咸阳市2024年高考模拟检测（二）

数学（理科）

注意事项：

1．本试题共4页，满分150分，时间120分钟

2．答卷前，考生务必将答题卡上密封线内的各项目填写清楚

3．回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.

4．考试结束后，监考员将答题卡按顺序收回，装袋整理；试题不回收.

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符题目要求的.

1. 若复数z满足 $1\ \ i\ z\ \ 3\ \ 4i$ ，则复数z的共轭复数的虚部为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{7}{2}$　　C. $\frac{7}{2}i$　　D. $\frac{7}{2}$

2. 已知集合$A\ \ \ x\left|\frac{x\ \ 1}{5\ \ x}\ \ 0\right.$，$B\ \ \ x|y\ \ \log_2 x^2\ \ 16$，则$A\ \ \ ð_R B$　（　　）

A. $1,4$　　B. $1,4$　　C. $1,5$　　D. $4,5$

3. 已知在边长为1的菱形$ABCD$ 中，角A 为60，若点E 为线段CD 的中点，则$AE\ \ EB$　（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{3}{2}$

4. 已知角　的始边为x轴的非负半轴，顶点为坐标原点，若它的终边经过点 $P\ \ 1,\ 2$，则$\sin 2\ \ \ \cos 2$

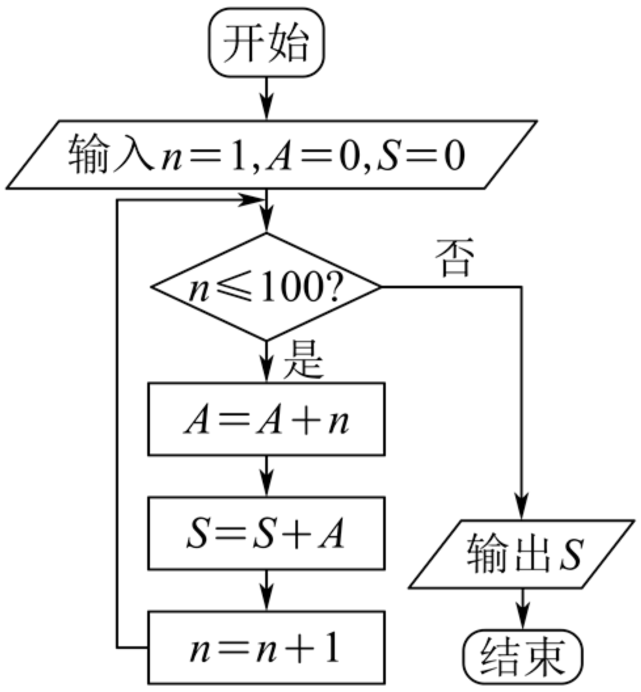
（　　）

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{9}{5}$　　C. $\frac{7}{5}$　　D. $\frac{1}{5}$

5. 已知等差数列 a_n 的前n项和为S_n，若$S_4\ \ 2$，$S_8\ \ 12$，则S_{20}　（　　）

A. 30　　B. 58　　C. 60　　D. 90

6. 执行如图的程序框图，则输出的结果是（　　）



A. 5050　　　　B. 4950　　　　C. 166650　　　　D. 171700

7. 已知平面区域Ω中的点满足 $\sqrt{2}\quad 1\ x\quad y\quad x\quad \sqrt{2}\quad 1\ y\quad 0$，若在圆面 $x^2\quad y^2\quad 2$ 中任取一点 P，则该点取自区域Ω的概率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　　　B. $\frac{1}{4}$　　　　C. $\frac{1}{6}$　　　　D. $\frac{1}{7}$

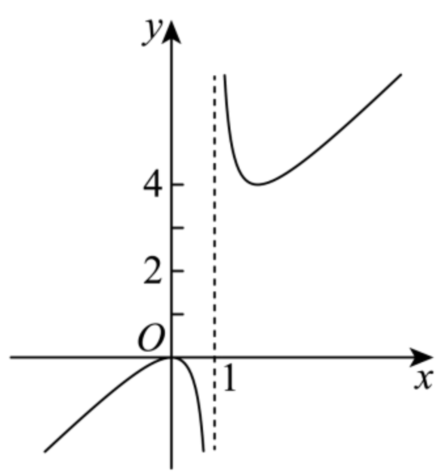
8. 当函数 $y\quad 3\sin x\quad 4\cos x$ 取得最小值时，$\sin\ x\quad \frac{\pi}{6}$　（　　）

