2022-2023学年高三上数学期末模拟试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\left\{(x,y)\mid y=\sqrt{1-x^2}\right\}$，$B=\left\{(x,y)\mid y=2x\right\}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为(　　)

A．3　　**B．2**　　**C．1**　　**D．0**

2．点 P 为棱长是**2**的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球 O 球面上的动点，点 M 为 B_1C_1 的中点，若满足 $DP\perp BM$，则动点 P 的轨迹的长度为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{5}\pi}{5}$　　**B．**$\dfrac{2\sqrt{5}\pi}{5}$　　**C．**$\dfrac{4\sqrt{5}\pi}{5}$　　**D．**$\dfrac{8\sqrt{5}\pi}{5}$

3．已知不重合的平面 α,β,γ 和直线 l，则“$\alpha//\beta$”的充分不必要条件是（　　）

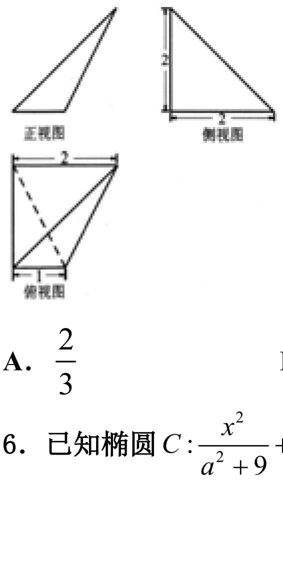
A． α 内有无数条直线与 β 平行　　**B．** $l\perp\alpha$ 且 $l\perp\beta$

C． $\alpha\perp\gamma$ 且 $\gamma\perp\beta$　　**D．** α 内的任何直线都与 β 平行

4．中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”.“礼”，主要指德育；“乐”，主要指美育；“射”和“御”，就是体育和劳动；“书”，指各种历史文化知识；“数”，指数学.某校国学社团开展“六艺”课程讲座活动，每艺安排一节，连排六节，一天课程讲座排课有如下要求：“数”必须排在第三节，且“射”和“御”两门课程相邻排课，则“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有（　　）

A．12种　　**B．24种**　　**C．36种**　　**D．48种**

5．某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为



A．$\dfrac{2}{3}$　　**B．**$\dfrac{4}{3}$　　**C．2**　　**D．**$\dfrac{8}{3}$

6．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2+9}+\dfrac{y^2}{a^2}=1$，直线 $l_1:mx+y+3m=0$ 与直线 $l_2:x-my-3=0$ 相交于点 P，且 P

点在椭圆内恒成立，则椭圆C的离心率取值范围为（　　）

A．$\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　B．$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},0\right)$　　C．$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$　　D．$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$

7．设不等式组$\begin{cases}x-2\le 0\\ x+y\ge 0\\ x-y\ge 0\end{cases}$，表示的平面区域为$\Omega$，在区域$\Omega$内任取一点$P\left(x,y\right)$，则$P$点的坐标满足不等式

$x^2+y^2\le 2$的概率为

A．$\dfrac{\pi}{8}$　　B．$\dfrac{\pi}{4}$

C．$\dfrac{1}{2+\pi}$　　D．$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\pi}$

8．计算$log_2\left(sin\dfrac{\pi}{4}cos\dfrac{5\pi}{3}\right)$等于(　　)

A．$-\dfrac{3}{2}$　　B．$\dfrac{3}{2}$　　C．$-\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{2}{3}$

9．已知函数$f\left(x\right)=x\left(x-ln\dfrac{x^2}{a}\right)$，关于$x$的方程$f$（$x$）$=a$存在四个不同实数根，则实数$a$的取值范围是（　　）

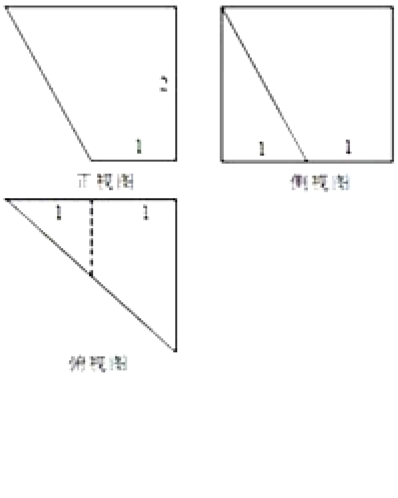
A．（0，1）∪（1，e）　　B．$\left(0,\dfrac{1}{e}\right)$

C．$\left(\dfrac{1}{e},1\right)$　　D．（0，1）

10．本次模拟考试结束后，班级要排一张语文、数学、英语、物理、化学、生物六科试卷讲评顺序表，若化学排在生物前面，数学与物理不相邻且都不排在最后，则不同的排表方法共有（　　）

A．72 种　　B．144 种　　C．288 种　　D．360 种

11．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．$\frac{8}{3}$　　B．3　　C．$\frac{11}{3}$　　D．4

12．已知$a=\ln 3, b=\log_3 e, c=\log_\pi e$，则下列关系正确的是（　　）

A．$c<b<a$　　B．$a<b<c$　　C．$b<a<c$　　D．$b<c<a$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知$\vec{a}=(1,3)$，$\vec{b}=(-2,1)$，求$(2\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}=$___________.

