

2.8—2.9 二次函数的应用

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

A 卷 (基础巩固)

一、选择题

1. (2021·山西晋中市九年级期末) 在晋中市中考体育训练期间, 某初三学生对自己某次实心球训练的录像进行分析, 发现实心球飞行高度 y (米) 与水平距离 x (米) 之间的关系式为 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$, 由此可知该生此次实心球训练的成绩为 ()

A. 3 米 B. 2 米 C. 10 米 D. $\frac{5}{3}$ 米

【答案】C

【分析】根据铅球落地时, 高度 $y=0$, 把实际问题可理解为当 $y=0$ 时, 求 x 的值即可.

【详解】

解: 当 $y=0$ 时, $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} = 0$,

解得: $x_1 = -2$ (舍去), $x_2 = 10$,

由此可知该生此次实心球训练的成绩为 10 米;

故选:C.

【点睛】本题考查了二次函数的实际应用, 解析式中自变量与函数表达的实际意义; 结合题意, 选取函数或自变量的特殊值, 列出方程求解是解题关键.

2. 长为 20cm, 宽为 10cm 的矩形, 四个角上剪去边长为 x cm 的小正方形, 然后把四边折起来, 作成底面为 y cm² 的无盖的长方体盒子, 则 y 与 x 的关系式为 ()

A. $y = (10-x)(20-x)(0 < x < 5)$ B. $y = 10 \times 20 - 4x^2(0 < x < 5)$
C. $y = (10-2x)(20-2x)(0 < x < 5)$ D. $y = 200 + 4x^2(0 < x < 5)$

【答案】C

【分析】利用现有一块长 20cm、宽 10cm 的矩形, 将它的四个角各剪去一个边长为 x cm 的小正方形, 则底面长与宽均减少 $2x$ cm, 表示出无盖的长方体盒子底边的长, 进而得出 y 与 x 之间的函数关系式.

【详解】

解: 设小正方形边长为 x cm, 由题意知:

现在底面长为 $(20-2x)$ cm, 宽为 $(10-2x)$ cm,

则 $y = (10-2x)(20-2x) \ (0 < x < 5)$,

故选: C.

【点睛】此题主要考查了根据实际问题列二次函数关系式, 表示出长方体盒子底边的长与宽是解题关键.

3. (2021 · 江苏苏州市振华中学校九年级月考) 苏州市“东方之门”是由两栋超高层建筑组成的双塔连体建筑, “门”的造型是东方之门的立意基础, “门”的内侧曲线呈抛物线型, 如图 1, 两栋建筑第八层由一条长 $60m$ 的连桥连接, 在该抛物线两侧距连桥 $150m$ 处各有一窗户, 两窗户的水平距离为 $30m$, 如图 2, 则此抛物线顶端 O 到连桥 AB 距离为 ()

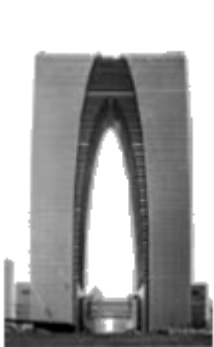


图1

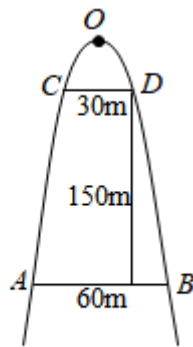


图2

A. $180m$

B. $200m$

C. $220m$

D. $240m$

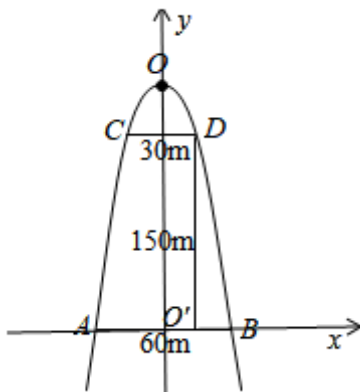
【答案】B

【分析】

以 AB 所在的直线为 x 轴, 以线段 AB 的垂直平分线所在的直线为 y 轴建立平面直角坐标系, 用待定系数法求得抛物线的解析式, 则可知顶点 O 的坐标, 从而可得此抛物线顶端 O 到连桥 AB 距离.