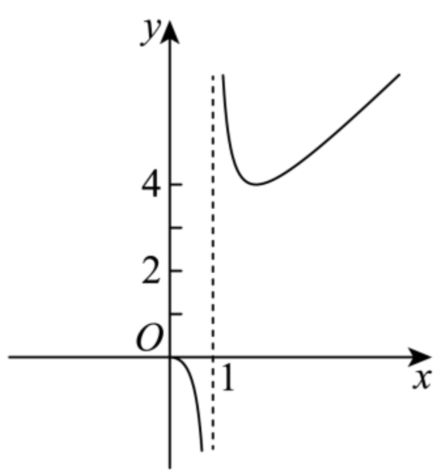
A. $\frac{4\quad 3\sqrt{3}}{10}$　　　　B. $\frac{3\quad 4\sqrt{3}}{10}$　　　　C. $\frac{3\quad 4\sqrt{3}}{10}$　　　　D. $\frac{4\quad 3\sqrt{3}}{10}$

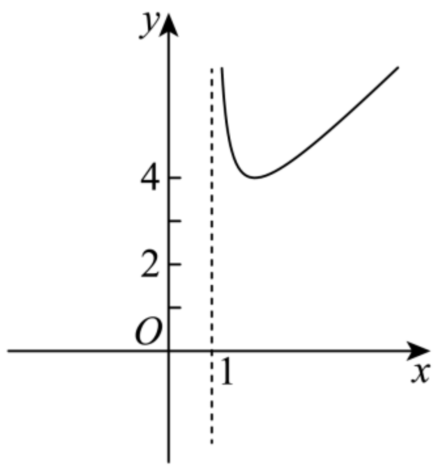
9. 为了强化学生安全意识，落实“12530”安全教育，某学校让学生用这 5 个数字再加一个 0 来设定自己教室储物柜密码，若两个 0 之间至少有一个数字，且两 0 不都在首末两位，可以设置的密码共有（　　）

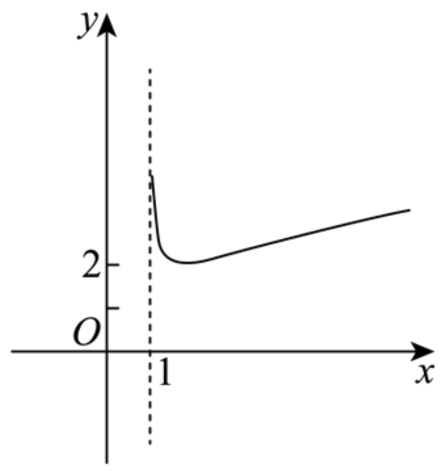
A. 72　　　　B. 120　　　　C. 216　　　　D. 240

10. 若将 $\ln y\quad \ln x\quad \ln\ y\quad x$ 确定的两个变量 y 与 x 之间的关系看成 $y\quad f\ x$，则函数 $y\quad f\ x$ 的图象大致为（　　）

A.


B.


C. 

D. 

11. 已知点 F 为双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$的右焦点，过点 F 的直线 l（斜率为 k）交双曲线右支于 M，N 两点，若线段MN 的中垂线交 x 轴于一点 P，则$\frac{|MN|}{|PF|}=$（　　）

A. $\frac{5}{4}$　　　　B. $\frac{5}{8}$　　　　C. $\frac{4}{5}$　　　　D. $\frac{8}{5}$

12. 已知函数 $f(x)=2\cos^2\frac{x}{2}+\frac{a}{2}x^2$，若 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的唯一极小值点，则 a 的取值范围为（　　）

A. $1,$　　　　B. $0,1$　　　　C. $1,$　　　　D. $,1$

第 II 卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知总体的各个个体的值由小到大依次为$2,4,4,6,a,b,12,14,18,20$，且总体的平均值为 10，则$\frac{4}{a}+\frac{9}{b}$的最小值为 ______ .

14. P 为抛物线 $y^2=4x$上任意一点，点 $A(2,4)$，设点 P 到 y 轴的距离为 d，则$|PA|+d$的最小值为 __________.

15. 已知 a，b，c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A，B，C 所对的边，若 $a=b\cos C+\sqrt{3}c\sin B$，设点 D 为边 AC 的中点，且 $BD=AC=4$，则 $S_{\triangle ABC}=$ ____________.