14．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，$a_1=9$，$\frac{S_9}{9}-\frac{S_5}{5}=-4$，则$a_n=$_______.

15．已知$(ax+b)^6$的展开式中x^4项的系数与x^5项的系数分别为 135 与-18，则$(ax+b)^6$展开式所有项系数之和为______.

16．已知二项式$\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^n$的展开式中各项的二项式系数和为 512，其展开式中第四项的系数__________.

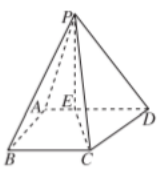
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设函数$f(x)=x^2-2x+2a\ln x(a\in R)$.

（Ⅰ）讨论函数$f(x)$的单调性；

（Ⅱ）若函数$f(x)$有两个极值点m,n，求证：$\frac{f(m)-f(n)}{m-n}>4mn-1$.

18．（12 分）在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为直角梯形，$AD//BC,\angle ABC=\frac{\pi}{2}$，$PE\perp$面$ABCD$, $AD=3AE, AB=BC=2AE=2, PC=3$.



（1）在线段PD上是否存在点F，使$CF//$面PAB，说明理由；

（2）求二面角$E-PC-D$的余弦值.

19．（12 分）$\triangle ABC$的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知$c\cos B-b\sin C=0$，$\cos A=\cos 2A$.

(1) 求 C；

(2) 若$a=2$，求，$\triangle ABC$的面积$S_{\triangle ABC}$

20．（12 分）有甲、乙两家外卖公司，其送餐员的日工资方案如下：甲公司底薪80元，送餐员每单制成4元；乙公司无底薪，40单以内（含40单）的部分送餐员每单抽成6元，超过40单的部分送餐员每单抽成7

元.现从这两家公司各随机选取一名送餐员，分别记录其50天的送餐单数，得到如下频数分布表：

送餐单数	38	39	40	41	42
甲公司天数	10	10	15	10	5
乙公司天数	10	15	10	10	5

（1）从记录甲公司的50天送餐单数中随机抽取3天，求这3天的送餐单数都不小于40单的概率；

（2）假设同一公司的送餐员一天的送餐单数相同，将频率视为概率，回答下列两个问题：

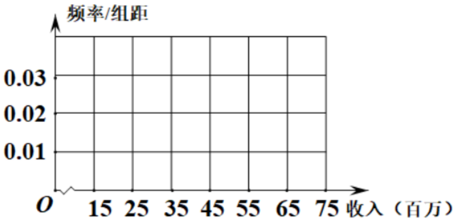
①求乙公司送餐员日工资的分布列和数学期望；

②小张打算到甲、乙两家公司中的一家应聘送餐员，如果仅从日工资的角度考虑，小张应选择哪家公司应聘？说明你的理由.

21.（12分）某市调研机构对该市工薪阶层对“楼市限购令”态度进行调查，抽调了50名市民，他们月收入频数分布表和对“楼市限购令”赞成人数如下表：

月收入（单位：百元）	$[15,25)$	$[25,35)$	$[35,45)$	$[45,55)$	$[55,65)$	$[65,75)$
频数	5	c		10	5	5
频率	0.1	a	b	0.2	0.1	0.1
赞成人数	4	8	12	5	2	1

（1）若所抽调的50名市民中，收入在$[35,45)$的有15名，求a，b，c的值，并完成频率分布直方图.



（2）若从收入（单位：百元）在$[55,65)$的被调查者中随机选取2人进行追踪调查，选中的2人中恰有X人赞成“楼市限购令”，求X的分布列与数学期望.

（3）从月收入频率分布表的6组市民中分别随机抽取3名市民，恰有一组的3名市民都不赞成“楼市限购令”，根据表格数据，判断这3名市民来自哪组的可能性最大？请直接写出你的判断结果.

22.（10分）设函数$f\left(x\right)=alnx+x^2-\left(a+2\right)x$，其中$a\in R$.

(Ⅰ)若曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(2,\ f\left(2\right)\right)$ 处切线的倾斜角为 $\dfrac{\pi}{4}$，求 a 的值;

(Ⅱ)已知导函数 $f'\left(x\right)$ 在区间 $\left(1,\ e\right)$ 上存在零点，证明:当 $x\in\left(1,\ e\right)$ 时，$f\left(x\right)>-e^2$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

【解析】

集合 A 表示半圆上的点，集合 B 表示直线上的点，联立方程组求得方程组解的个数，即为交集中元素的个数.