【详解】

解: 以 AB 所在的直线为 x 轴, 以线段 AB 的垂直平分线所在的直线为 y 轴建立平面直角坐标系:



$\therefore A(-30,0)$, $B(30,0)$, $D(15,150)$,

设抛物线的解析式为 $y = a(x+30)(x-30)$, 将 $(15,150)$ 代入, 得:

$$150 = a(15+30)(15-30),$$

解得： $a = -\frac{2}{9},$

$$\therefore y = -\frac{2}{9}(x+30)(x-30)$$

$$= -\frac{2}{9}x^2 + 200,$$

$\therefore$ 抛物线顶端 O 的坐标为 $(0, 200),$

$\therefore$ 此抛物线顶端 O 到连桥 AB 距离为 $200m.$

故选： $B.$

【点睛】

本题考查了二次函数在实际问题中的应用，数形结合、熟练掌握待定系数法是解题的关键.

4. (2021 · 北京市九年级月考) 商店销售一种进价为 50 元/件的商品，售价为 60 元/件，每星期可卖出 200 件，若每件商品的售价上涨 1 元，则每星期就会少卖 10 件. 每件商品的售价上涨 x 元 (x 正整数)，每星期销售的利润为 y 元，则 y 与 x 的函数关系式为 ()

A. $y = 10(200 - 10x)$

B. $y = 200(10+x)$

C. $y = 10(200 - 10x)^2$

D. $y = (10+x)(200 - 10x)$

【答案】 D

【分析】

设每件商品的售价上涨 x 元 (x 正整数)，则每件商品的利润为 $(60-50+x)$ 元，总销量为 $(200-10x)$ 件，根据 总利润=每件的利润 $\times$ 销售量即可求解.

【详解】

解：设每件商品的售价上涨 x 元 (x 正整数)，

则每件商品的利润为 $(60-50+x)$ 元，总销量为 $(200-10x)$ 件，

商品利润为 $y = (10+x)(200 - 10x).$

故选： $D.$

【点睛】

本题考查了二次函数的实际应用，解题的关键是理解题意，能准确表示出函数关系式需要的未知量.

5. (2021 · 武汉市九年级月考) 向空中发射一枚炮弹，经 x 秒后的高度为 y 米，且时间与高度的关系为

$$y = ax^2 + bx + c (a \neq 0).$$

若此炮弹在第 7 秒与第 14 秒的高度相等，则在下列时间中炮弹所在高度最高的是 ()

A. 第 8 秒

B. 第 10 秒

C. 第 12 秒

D. 第 15 秒

【答案】B

【分析】

由炮弹在第 7 秒与第 14 秒时的高度相等，将 $x=7$ 和 $x=14$ 代入求得 a 和 b 的关系，再求得 $x=-\frac{b}{2a}$ 即可求得

结果：

【详解】

解：由炮弹在第 7 秒与第 14 秒时的高度相等，将 $x=7$ 和 $x=14$ 代入求得 a 和 b 的关系：

$$49a+7b=196a+14b,$$

即 $b+21a=0$

又 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，炮弹所在高度最高，

将 $b+21a=0$ 代入即可得：

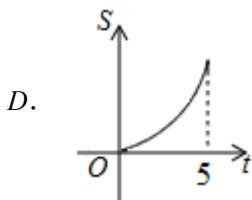
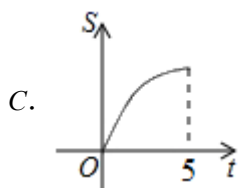
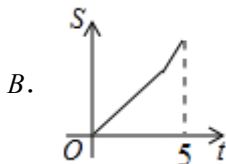
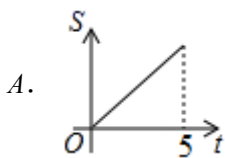
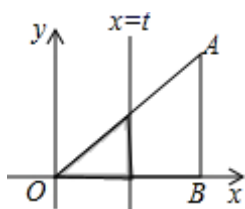
$$x=10.5.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查了二次函数与实际的结合，运用二次函数的性质解决最值问题是解题关键.

