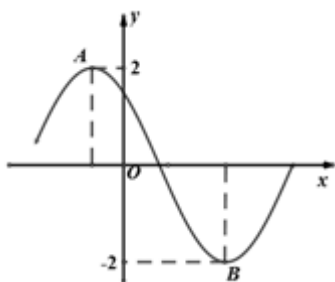


A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{5\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{5\sqrt{6}}{12}$

7. 已知 $f(x+2)$ 是偶函数, $f(x)$ 在 $(-\infty, 2]$ 上单调递减, $f(0) = 0$, 则 $f(2-3x) > 0$ 的解集是

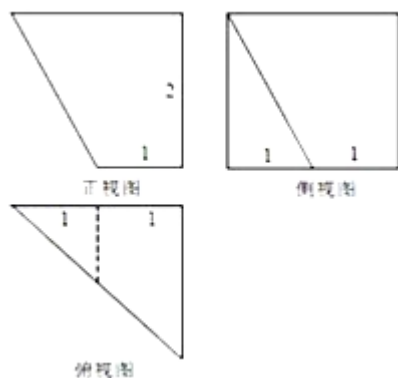
- A. $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup (2, +\infty)$ B. $(\frac{2}{3}, 2)$
C. $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ D. $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

8. 函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的部分图像如图所示, 若 $AB = 5$, 点 A 的坐标为 $(-1, 2)$, 若将函数 $f(x)$ 向右平移 $m(m > 0)$ 个单位后函数图像关于 y 轴对称, 则 m 的最小值为 ()



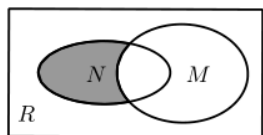
- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

9. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()



- A. $\frac{8}{3}$ B. 3 C. $\frac{11}{3}$ D. 4

10. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x - 10 < 0\}$, $N = \{x | y = \sqrt{9 - x^2}\}$, 且 M 、 N 都是全集 R (R 为实数集) 的子集, 则如图所示韦恩图中阴影部分所表示的集合为 ()



- A. $\{x | 3 < x \leq 5\}$ B. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$
C. $\{x | -3 \leq x \leq -2\}$ D. $\{x | -3 \leq x \leq 5\}$

11. 设 i 为数单位, $\bar{z}$ 为 z 的共轭复数, 若 $z = \frac{1}{3+i}$, 则 $z \cdot \bar{z} =$ ()

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{1}{10}i$

C. $\frac{1}{100}$

D. $\frac{1}{100}i$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x, & x \geq 2 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1, & x < 2 \end{cases}$, 满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $(1, +\infty)$

B. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right]$

C. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right)$

D. $\left(\frac{13}{8}, +\infty\right)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角为 30° , $(\vec{a} + 2\vec{b}) \parallel (2\vec{a} + \lambda\vec{b})$, 则 $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.

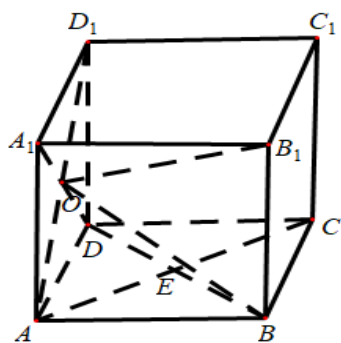
14. $(1-x)(1+x)^4$ 展开式中, 含 x^2 项的系数为 _____.

15. 在平面五边形 $ABCDE$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = AE = 6\sqrt{3}$, $BC \perp CD$, 且 $BC = DE = 6$. 将五边形 $ABCDE$ 沿对角线 BE 折起, 使平面 ABE 与平面 $BCDE$ 所成的二面角为 120° , 则沿对角线 BE 折起后所得几何体的外接球的表面积是 _____.

16. 若 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{3}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\cos \alpha =$ _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图, 在直棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $AB = BD = 2$, $BB_1 = 2$, BD 与 AC 相交于点 E , A_1D 与 AD_1 相交于点 O .



(1) 求证: $AC \perp$ 平面 BB_1D_1D ;

(2) 求直线 OB 与平面 OB_1D_1 所成的角的正弦值.