16. 已知三棱锥 $D-ABC$ 中，$AB=4, AC=3, BC=5$，三角形 DBC 为正三角形，若二面角 $D-BC-A$ 为120°，则该三棱锥的外接球的体积为_______.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足$a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=\frac{n(n+1)}{2}$，$n\in N^*$．

（1）若$b_n \quad a_{n\,1} \quad a_n$，请判断并证明数列 b_n 的单调性；

（2）若$c_n \quad \dfrac{1}{a_{n\,1}\,a_n}^{2}$，求数列 c_n 的前n项和S_n．

18. 陕西省从 2022 年秋季启动新高考，新高考“3 1 2”模式中“3”为全国统一高考科目的语文、数学、外语，“1”为首选科目，要求从物理、历史 2 门科目中确定 1 门，“2”为再选科目，要求从思想政治、地理、化学、生物学 4 门科目中确定 2 门，共计产生 12 种组合．某班有学生 50 名，在选科时，首选科目选历史和物理的统计数据如下表所示：

	历史	物理	合计
男生	2	23	25
女生	8	17	25
合计	10	40	50

附：$^{2} \quad \dfrac{n(ad \quad bc)^{2}}{a \quad b \quad c \quad d \quad a \quad c \quad b \quad d}$，其中$n \quad a \quad b \quad c \quad d$．

	0.100	0.050	0.010	0.005	0.001
$_{a}$	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

（1）根据表中的数据，判断是否有99%的把握认为学生选择历史与性别有关；

（2）从选择历史的10名学生中任意抽取3名同学参加学校“铭记历史，强国有我”演讲比赛，设X为抽取的三名学生中女生的人数，求X的分布列，并求数学期望和方差．

19. 在几何体中，底面ABC是边长为 2 的正三角形．AE 平面ABC，若$AE \parallel CD \parallel BF, AE \quad 5, CD \quad 4, BF \quad 3$．

（1）求证：平面DEF 平面$AEFB$；

（2）是否在线段AE上存在一点P，使得二面角$P \quad DF \quad E$的大小为$\dfrac{\pi}{3}$．若存在，求出AP的长度，若不存在，请说明理由．

20. 已知两圆C_1：$x \quad 1^{2} \quad y^{2} \quad 25$，$C_2$：$x \quad 1^{2} \quad y^{2} \quad 1$，动圆$C$在圆$C_1$的内部，且与圆$C_1$相内切，

与圆 C_2 相外切.

（1）求点 C 的轨迹方程;

（2）设点 $M\ \ 1,0$ ，$N\ \ 1,0$ ，过点 M 的直线交 C 于 P ，Q 两点，求 $V\,PQN$ 的内切圆面积的最大值.

21. 已知函数 $f\ x\quad ae^{x\ 1}\quad x\quad \ln a$.

（1）讨论 $f\ x$ 的单调性;

（2）若 $f\ x\quad \ln x\quad x\quad 1$，求 a 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分，考生从 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

【选修 4-4：坐标系与参数方程】

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{matrix} x & t\cos\ , \\ y & 1\quad t\sin \end{matrix}$ （t 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系．曲线 C 的极坐标方程为 $^2\quad 2\ \cos\quad 3$.

（1）求曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的一般方程;

（2）设直线 l 与曲线 C 交于 A，B 两点，求 ABC 面积的最大值.

【选修 4-5：不等式选讲】

23. 已知函数 $f\ x\quad |2x\quad 1|\quad |3x\quad 3|$.

（1）解不等式 $f\ x\quad 5$;

（2）设函数 $g\ x\quad 3x^2\quad 12x\quad m$ ，若函数 $f\ x$ 与 $g\ x$ 的图象无公共点，求参数 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符题目要求的.

1. 若复数 z 满足 $1\quad i\ z\quad 3\quad 4i$，则复数 z 的共轭复数的虚部为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{7}{2}$　　C. $\frac{7}{2}i$　　D. $\frac{7}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据复数除法运算可求得 z，由共轭复数和虚部定义可求得结果 .

【详解】由 $1 \quad i \, z \quad 3 \quad 4i$ 得：$z \quad \frac{3 \quad 4i}{1 \quad i} \quad \frac{3 \quad 4i \; 1 \quad i}{1 \quad i \; 1 \quad i} \quad \frac{1 \quad 7i}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{7}{2}i$，

z 的共轭复数 $\overline{z} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{7}{2}i$，则其虚部为 $\frac{7}{2}$.