6. (2021·河南淮滨九年级月考) 如图， $Rt\triangle AOB$ 中， $AB \perp OB$ ，且 $AB=OB=5$ ，设直线 $x=t$ 截此三角形所得阴影部分的面积为 S ，则 S 与 t 之间的函数关系的图象为下列选项中的 ()



【答案】D

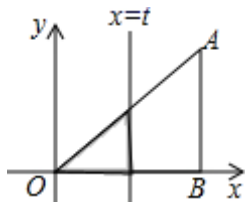
【分析】

$Rt\triangle AOB$ 中, $AB \perp OB$, 且 $AB = OB = 5$, 所以很容易求得 $\angle AOB = \angle A = 45^\circ$; 再由平行线的性质得出

$\angle OCD = \angle A$, 即 $\angle AOD = \angle OCD = 45^\circ$, 进而证明 $OD = CD = t$; 最后根据三角形的面积公式, 解答出 S 与 t 之间的函数关系式, 由函数解析式来选择图象.

【详解】

解: 如图示,



$\because Rt\triangle AOB$ 中, $AB \perp OB$, 且 $AB = OB = 5$,

$\therefore \angle AOB = \angle A = 45^\circ$,

$CD \perp OB$,

$\therefore CD \parallel AB$,

$\therefore \angle OCD = \angle A$,

$\therefore \angle AOD = \angle OCD = 45^\circ$,

$\therefore OD = CD = x = t$,

$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} \times OD \times CD$$

$$= \frac{1}{2} t^2 (0 \leq t \leq 5),$$

$$\text{即 } S = \frac{1}{2} t^2 (0 \leq t \leq 5).$$

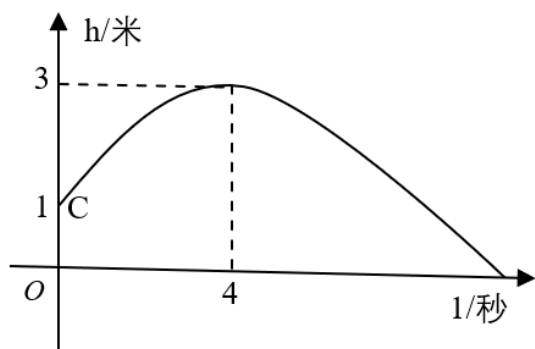
故 S 与 t 之间的函数关系的图象自变量的范围为 $0 \leq t \leq 5$ 、开口向上的二次函数图象;

故选: D.

【点睛】

本题主要考查的是二次函数解析式的求法及二次函数的图象特征.

7. (2021·河北青县九年级月考) 如图, 铅球的出手点 C 距地面 1 米, 出手后的运动路线是抛物线, 出手后 4 秒钟达到最大高度 3 米, 则铅球运行路线的解析式为 ()



A. $h = -\frac{3}{16}t^2$

B. $h = -\frac{3}{16}t^2 + t$

C. $h = -\frac{1}{8}(t-4)^2 + 3$

D. $h = -\frac{1}{3}(t-4)^2 + 3$

【答案】C

【分析】

根据抛物线的图象可知顶点为(4,3)，设顶点式 $h = a(t-4)^2 + 3$ ，根据 C 的坐标求得解析式即可．

【详解】

依题意，抛物线的图象可知顶点为(4,3)，

设解析式为 $h = a(t-4)^2 + 3$ ，

$\because C(0,1)$ ，

则 $1 = 16a + 3$ ，

解得 $a = -\frac{1}{8}$ ，

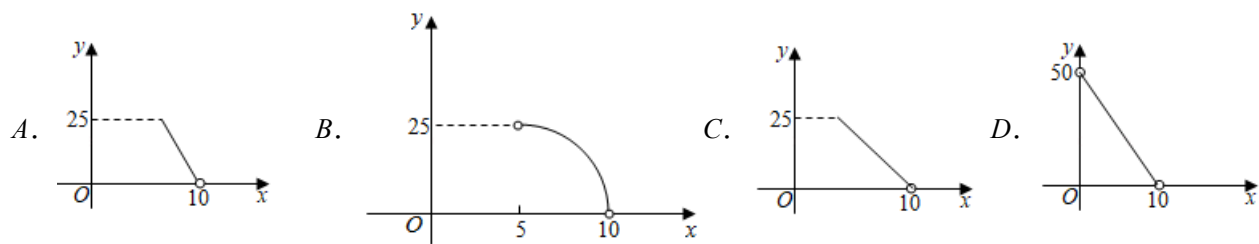
故抛物线的解析式为 $h = -\frac{1}{8}(t-4)^2 + 3$ ．