18. (12 分) 已知等腰梯形 $ABCD$ 中 (如图 1), $AB = 4$, $BC = CD = DA = 2$, F 为线段 CD 的中点, E 、 M 为线段 AB 上的点, $AE = EM = 1$, 现将四边形 $AEFD$ 沿 EF 折起 (如图 2)

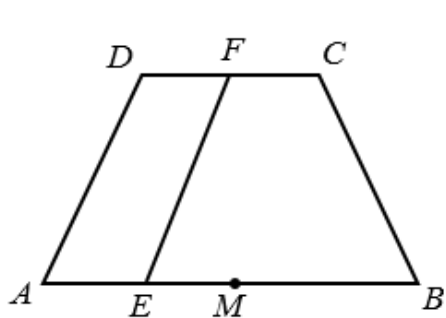


图 1

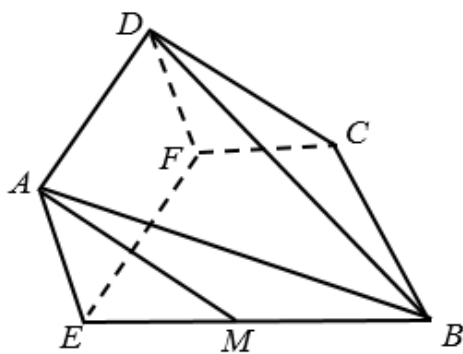


图 2

(1) 求证: $AM \parallel$ 平面 BCD ;

(2) 在图 2 中, 若 $BD = \sqrt{6}$, 求直线 CD 与平面 $BCFE$ 所成角的正弦值.

19. (12 分) 已知直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = m + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 \cos^2 \theta + 3\rho^2 \sin^2 \theta = 12$, 且曲线 C 的左焦点 F 在直线 l 上.

(I) 求 l 的极坐标方程和曲线 C 的参数方程;

(II) 求曲线 C 的内接矩形的周长的最大值.

20. (12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $2\sin^2 \frac{A-B}{2} + 2\cos^2 \frac{A+B}{2} + 2\cos A \cos B = 1$

(1) 求角 C 的大小

(2) 若 $c = 4, |\vec{CA} + \vec{CB}| = \sqrt{38}$, 求的周长

21. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, A 为椭圆上一动点 (异于左右顶点), $\triangle AF_1F_2$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若直线 $l: y = x + m$ 与椭圆 C 相交于点 A, B 两点, 问 y 轴上是否存在点 M , 使得 $\triangle ABM$ 是以 M 为直角顶点的等腰直角三角形? 若存在, 求点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 + x (a \in \mathbb{R})$, 函数 $g(x) = -2x + 3$.

(I) 判断函数 $F(x) = f(x) + \frac{1}{2}ag(x)$ 的单调性;

(II) 若 $-2 \leq a \leq -1$ 时, 对任意 $x_1, x_2 \in [1, 2]$, 不等式 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq t |g(x_1) - g(x_2)|$ 恒成立, 求实数 t 的最小值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

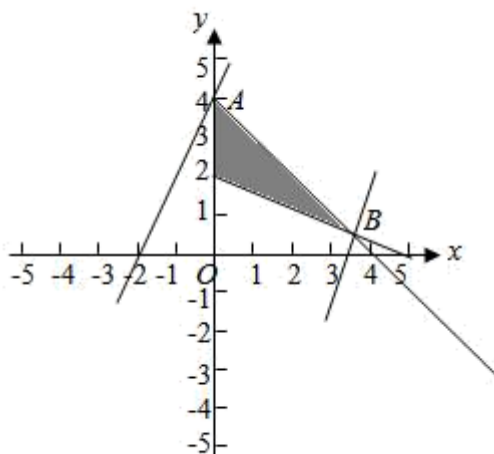
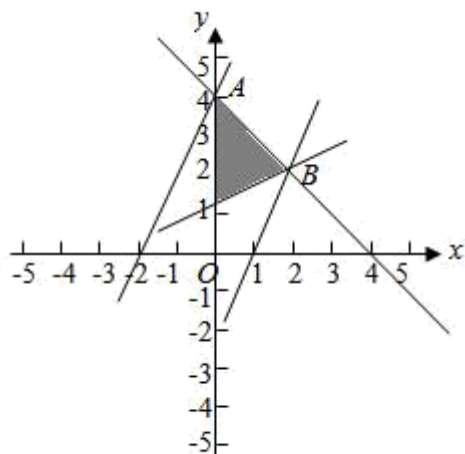
判断直线 $bx+ay+c=0$ 与纵轴交点的位置，画出可行解域，即可判断出目标函数的最值情况。