【详解】

由题可知：集合 A 表示半圆上的点，集合 B 表示直线上的点，

联立 $y=\sqrt{1-x^2}$ 与 $y=2x$，

可得 $\sqrt{1-x^2}=2x$，整理得 $x^2=\dfrac{1}{5}$，

即 $x=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

当 $x=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ 时，$y=2x<0$，不满足题意；

故方程组有唯一的解 $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5},\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)$.

故 $A\cap B=\left\{\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5},\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)\right\}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查集合交集的求解，涉及圆和直线的位置关系的判断，属基础题.

2、**C**

【解析】

设 B_1B 的中点为 H，利用正方形和正方体的性质，结合线面垂直的判定定理可以证明出 $BM\perp$ 平面 DCH

，这样可以确定动点 P 的轨迹，最后求出动点 P 的轨迹的长度.

【详解】

设 B_1B 的中点为 H，连接 CH,DH，因此有 $CH\perp BM$，而 $DC\perp MB$，而 $DC,CH\subset$平面 CDH，

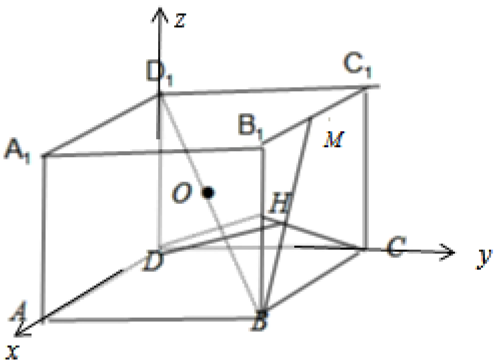
$DC\cap CH=C$，因此有 $BM\perp$平面 DCH，所以动点 P 的轨迹平面 DCH 与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球 O 的交线. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，所以内切球 O 的半径为 $R=1$，建立如下图所示的以 D 为坐标原点的空间直角坐标系：

因此有 $O(1,1,1),C(0,2,0),H(2,2,1)$，设平面 DCH 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$，所以有

$\begin{cases}\vec{m}\perp\overrightarrow{DC}\\ \vec{m}\perp\overrightarrow{DH}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{DC}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{DH}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2y=0\\ 2x+2y+z=0\end{cases}\Rightarrow\vec{m}=(1,0,-2)$，因此 O 到平面 DCH 的距离为：$d=\dfrac{\left|\vec{m}\cdot\overrightarrow{OD}\right|}{\left|\vec{m}\right|}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

所以截面圆的半径为：$r=\sqrt{R^2-d^2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，因此动点 P 的轨迹的长度为 $2\pi r=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}\pi$.

故选：**C**



【点睛】

本题考查了线面垂直的判定定理的应用，考查了立体几何中轨迹问题，考查了球截面的性质，考查了空间想象能力和数学运算能力.

3、**B**

【解析】

根据充分不必要条件和直线和平面，平面和平面的位置关系，依次判断每个选项得到答案.

【详解】

A. α 内有无数条直线与 β 平行，则 α,β 相交或 $\alpha//\beta$，排除；

B. $l\perp\alpha$ 且 $l\perp\beta$，故 $\alpha//\beta$，当 $\alpha//\beta$，不能得到 $l\perp\alpha$ 且 $l\perp\beta$，满足；

C. $\alpha\perp\gamma$ 且$\gamma\perp\beta$，$\alpha//\beta$，则α,β相交或$\alpha//\beta$，排除；

D. α内的任何直线都与β平行，故$\alpha//\beta$，若$\alpha//\beta$，则α内的任何直线都与β平行，充要条件，排除.

故选：B.

【点睛】

本题考查了充分不必要条件和直线和平面，平面和平面的位置关系，意在考查学生的综合应用能力.

4、C

【解析】

根据“数”排在第三节，则“射”和“御”两门课程相邻有3类排法，再考虑两者的顺序，有$A_2^2=2$种，剩余的3门全排列，即可求解.

【详解】

由题意，“数”排在第三节，则“射”和“御”两门课程相邻时，可排在第1节和第2节或第4节和第5节或第5节和第6节，有3种，再考虑两者的顺序，有$A_2^2=2$种，

剩余的3门全排列，安排在剩下的3个位置，有$A_3^3=6$种，

所以“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有$3\times2\times6=36$种不同的排法.

故选：*C*.

【点睛】

本题主要考查了排列、组合的应用，其中解答中认真审题，根据题设条件，先排列有限制条件的元素是解答的关键，着重考查了分析问题和解答问题的能力，属于基础题.