故选 C．

【点睛】

本题考查了实物抛物线，根据图象设顶点式是解题的关键．

8. (2021·江苏吴中九年级二模) 用一段长为 20m 的篱笆围成一个矩形菜园，设菜园的 diagonal 长为 xm ，面积为 ym^2 ，则 y 与 x 的函数图象大致是 ()



【答案】B

【分析】

设矩形的长为 am ，宽为 bm ，可得 $a+b=10$ (m)，由菜园的对角线长为 xm ，根据勾股定理 $a^2+b^2=x^2$ ，由三角形成立条件与两数差平方非负性可得 $5\sqrt{2} \leq x < 10$ ，由公式配方可得 $y=ab=-\frac{1}{2}x^2+50$ 即可。

【详解】

解：设矩形的长为 am ，宽为 bm ，

根据题意，得 $a+b=20 \div 2=10$ (m)，

$\because$ 菜园的对角线长为 xm ，

$$\therefore a^2+b^2=x^2,$$

$$\because x < a+b=10, (a-b)^2 \geq 0,$$

$$\therefore x^2=a^2+b^2 \geq 2ab, \text{ 仅当 } a=b \text{ 取等号,}$$

$$\therefore x^2 \geq 2 \times 5 \times 5,$$

$$\therefore x \geq 5\sqrt{2},$$

$$5\sqrt{2} \leq x < 10,$$

$$\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$\therefore 10^2 = x^2 + 2ab,$$

$$\therefore y = ab = \frac{10^2 - x^2}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + 50,$$

$$\therefore 0 \leq y < 25, \text{ 且 } x = 5\sqrt{2} \text{ 时, } y = 25,$$

$\therefore y$ 与 x 函数图象是二次函数的图象，即开口方向向下的抛物线。

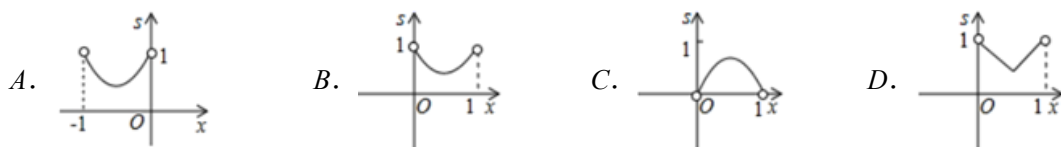
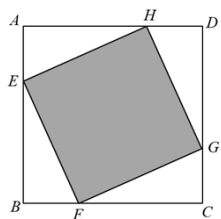
故选：B。

【点睛】

本题考查列二次函数解析式，自变量取值范围，完全平方公式，矩形面积，掌握列二次函数解析式，自变量取值范围，完全平方公式，矩形面积是解题关键。

9. (2021·武汉市九年级月考) 如图所示，正方形 $ABCD$ 的边长为 1. E 、 F 、 G 、 H 分别为各边上的点，且

$AE=BF=CG=DH$ ，设小正方形 $EFGH$ 的面积为 S ， AE 为 x ，则 S 关于 x 的函数图象大致是（ ）



【答案】B

【分析】

根据条件可知 $\triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG$ ，设 AE 为 x ，则 $AH = 1 - x$ ，根据勾股定理

$EH^2 = AE^2 + AH^2 = x^2 + (1 - x)^2$ ，进而可求出函数解析式，由此可求出答案.

【详解】

解：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AB = BC = CD = DA$ ， $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ，

又∵ $AE = BF = CG = DH$ ，

∴ $BE = CF = DG = AH$ ，

∴ $\triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG$ (SAS).

设 AE 为 x ，则 $AH = 1 - x$ ，

根据勾股定理，得 $EH^2 = AE^2 + AH^2 = x^2 + (1 - x)^2$ ，

即 $s = x^2 + (1 - x)^2$

$$= 2x^2 - 2x + 1$$

$$= 2(x^2 - x) + 1$$

$$= 2\left(x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) + 1$$

$$= 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2},$$

∴ 所求函数图象是一条开口向上的抛物线，对称轴是直线 $x = \frac{1}{2}$.