【详解】

由 $a+b+c=0$ ， $a>b>c$ ，所以可得 $a>0, c<0$ 。

$$a>b \Rightarrow a>-a-c \Rightarrow \frac{c}{a}>-2, b>c \Rightarrow -a-c>c \Rightarrow \frac{c}{a}<-\frac{1}{2} \therefore -2<\frac{c}{a}<-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}<-\frac{c}{a}<2,$$

所以由 $bx+ay+c=0 \Rightarrow y=-\frac{b}{a}x-\frac{c}{a}$ ，因此该直线在纵轴的截距为正，但是斜率有两种可能，因此可行解域如下图所示：



由此可以判断该目标函数一定有最大值和最小值。

故选：B

【点睛】

本题考查了目标函数最值是否存在问题，考查了数形结合思想，考查了不等式的性质应用。

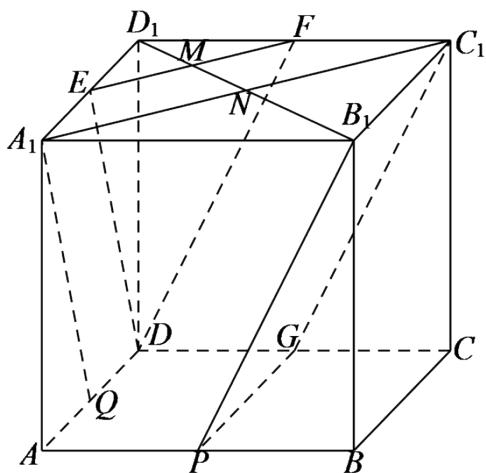
2、B

【解析】

作出图形，设平面 α 分别交 A_1D_1 、 C_1D_1 于点 E 、 F ，连接 DE 、 DF 、 EF ，取 CD 的中点 G ，连接 PG 、 C_1G ，连接 A_1C_1 交 B_1D_1 于点 N ，推导出 $B_1P \parallel C_1G$ ，由线面平行的性质定理可得出 $C_1G \parallel DF$ ，可得出点 F 为 C_1D_1 的中点，同理可得出点 E 为 A_1D_1 的中点，结合中位线的性质可求得 $\frac{MD_1}{MB_1}$ 的值.

【详解】

如下图所示:



设平面 α 分别交 A_1D_1 、 C_1D_1 于点 E 、 F ，连接 DE 、 DF 、 EF ，取 CD 的中点 G ，连接 PG 、 C_1G ，连接 A_1C_1 交 B_1D_1 于点 N ，

Q 四边形 $ABCD$ 为正方形, P 、 G 分别为 AB 、 CD 的中点, 则 $BP \parallel CG$ 且 $BP = CG$,

$\therefore$ 四边形 $BCGP$ 为平行四边形, $\therefore PG \parallel BC$ 且 $PG = BC$,

$QB_1C_1 \parallel BC$ 且 $B_1C_1 = BC$, $\therefore PG \parallel B_1C_1$ 且 $PG = B_1C_1$, 则四边形 B_1C_1GP 为平行四边形,

$\therefore B_1P \parallel C_1G$, $Q B_1P \parallel$ 平面 α , 则存在直线 $a \subset$ 平面 α , 使得 $B_1P \parallel a$,

若 $C_1G \subset \text{平面}\alpha$, 则 $G \in \text{平面}\alpha$, 又 $D \in \text{平面}\alpha$, 则 $CD \subset \text{平面}\alpha$,

此时, 平面 α 为平面 CDD_1C_1 , 直线 A_1Q 不可能与平面 α 平行,

所以, $C_1G \not\subset \text{平面}\alpha$, $\therefore C_1G \parallel a$, $\therefore C_1G \parallel \text{平面}\alpha$,

$QC_1G \subset \text{平面} CDD_1C_1$, 平面 $CDD_1C_1 \perp \text{平面} \alpha = DF$, $\therefore DF \parallel C_1G$,

∵ $C_1F \parallel DG$, 所以, 四边形 C_1GDF 为平行四边形, 可得 $C_1E = DG = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}C_1D_1$,

$\therefore F$ 为 C_1D_1 的中点，同理可证 E 为 A_1D_1 的中点， $\because B_1D_1 \parallel EF = M$ ， $\therefore MD_1 = \frac{1}{2}D_1N = \frac{1}{4}B_1D_1$ ，因此， $\frac{MD_1}{MB_1} = \frac{1}{3}$ 。

故选：B.