故选：D.

2. 已知集合 $A \quad x \left| \frac{x \quad 1}{5 \quad x} \quad 0 \right.$，$B \quad x | y \quad \log_2 \; x^2 \quad 16$，则 $A \quad ð_R B$ （　　）

A. $1,4$　　　　B. $1,4$　　　　C. $1,5$　　　　D. $4,5$

【答案】B

【解析】

【分析】计算出集合 A 、B 后，借助补集定义及交集定义即可得

【详解】由 $\frac{x \quad 1}{5 \quad x} \quad 0$，即 $\begin{matrix} x \quad 1 \; 5 \quad x \quad 0 \\ 5 \quad x \quad 0 \end{matrix}$，解得 $1 \quad x \quad 5$，故 $A \quad x | \; 1 \quad x \quad 5$，

由 $y \quad \log_2 \; x^2 \quad 16$，可得 $x^2 \quad 16 \quad 0$，即 $x>4$ 或 $x< \quad 4$，故 $ð_R B \quad x | \; 4 \quad x \quad 4$，

故 $A \quad ð_R B \quad x | \; 1 \quad x \quad 4$.

故选：B.

3. 已知在边长为1的菱形 $ABCD$ 中，角 A 为 60，若点 E 为线段 CD 的中点，则 $AE \quad EB$ （　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　B. $\frac{3}{4}$　　　　C. $\frac{3}{4}$　　　　D. $\frac{3}{2}$

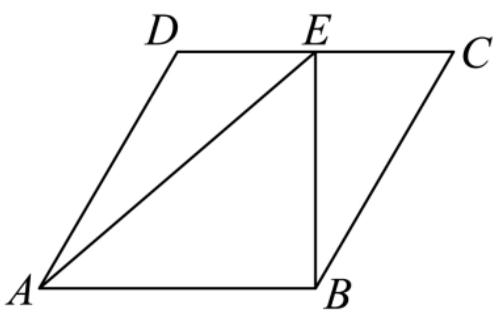
【答案】C

【解析】

【分析】借助向量的线性运算及数量积公式计算即可得

【详解】$AE \quad EB \quad AD \quad \frac{1}{2}AB \quad \frac{1}{2}AB \quad AD \quad \frac{1}{4}\left|AB\right|^2 \quad \left|AD\right|^2 \quad \frac{1}{4} \quad 1 \quad \frac{3}{4}$.

故选：C.



4. 已知角 的始边为 x 轴的非负半轴，顶点为坐标原点，若它的终边经过点 $P\ 1,\ 2$ ，则 $\sin 2\quad \cos 2$ （　　）

A. $\frac{1}{5}$　　　　B. $\frac{9}{5}$　　　　C. $\frac{7}{5}$　　　　D. $\frac{1}{5}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角函数的定义求出 $\sin$ ， $\cos$ ，再由二倍角公式代入计算可得.

【详解】因为角 的终边经过点 $P\ 1,\ 2$ ，

所以 $\sin \quad \frac{2}{\sqrt{1^2 \quad 2^2}} \quad \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ， $\cos \quad \frac{1}{\sqrt{1^2 \quad 2^2}} \quad \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，

所以 $\sin 2\quad \cos 2\quad 2\sin\ \cos\quad 2\cos^2\quad 1$

$2\quad \frac{2\sqrt{5}}{5}\quad \frac{\sqrt{5}}{5}\quad 2\quad \frac{\sqrt{5}}{5}^{2}\quad 1\quad \frac{7}{5}$.

故选：C

5. 已知等差数列 a_n 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_4\quad 2$ ， $S_8\quad 12$ ，则 S_{20} （　　）

A. 30　　　　B. 58　　　　C. 60　　　　D. 90

【答案】D

【解析】

【分析】借助等差数列片断和的性质计算即可得.