由题意可知自变量的取值范围是 $0 < x < 1$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理的应用以及二次函数的综合运用．关键是根
据题意，列出函数关系式，判断二次函数的自变量取值范围，开口方向及对称轴．

10. (2021·河北保定市九年级期末) 某公司销售一种藜麦，成本价为 30 元/千克，若以 35 元/千克的价格销
售，每天可售出 450 千克．当售价每涨 0.5 元/千克时，日销售量就会减少 15 千克．设当日销售单价为 x (元
/千克) ($x \geq 30$ ，且 x 是按 0.5 的倍数上涨)，当日销售量为 y (千克)．有下列说法：

①当 $x = 36$ 时， $y = 420$

② y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -30x + 1500$

③若使日销售利润为 2880 元，且销售量较大，则日销售单价应定为 42 元/千克

④若使日销售利润最大，销售价格应定为 40 元/千克

其中正确的是 ()

A. ①②

B. ①②④

C. ①②③

D. ②④

【答案】B

【分析】

根据题意求出二次函数的解析式，再根据利润的关系逐一判断即可；

【详解】

当 $x = 36$ 时， $y = 450 - 15 \times 2 = 420$ ，故①正确；

由题意得： $y = 450 - (x - 35) \times 15 \times 2 = -30x + 1500$ ，故②正确；

日销售利润为 $w = y(x - 30) = (-30x + 1500)(x - 30)$ ，

由题意得： $(-30x + 1500)(x - 30) = 2880$ ，

整理得： $x^2 - 80x + 1596 = 0$ ，

解得： $x_1 = 42$ ， $x_2 = 38$ ，

$\because$ 销售单价为 38 元/千克时的销售量比销售单价为 42 元/千克时大，

$\therefore x = 42$ 不合题意，

即若使日销售利润为 2880 元，且销售量较大，则日销售单价应定为 38 元/千克，故③错误；

由上问可知： $w = y(x - 30) = (-30x + 1500)(x - 30)$ ，

即 $w = -30x^2 + 2400x - 45000 = -30(x^2 - 80x + 1500) = -30(x - 40)^2 + 3000$ ，

$\because -30 < 0$,

$\therefore$ 当 $x = 40$ 时, $w_{\text{最大值}} = 3000$,

即若使日销售利润最大, 销售价格应定为 40 元/千克, 故④正确;

故正确的是①②④;

故答案选 B.

【点睛】

本题主要考查了二次函数的实际应用, 准确计算是解题的关键.

二、填空题

11. (2021 · 北京五十五中九年级月考) 某商店经销一种健身球, 已知这种健身球的成本价为每个 20 元, 市场

调查发现, 该种健身球每天的销售量 y (个) 与销售单价 x (元) 有如下关系: $y = -2x + 80 (20 \leq x \leq 40)$,

设这种健身球每天的销售利润为 w 元. 则 w 与 x 之间的函数关系式为_____.

【答案】 $w = -2x^2 + 120x - 1600$

【分析】

根据销售总利润等于单件利润乘销售量计算解答.

【详解】

解: $w = (x - 20)y = (x - 20)(-2x + 80) = -2x^2 + 120x - 1600$,

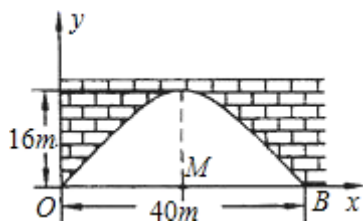
故答案为: $w = -2x^2 + 120x - 1600$.

【点睛】

此题考查求函数解析式, 正确理解题意是解题的关键.

12. (2021 · 北京市九年级月考) 有一个抛物线形桥拱的最大高度为 16m, 跨度为 40m, 把它放在如图所示的

直角坐标系里, 若要在离跨度中心点 M 的距离 5m 处垂直竖一根铁柱支撑这个拱顶, 铁柱的长为 _____m.