【点睛】

本题考查线段长度比值的计算，涉及线面平行性质的应用，解答的关键就是找出平面 α 与正方体各棱的交点位置，考查推理能力与计算能力，属于中等题.

3、D

【解析】

由题得 $\frac{|2 \times 5 - 12k + 6|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = 4$ ，解方程即得 k 的值.

【详解】

由题得 $\frac{|2 \times 5 - 12k + 6|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = 4$ ，解方程即得 $k = -3$ 或 $\frac{17}{3}$.

故答案为：D

【点睛】

(1) 本题主要考查点到直线的距离公式，意在考查学生对该知识的掌握水平和计算推理能力. (2) 点 $P(x_0, y_0)$ 到直线

$$l: Ax + By + C = 0 \text{ 的距离 } d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

4、B

【解析】

分别求出两个随机变量的分布列后求出它们的期望和方差可得它们的大小关系.

【详解】

ξ_1 可能的取值为 0, 1, 2； ξ_2 可能的取值为 0, 1，

$$P(\xi_1 = 0) = \frac{4}{9}, \quad P(\xi_1 = 2) = \frac{1}{9}, \quad P(\xi_1 = 1) = 1 - \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{4}{9},$$

$$\text{故 } E\xi_1 = \frac{2}{3}, \quad D\xi_1 = 0^2 \times \frac{4}{9} + 2^2 \times \frac{1}{9} + 1^2 \times \frac{4}{9} - \frac{4}{9} = \frac{4}{9}.$$

$$P(\xi_2 = 0) = \frac{2 \times 1}{3 \times 2} = \frac{1}{3}, \quad P(\xi_2 = 1) = \frac{2 \times 1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{3},$$

$$\text{故 } E\xi_2 = \frac{2}{3}, \quad D\xi_2 = 0^2 \times \frac{1}{3} + 1^2 \times \frac{2}{3} - \frac{4}{9} = \frac{2}{9},$$

故 $E\xi_1 = E\xi_2$ ， $D\xi_1 > D\xi_2$. 故选 B.

【点睛】

离散型随机变量的分布列的计算，应先确定随机变量所有可能的取值，再利用排列组合知识求出随机变量每一种取值情况的概率，然后利用公式计算期望和方差，注意在取球模型中摸出的球有放回与无放回的区别.

5、A

【解析】

分析：计算 $\bar{z}_2 = a - i$ ，由 $z_1 \bar{z}_2 = 3a + 4 + (4a - 3)i$ ，是实数得 $4a - 3 = 0$ ，从而得解。

详解：复数 $z_1 = 3 + 4i, z_2 = a + i$,

$$\bar{z}_2 = a - i.$$

所以 $z_1 \bar{z}_2 = (3 + 4i)(a - i) = 3a + 4 + (4a - 3)i$ ，是实数，

所以 $4a - 3 = 0$ ，即 $a = \frac{3}{4}$ 。

故选 A.

点睛：本题主要考查了复数共轭的概念，属于基础题。

6、D

【解析】

根据已知得本题首先求出直线与双曲线渐近线的交点，再利用 $\vec{OP} = \lambda \vec{OM} + \mu \vec{ON}$ ，求出点

$P\left((\lambda + \mu)c, (\lambda - \mu)\frac{bc}{a}\right)$ ，因为点 P 在双曲线上，及 $e = \frac{c}{a}$ ，代入整理及得 $4e^2\lambda\mu = 1$ ，又已知 $\lambda\mu = \frac{6}{25}$ ，即可求出

离心率。

【详解】

由题意可知 $M\left(c, \frac{bc}{a}\right)$ ， $N\left(c, -\frac{bc}{a}\right)$ ，代入 $\vec{OP} = \lambda \vec{OM} + \mu \vec{ON}$ 得： $P\left((\lambda + \mu)c, (\lambda - \mu)\frac{bc}{a}\right)$ ，