【详解】由数列 a_n 为等差数列，

故 S_4 、 $S_8\quad S_4$ 、 $S_{12}\quad S_8$ 、 $S_{16}\quad S_{12}$ 、 $S_{20}\quad S_{16}$ 亦为等差数列，

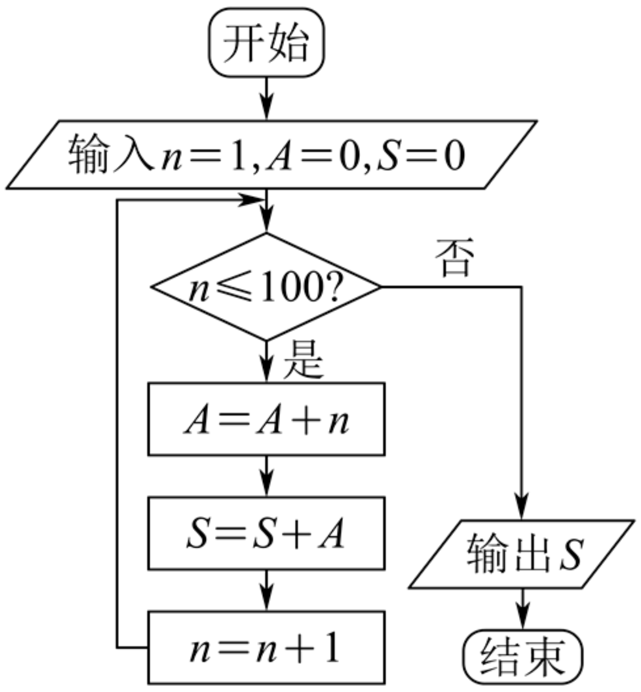
由 $S_4\quad 2$ ， $S_8\quad 12$ ，则 $S_8\quad S_4\quad 10$ ，

故 $S_{12}\quad S_8\quad 18$ ， $S_{16}\quad S_{12}\quad 26$ ， $S_{20}\quad S_{16}\quad 34$ ，

即有 $S_{12}\quad 18\quad S_8\quad 30$ ， $S_{16}\quad 26\quad S_{12}\quad 56$ ， $S_{20}\quad 34\quad S_{16}\quad 90$.

故选：D.

6. 执行如图的程序框图，则输出的结果是（　　）



A. 5050　　　B. 4950　　　C. 166650　　　D. 171700

【答案】D

【解析】

【分析】把问题转化成为求数列的和，根据数列求和的方法求解.

【详解】问题转化为：已知 a_n 中，a_n n，

A_n 是数列 a_n 的前 n 项和，S_n 是数列 A_n 的前 n 项和.最终求 S_{100}.

所以 A_n $\frac{n \quad n \quad 1}{2}$ $\frac{1}{2}n^2$ $\frac{1}{2}n$，

S_{100} $\frac{1}{2}$ 1^2 2^2 100^2 $\frac{1}{2}$ 1 2 100 $\frac{1}{2}$ $\frac{100 \; 101 \; 201}{6}$ $\frac{5050}{2}$ 171700.

故选：D

【点睛】关键点点睛：正整数前n项的平方和公式：1^2 2^2 3^2 n^2 $\frac{1}{6}n$ n 1 $2n$ 1 要记清，这是求解的一个重点

7. 已知平面区域Ω中的点满足 $\sqrt{2}$ 1 x y x $\sqrt{2}$ 1 y 0，若在圆面 x^2 y^2 2 中任取一点P，则该点取自区域Ω的概率为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　　B. $\frac{1}{4}$　　　C. $\frac{1}{6}$　　　D. $\frac{1}{7}$

【答案】B

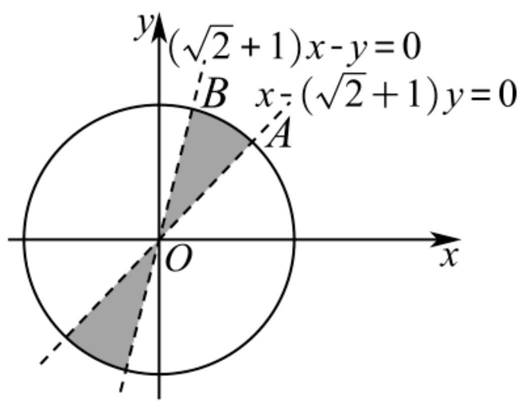
【解析】

【分析】先求出A、B所表示区域的面积，然后代入几何概率公式，计算即可得答案.