5、A

【解析】

由给定的三视图可知，该几何体表示一个底面为一个直角三角形，

且两直角边分别为1和2，所以底面面积为$S=\frac{1}{2}\times1\times2=1$

高为$h=2$的三棱锥，所以三棱锥的体积为$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\times1\times2=\frac{2}{3}$，故选A.

6、A

【解析】

先求得椭圆焦点坐标，判断出直线l_1,l_2过椭圆的焦点.然后判断出$l_1\perp l_2$，判断出P点的轨迹方程，根据P恒在椭圆内列不等式，化简后求得离心率e的取值范围.

【详解】

设$F_1(-c,0), F_2(c,0)$是椭圆的焦点，所以$c^2=a^2+9-a^2=9, c=3$.直线l_1过点$F_1(-3,0)$，直线l_2过点$F_2(3,0)$，由于$m\times 1+1\times(-m)=0$，所以$l_1\perp l_2$，所以P点的轨迹是以F_1, F_2为直径的圆$x^2+y^2=9$.由于P点在椭圆内恒成立，所以椭圆的短轴大于3，即$a^2>3^2=9$，所以$a^2+9>18$，所以双曲线的离心率$e^2=\frac{9}{a^2+9}\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$，所以$e\in\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查直线与直线的位置关系，考查动点轨迹的判断，考查椭圆离心率的取值范围的求法，属于中档题.

7、A

【解析】

画出不等式组表示的区域Ω，求出其面积，再得到$x^2+y^2\le 2$在区域Ω内的面积，根据几何概型的公式，得到答案.

【详解】

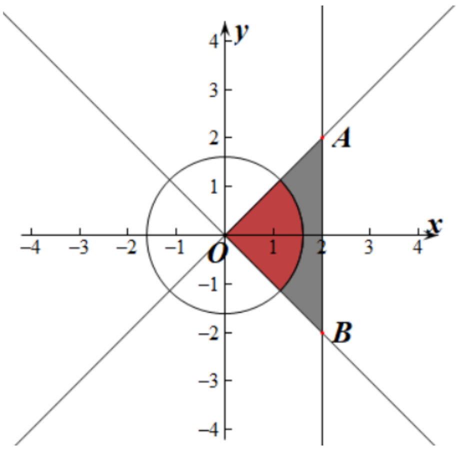
画出$\begin{cases}x-2\le 0\\x+y\ge 0\\x-y\ge 0\end{cases}$所表示的区域$\Omega$，易知$A(2,2), B(2,-2)$，

所以$\triangle AOB$的面积为4，

满足不等式$x^2+y^2\le 2$的点，在区域Ω内是一个以原点为圆心，$\sqrt{2}$为半径的$\frac{1}{4}$圆面，其面积为$\frac{\pi}{2}$，

由几何概型的公式可得其概率为$P=\frac{\frac{\pi}{2}}{4}=\frac{\pi}{8}$，

故选 A 项.



【点睛】

本题考查由约束条件画可行域，求几何概型，属于简单题.

8、A

【解析】

利用诱导公式、特殊角的三角函数值，结合对数运算，求得所求表达式的值.

【详解】

原式$=\log_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\times\cos\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)\right]=\log_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\times\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]=\log_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}\right]=\log_2 2^{-\frac{3}{2}}=-\frac{3}{2}$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查诱导公式，考查对数运算，属于基础题.

9、D

【解析】

原问题转化为$\frac{x^2}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{x}{\sqrt{a}}ln\frac{x^2}{a}=1$有四个不同的实根，换元处理令$t=\frac{x}{\sqrt{a}}$，对$g$（$t$）$=lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)$进行零点个数讨论.

【详解】

由题意，$a>2$，令$t=\frac{x}{\sqrt{a}}$，

则f（x）$=a\Leftrightarrow x\left(x-ln\frac{x^2}{a}\right)=a\Leftrightarrow\frac{x^2}{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot\frac{x}{\sqrt{a}}ln\frac{x^2}{a}=1$

$\Leftrightarrow t^2-\frac{1}{\sqrt{a}}tlnt^2=1\Leftrightarrow lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)=0$.

记g（t）$=lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)$.

当$t<2$时，g（t）$=2ln$（$-t$）$-\sqrt{a}$（$t-\frac{1}{t}$）单调递减，且g（-2）$=2$，

又g（2）$=2$，∴只需g（t）$=2$在（2，$+\infty$）上有两个不等于2的不等根.

则$lnt^2-\sqrt{a}\left(t-\frac{1}{t}\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{a}=\frac{2tlnt}{t^2-1}$，

记h（t）$=\frac{2tlnt}{t^2-1}$（$t>2$且$t\neq2$），

则h'（t）$=\frac{(2lnt+2)(t^2-1)-4t^2lnt}{(t^2-1)^2}=\frac{2(t^2+1)\left(\frac{t^2-1}{t^2+1}-lnt\right)}{(t^2-1)^2}$.