB 的延长线上, 且 $BE = CD$, 连接 DE , 过点 A 作 $AM \perp DE$ 于 M .

- (1) 依题意补全图, 用等式表示线段 DM 与 ME 之间的数量关系, 并证明;

(2) 取 BE 的中点 N , 连接 AN , 添加一个条件: CD 的长为 _____, 使得 $AN = \frac{1}{2}DE$ 成立, 并证明.



备用图

28. (7分) 对于平面直角坐标系 xOy 中第一象限内的点 $P(x, y)$ 和图形 W , 给出如下定义: 过点 P 作 x 轴和 y 轴的垂线, 垂足分别为 M, N , 若图形 W 中的任意一点 $Q(a, b)$ 满足 $a \leq x$ 且 $b \leq y$, 则称四边形 $PMON$ 是图形 W 的一个覆盖, 点 P 为这个覆盖的一个特征点.

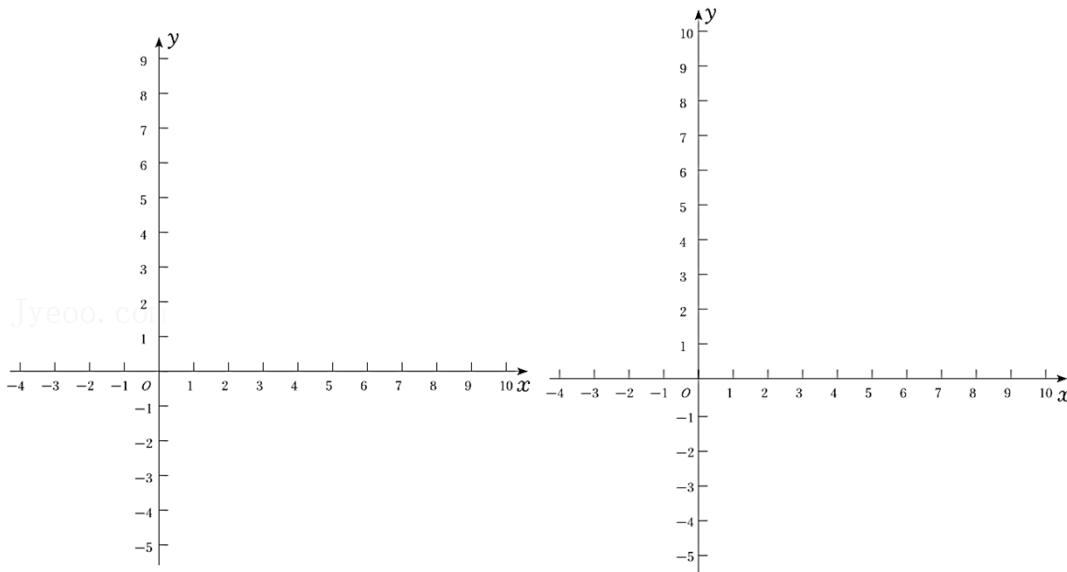
例: 已知 $A(1, 2), B(3, 1)$, 则点 $P(5, 4)$ 为线段 AB 的一个覆盖的特征点.

(1) 已知: $A(1, 2), B(3, 1)$, 点 $C(2, 3)$,

① 在 $P_1(1, 3), P_2(3, 3), P_3(4, 4)$ 中, 是 $\triangle ABC$ 的覆盖特征点的为 _____;

② 若在一次函数 $y = mx + 6$ ($m \neq 0$) 的图象上存在 $\triangle ABC$ 的覆盖的特征点, 求 m 的取值范围.

(2) 以点 $D(3, 4)$ 为圆心, 半径为 1 作圆, 在抛物线 $y = ax^2 - 5ax + 4$ ($a \neq 0$) 上存在 $\odot D$ 的覆盖的特征点, 直接写出 a 的取值范围 _____.



参考答案

一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1. 【答案】D

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A. 是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合题意；

B. 是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合题意；

C. 是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合题意；

D. 既是轴对称图形，又是中心对称图形，故符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了中心对称图形和轴对称图形的定义，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

2. 【答案】A

【分析】根据反比例函数图象上点的坐标特征，一次函数图象上点的坐标特征，二次函数函数图象上点的坐标特征判断即可.

【解答】解：A、抛物线 $y=x^2$ 经过点 $(0, 0)$ ，故符合题意；

B、双曲线 $y=\frac{1}{x}$ 不经过点 $(0, 0)$ ，故不符合题意；

C、抛物线 $y=(x-1)^2$ 不经过点 $(0, 0)$ ，故不符合题意；

D、直线 $y=x+1$ 不经过点 $(0, 0)$ ，故不符合题意；

故选：A.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，一次函数图象上点的坐标特征，二次函数函数图象上点的坐标特征，熟练掌握各函数图象上点的坐标特征是解题的关键.

3. 【答案】C

【分析】先计算判别式，再利用判别式的意义进行判断.

【解答】解：在 $2x^2+x-3=0$ 中，

$$\because a=2, b=1, c=-3,$$

$$\therefore \Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 1 + 24 = 25 > 0,$$

\therefore 一元二次方程 $2x^2 - x - 3 = 0$ 有两个不相等的实数根，

故选：C.

【点评】本题考查了一元二次方程根的判别式，掌握一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根是解决问题的关键.

4. 【答案】C

【分析】根据二次函数图象左加右减，上加下减的平移规律进行求解.

【解答】解：将抛物线 $y=x^2$ 向上平移 5 个单位长度，所得抛物线的解析式为： $y=x^2+5$ ，

故选：C.