【详解】根据题意可得集合A $\{(x, y) | x^2$ y^2 $2\}$ 所表示的区域

即为如图所表示的圆及内部的平面区域，面积为 2π,

集合 $B \quad \{(x,y)|\quad \sqrt{2} \quad 1\ x \quad y \quad x \quad \sqrt{2} \quad 1\ y \quad 0$,



表示的平面区域即为图中的阴影部分，设 $\quad xOA$, $\quad xOB$,

所以 $\tan \quad \sqrt{2} \quad 1, \tan \quad \dfrac{1}{\sqrt{2} \quad 1} \quad \sqrt{2} \quad 1$,

$$\tan \ AOB \quad \tan \quad \frac{\tan \quad \tan}{1 \quad \tan \quad \tan} \quad \frac{\sqrt{2} \quad 1 \quad \sqrt{2} \quad 1}{1 \quad \sqrt{2} \quad 1 \quad \sqrt{2} \quad 1} \quad 1,$$

所以 $AOB \quad \dfrac{\pi}{4}$，所以阴影部分的面积为：$S \quad \dfrac{1}{4}\pi r^2 \quad \dfrac{\pi}{2}$,

根据几何概率的计算公式可得 $P \quad \dfrac{\frac{\pi}{2}}{2\pi} \quad \dfrac{1}{4}$,

故选：B .

8. 当函数 $y \quad 3\sin x \quad 4\cos x$ 取得最小值时，$\sin x \quad \dfrac{\pi}{6}$ （ ）

A. $\dfrac{4 \quad 3\sqrt{3}}{10}$　　B. $\dfrac{3 \quad 4\sqrt{3}}{10}$　　C. $\dfrac{3 \quad 4\sqrt{3}}{10}$　　D. $\dfrac{4 \quad 3\sqrt{3}}{10}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据辅助角公式，结合三角函数的性质可得 $\cos x \quad \sin \quad \dfrac{4}{5}, \sin x \quad \cos \quad \dfrac{3}{5}$,即可由和差角公式求解.

【详解】$y \quad 3\sin x \quad 4\cos x \quad 5\sin x$ ，其中 $\cos \quad \dfrac{3}{5}, \sin \quad \dfrac{4}{5}$,,

当 $x \quad \dfrac{\pi}{2} \quad 2k\pi, k \quad Z$ 时，取最小值，此时 $x \quad \dfrac{\pi}{2} \quad 2k\pi, k \quad Z$,

故 $\cos x \quad \sin \quad \dfrac{4}{5}, \sin x \quad \cos \quad \dfrac{3}{5}$,

故$\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}=\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$，

故选：A

9. 为了强化学生安全意识，落实“12530”安全教育，某学校让学生用这 5 个数字再加一个 0 来设定自己教室储物柜密码，若两个 0 之间至少有一个数字，且两 0 不都在首末两位，可以设置的密码共有（　　）

A. 72　　　　B. 120　　　　C. 216　　　　D. 240

【答案】C

【解析】

【分析】分两个 0 之间有一个数字，两个数字和三个数字，结合排列知识进行求解，相加后得到答案 .