【答案】 15

【分析】

根据抛物线形的拱桥在坐标系中的位置, 找出抛物线上顶点和另一个点的坐标, 代入抛物线的顶点式求出抛物线的解析式, 再根据铁柱所在地的横坐标求出纵坐标, 就是铁柱的高度.

【详解】

解：由题意，知抛物线的顶点坐标为 $(20, 16)$ ，点 $B(40, 0)$ ，

$\therefore$ 可设抛物线的关系为 $y = a(x-20)^2 + 16$ 。

$\because$ 点 $B(40, 0)$ 在抛物线上，

$\therefore a(40-20)^2 + 16 = 0$ ，

$$\therefore a = -\frac{1}{25},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{25}(x-20)^2 + 16.$$

$\because$ 竖立柱柱脚的点为 $(15, 0)$ 或 $(25, 0)$ ，

$$\therefore \text{当 } x=15 \text{ 时, } y = -\frac{1}{25}(15-20)^2 + 16 = 15m;$$

$$\text{当 } x=25 \text{ 时, } y = -\frac{1}{25}(25-20)^2 + 16 = 15m.$$

$\therefore$ 铁柱应取 $15m$ 。

故答案是：15。

【点睛】

本题考查了二次函数的应用，解题的关键是知道抛物线在直角坐标系中的位置，选择适当的方法求出二次函数的解析式，运用解析式求出铁柱的高度。

13. (2021·苏州市九年级月考) 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(4, 0)$ 、 $B(1, 0)$ 两点，点 C 为抛物线与 y 轴的交点，点 D 是直线 AC 上方的抛物线上一点，则 $\triangle DCA$ 面积的最大值是 _____。

【答案】4

【分析】

把 A 与 B 坐标代入求出抛物线解析式，再过 D 作 DE 与 y 轴平行，因为 $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot OA$ ，从而表示出 S 与 t 的二次函数解析式，利用二次函数性质求出 S 的最大值即可。

【详解】

解： $\because$ 抛物线过 $A(4, 0)$ ， $B(1, 0)$ ，

$$\therefore \text{将 } A、B \text{ 代入解析式得, } \begin{cases} -8 + 4b + c = 0 \\ -\frac{1}{2} + b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = \frac{5}{2} \\ c = -2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 2,$$

$$\therefore C(0, -2),$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x - 2,$$

过点 D 作 y 轴的平行线交 AC 于点 E , 连接 DA 、 DC ,

$$\text{设 } D \text{ 点的横坐标为 } t, \text{ 则 } D \text{ 点的纵坐标为 } y = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{5}{2}t - 2,$$

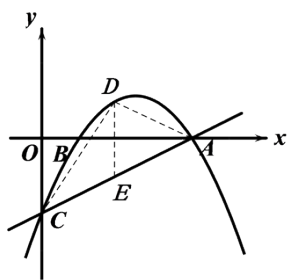
$$\therefore E \text{ 点的坐标为 } (t, \frac{1}{2}t - 2),$$

$$\therefore DE = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{5}{2}t - 2 - (\frac{1}{2}t - 2) = -\frac{1}{2}t^2 + 2t,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot OA = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2}t^2 + 2t) \times 4 = -t^2 + 4t = -(t-2)^2 + 4,$$

$$\therefore \text{当 } t = 2 \text{ 时, } \triangle DCA \text{ 面积最大值为 } 4,$$

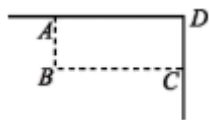
故答案为: 4.



【点睛】

本题考查了二次函数的应用, 解题的关键是熟练利用铅垂法求三角形的面积.

14. (2021·北京市九年级月考) 如图假设篱笆(虚线部分)的长度是 $16m$, 墙足够长(图中实线部分), 则所围成矩形 $ABCD$ 的最大面积是 $\underline{\hspace{2cm}} m^2$.



【答案】64

【分析】

设 $BC = xm$, 则可得 $AB = (16-x)m$, 围成矩形 $ABCD$ 的面积为 ym^2 , 由面积公式可得 y 关于 x 的二次函数, 求出最大值即可.

【详解】

设 $BC = xm$, 则 $AB = (16-x)m$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/478044043003006073>