【点评】此题主要考查的是二次函数图象与几何变换，用平移规律“左加右减，上加下减”直接代入函数解析式求得平移后的函数解析式.

5. 【答案】B

【分析】连接 CO ，根据等腰三角形的性质得到 $OC \perp AB$ ，于是得到点 C 到 AB 的距离等于 $\odot C$ 的半径，根据切线的判定定理即可得到结论.

【解答】解：连接 CO ，

$\because CA=CB$ ，点 O 为 AB 中点，

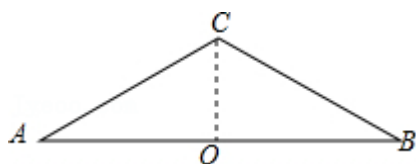
$\therefore OC \perp AB$ ，

\therefore 以点 C 为圆心， CO 长为半径作 $\odot C$ ，

\therefore 点 C 到 AB 的距离等于 $\odot C$ 的半径，

$\therefore \odot C$ 与 AB 的位置关系是相切，

故选：B.



【点评】本题考查了直线与圆的位置关系，等腰三角形的性质，熟练掌握切线的判定方法是解题的关键.

6. 【答案】A

【分析】由题意依据每次旋转相同角度 α ，旋转了五次，且旋转了五次刚好旋转了一周为 360° 进行分析即可得出答案.

【解答】解：因为每次旋转相同角度 α ，旋转了五次，

且旋转了五次刚好旋转了一周为 360° ，

所以每次旋转相同角度为 $360 \div 5 = 72^\circ$.

$\because 144^\circ \div 72^\circ = 2$ ， $216^\circ \div 72^\circ = 3$ ， $36^\circ \div 72^\circ = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \alpha$ 不可能为 36° ，

故选：A.

【点评】本题考查了利用旋转设计图案，解题的关键是能够找到一对对应点确定旋转角，从而确定旋转角的度数，难度不大.

7. 【答案】C

【分析】根据等腰三角形的性质求出 $\angle A = \angle AEC = 65^\circ$ ，根据圆周角定理得出 $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ACE = \angle ABD = 50^\circ$ ，再直角三角形的性质求出 $\angle ABC$ 的度数，由 $BE = BC$ 得出 $\angle BCE$ 的度数，再根据角的和差求解即可.

【解答】解： $\because CA = CE$ ， $\angle ACE = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle A = \angle AEC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle ACE) = 65^\circ$ ，

∵ AB 为 $\odot O$ 的直径,

∴ $\angle ACB = 90^\circ$,

∴ $\angle A + \angle ABC = 90^\circ$,

∴ $\angle ABC = 25^\circ$,

∵ $\angle ACE = \angle ABD = 50^\circ$,

∴ $\angle CBD = \angle ABC + \angle ABD = 75^\circ$,

故选: C .

【点评】本题主要考查的是圆周角定理等知识,熟知半圆(或直径)所对的圆周角是直角是解题的关键.

8. 【答案】 D

【分析】当 $x_1 = 20\%$, $x_2 = 80\%$ 时, $d(x_1) = d(x_2)$, 可判断 A ;

当 $x_1 = 80\%$, $x_2 = 50\%$ 时, $d(x_1) < d(x_2)$, 可判断 B ;

当 $x_1 = 100\%$, $x_2 = 50\%$ 时, 满足 $x_1 = 2x_2$, 但 $d(x_1) = 0$, $d(x_2) = \text{直径}$, 可判断 C ;

当 $x_1 + x_2 = 1$ 时, 此时线段 MN 的长度是一样的, 可判断 D .

【解答】解: 当 $x_1 = 20\%$, $x_2 = 80\%$ 时, $d(x_1) = d(x_2)$, 故 A 错误;

当 $x_1 = 80\%$, $x_2 = 50\%$ 时, 满足 $d(x_1) < d(x_2)$, 但 $x_1 > x_2$, 故 B 错误;

当 $x_1 = 100\%$, $x_2 = 50\%$ 时, 满足 $x_1 = 2x_2$, 但 $d(x_1) = 0$, $d(x_2) = \text{直径}$, $d(x_1) \neq 2d(x_2)$, 故 C 错误;

当 $x_1 + x_2 = 1$ 时, 此时线段 MN 的长度是一样的, 故 $d(x_1) = d(x_2)$, 故 D 正确.

故选: D .

【点评】本题考查了圆心角、弧、弦的关系,熟练掌握圆心角、弧、弦的关系是解题关键.

二、填空题(每小题 2 分,共 16 分)

9. 【答案】 见试题解答内容

【分析】直接利用关于原点对称点的性质得出答案.

【解答】解: 点 $P(2, -3)$ 关于原点 O 对称的点的坐标是: $(-2, 3)$.

故答案为: $(-2, 3)$.

【点评】此题主要考查了关于原点对称点的性质,正确把握对应点横纵坐标的关系是解题关键.

10. 【答案】 1.

【分析】根据题意可得: 把 $x=1$ 代入方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 中得: $1^2 - 2 \times 1 + m = 0$, 然后进行计算即可解答.

【解答】解: 由题意得: 把 $x=1$ 代入方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 中得: $1^2 - 2 \times 1 + m = 0$,

解得: $m = 1$,

故答案为: 1.

【点评】本题考查了一元二次方程的解,准确熟练地进行计算是解题的关键.

11. 【答案】 见试题解答内容

【分析】根据点与圆的三种位置关系的判定方法,直接判断,即可解决问题.

【解答】解: ∵ $\odot O$ 的半径为 5cm ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/477000121151010012>