【详解】从左到右的 6 个位置分别为A,B,C,D,E,F，

若两个 0 之间有一个数字，此时两个 0 的位置有A,C或B,D或C,E或D,F四种情况，

在把剩余的 4 个数进行全排列，此时共有$4A_4^4=96$种，

若两个 0 之间有两个数字，此时两个0 的位置有A,D或B,E或C,E三种情况，

剩余的 4 个数进行全排列，此时有$3A_4^4=72$种，

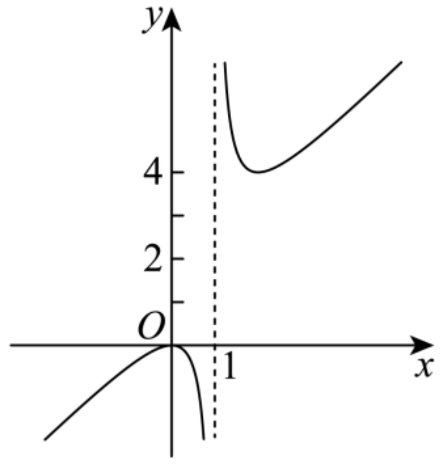
若两个 0 之间有三个数字，此时两个0 的位置有A,E或B,F两种情况，

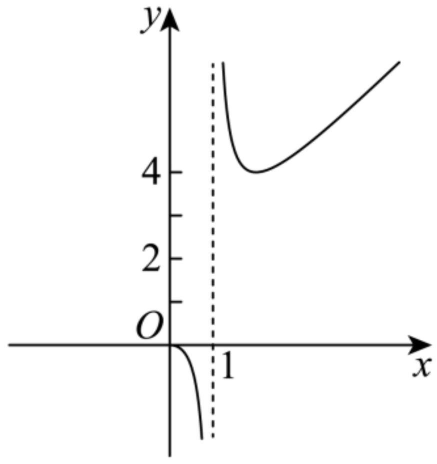
剩余的 4 个数进行全排列，此时有$2A_4^4=48$种，

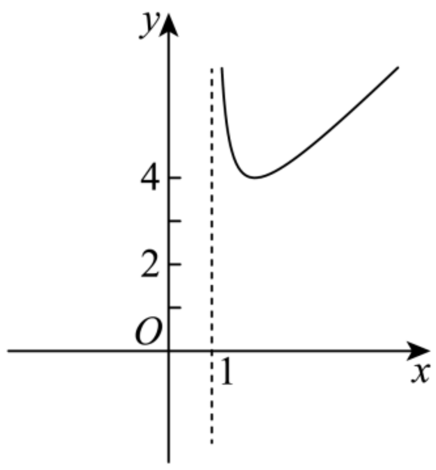
综上，可以设置的密码共有$96+72+48=216$个.

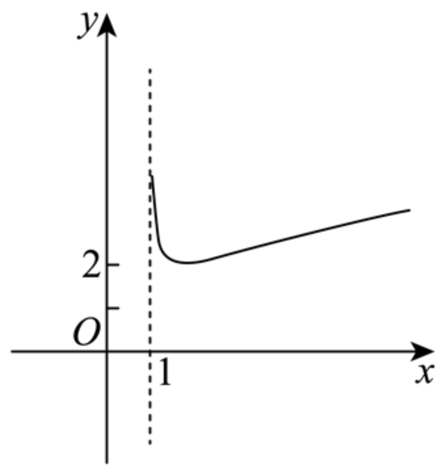
故选：C

10. 若将$\ln y-\ln x=\ln\left(y-x\right)$确定的两个变量 y 与 x 之间的关系看成$y=f\left(x\right)$，则函数$y=f\left(x\right)$的图象大致为（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用对数的运算及排除法即可求解.

【详解】由 $\ln y-\ln x=\ln(y-x)$ 得 $y=x(y-x)=xy-x^2$，

显然 $x\neq 1$，所以 $y=\frac{x^2}{x-1}$，

由 $x>0$，$y>0$ 得 $x>1$，

所以 $f(x)=\frac{x^2}{x-1}(x>1)$，排除 AB，

由 $f(x)=\frac{x^2}{x-1}=(x-1)+\frac{1}{x-1}+2\geq 2+2=4$，当且仅当 $x=2$ 时取等号，可排除 D.

故选：C.

11. 已知点 F 为双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 的右焦点，过点 F 的直线 l（斜率为 k）交双曲线右支于 M，N 两点，若线段 MN 的中垂线交 x 轴于一点 P，则 $\frac{|MN|}{|PF|}=$（　　）

A. $\frac{5}{4}$　　B. $\frac{5}{8}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{8}{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】设直线 MN 的方程及 M、N 的坐标，利用韦达定理、弦长公式计算即可.

【详解】设双曲线方程 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，焦距 $2c$，显然 $a=4, b=3, c=5$，

不妨设 MN 的方程为：$y=k(x-c)$，$M(x_1,y_1)$、$N(x_2,y_2)$， MN 的中点为Q，则 $Q\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$，

联立双曲线方程 $\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\\ y=kx-ck\end{cases}\Rightarrow\left(b^2-a^2k^2\right)x^2+2ca^2k^2x-a^2c^2k^2-a^2b^2=0$,

所以 $x_1+x_2=\frac{2ca^2k^2}{a^2k^2-b^2}$, $x_1x_2=\frac{a^2c^2k^2+a^2b^2}{a^2k^2-b^2}$, $k\neq\pm\frac{3}{4}$，

则 $\frac{y_1+y_2}{2}=k\frac{x_1+x_2}{2}-c=\frac{ckb^2}{a^2k^2-b^2}$,

$|MN|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\frac{2ab^2\sqrt{1+k^2}}{\left|a^2k^2-b^2\right|}=\frac{2ab^2\left(1+k^2\right)}{\left|a^2k^2-b^2\right|}$,

易知 $Q\left(\frac{ca^2k^2}{a^2k^2-b^2},\frac{cb^2k}{a^2k^2-b^2}\right)$，

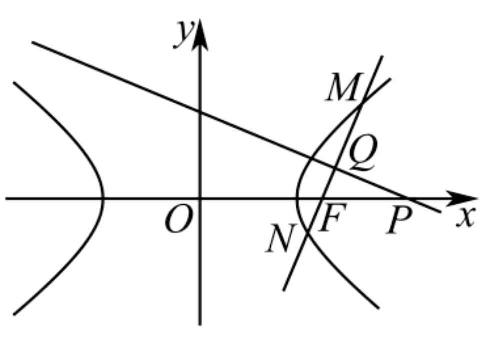
则 $l_{PQ}: y=-\frac{1}{k}\left(x-\frac{ca^2k^2}{a^2k^2-b^2}\right)+\frac{cb^2k}{a^2k^2-b^2}$,

令 $y=0\Rightarrow x_P=\frac{cb^2k^2}{a^2k^2-b^2}+\frac{ca^2k^2}{a^2k^2-b^2}=\frac{c^3k^2}{a^2k^2-b^2}$,

则 $|PF|=\left|\frac{c^3k^2}{a^2k^2-b^2}-c\right|=\frac{cb^2\left(k^2+1\right)}{\left|a^2k^2-b^2\right|}$

所以 $\frac{|MN|}{|PF|}=\frac{2a}{c}=\frac{8}{5}$.

故选：D



12. 已知函数 $f(x)=2\cos^2\frac{x}{2}+\frac{a}{2}x^2$，若 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的唯一极小值点，则 a 的取值范围为（　　）

A. $[1,+\infty)$　　B. $[0,1)$　　C. $(-1,+\infty)$　　D. $(-\infty,1]$

【答案】A

【解析】

【分析】对 a 分类讨论，通过二阶求导得出函数 $f\ x$ 的单调性，得出 $x\ \ 0$ 是函数 $f\ x$ 的唯一极小值点的条件.

【详解】因为 $f\ x\ \ 2\cos^2\frac{x}{2}\ \ \frac{a}{2}x^2\ \ \cos x\ \ 1\ \ \frac{a}{2}x^2$，所以 $f\ x\ \ \sin x\ \ ax$，

令 $g\ x\ \ f\ x\ \ \sin x\ \ ax$，$g\ x\ \ \cos x\ \ a$，

当 $a\ \ 1$ 时，$g\ x\ \ \cos x\ \ a\ \ 0$，故 $g\ x$ 单调递增，

又 $g\ 0\ \ 0$，故当 $x\ \ 0$ 时 $g\ x\ \ 0$，当 $x\ \ 0$ 时 $g\ x\ \ 0$，

所以 $f\ x$ 在 $\ ,0$ 上单调递减，在 $0,\ $ 上单调递增，

故 $x\ \ 0$ 是函数 $f\ x$ 的唯一极小值点，符合题意；

当 $a\ \ 1$ 时，$g\ 0\ \ 1\ \ a\ \ 0$，

故一定存在 $m\ \ 0$，使得 $g\ x$ 在 $0,m$ 单调递减，

此时 $x\ \ 0$ 不是函数 $f\ x$ 的极小值点，不合题意，

综上所述，a 的取值范围为 $1,\ \ ,$

故选：A.

【点睛】关键点点睛：本题关键是通过二阶求导，得出函数 $f\ x$ 的单调性，对 a 分类讨论得出结果.

第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知总体的各个个体的值由小到大依次为 $2,4,4,6,a,b,12,14,18,20$，且总体的平均值为 10，则 $\frac{4}{a}\ \ \frac{9}{b}$ 的最小值为 ______ .

【答案】 $\frac{5}{4}$

【解析】

【分析】根据平均数得到方程，求出 $a\ \ b\ \ 20$，由基本不等式 “1” 的妙用求出最小值 .

【详解】由题意得 $\frac{2\ \ 4\ \ 4\ \ 6\ \ a\ \ b\ \ 12\ \ 14\ \ 18\ \ 20}{10}\ \ 10$，

解得 $a\ \ b\ \ 20$，

由于 $6\ \ a\ \ b\ \ 12$，