代入双曲线方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 整理得： $4e^2\lambda\mu = 1$ ，又因为 $\lambda\mu = \frac{6}{25}$ ，即可得到 $e = \frac{5\sqrt{6}}{12}$ ，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查的是双曲线的简单几何性质和向量的坐标运算，离心率问题关键寻求关于 a ， b ， c 的方程或不等式，由此计算双曲线的离心率或范围，属于中档题。

7、D

【解析】

先由 $f(x+2)$ 是偶函数，得到 $f(x)$ 关于直线 $x = 2$ 对称；进而得出 $f(x)$ 单调性，再分别讨论 $2 - 3x \geq 2$ 和 $2 - 3x < 2$ ，即可求出结果。

【详解】

因为 $f(x+2)$ 是偶函数, 所以 $f(x)$ 关于直线 $x=2$ 对称;

因此, 由 $f(0)=0$ 得 $f(4)=0$;

又 $f(x)$ 在 $(-\infty, 2]$ 上单调递减, 则 $f(x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上单调递增;

所以, 当 $2-3x \geq 2$ 即 $x \leq 0$ 时, 由 $f(2-3x) > 0$ 得 $f(2-3x) > f(4)$, 所以 $2-3x > 4$,

解得 $x < -\frac{2}{3}$;

当 $2-3x < 2$ 即 $x > 0$ 时, 由 $f(2-3x) > 0$ 得 $f(2-3x) > f(0)$, 所以 $2-3x < 0$,

解得 $x > \frac{2}{3}$;

因此, $f(2-3x) > 0$ 的解集是 $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$.

【点睛】

本题主要考查由函数的性质解对应不等式, 熟记函数的奇偶性、对称性、单调性等性质即可, 属于常考题型.

8、B

【解析】

根据图象以及题中所给的条件, 求出 A, ω 和 φ , 即可求得 $f(x)$ 的解析式, 再通过平移变换函数图象关于 y 轴对称, 求得 m 的最小值.

【详解】

由于 $AB=5$, 函数最高点与最低点的高度差为 4,

所以函数 $f(x)$ 的半个周期 $\frac{T}{2}=3$, 所以 $T=\frac{2\pi}{\omega}=6 \Rightarrow \omega=\frac{\pi}{3}$,

又 $A(-1, 2)$, $0 < \varphi < \pi$, 则有 $2\sin\left(-1 \times \frac{\pi}{3} + \varphi\right) = 2$, 可得 $\varphi = \frac{5\pi}{6}$,

所以 $f(x) = 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x + \frac{5\pi}{6}\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{3}x + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = 2\cos\frac{\pi}{3}(x+1)$,

将函数 $f(x)$ 向右平移 m 个单位后函数图像关于 y 轴对称, 即平移后为偶函数,

所以 m 的最小值为 1,

故选: B.

【点睛】

该题主要考查三角函数的图象和性质, 根据图象求出函数的解析式是解决该题的关键, 要求熟练掌握函数图象之间的变换关系, 属于简单题目.

9、C

【解析】

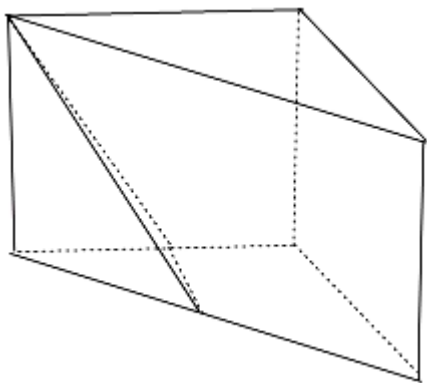
首先把三视图转换为几何体，该几何体为由一个三棱柱体，切去一个三棱锥体，由柱体、椎体的体积公式进一步求出几何体的体积.

【详解】

解：根据几何体的三视图转换为几何体为：

该几何体为由一个三棱柱体，切去一个三棱锥体，

如图所示：



$$\text{故：} V = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 2 = \frac{11}{3}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查了由三视图求几何体的体积、需熟记柱体、椎体的体积公式，考查了空间想象能力，属于基础题.

10、C

【解析】

根据韦恩图可确定所表示集合为 $N \cap (\complement_R M)$ ，根据一元二次不等式解法和定义域的求法可求得集合 M, N ，根据补集和交集定义可求得结果.

【详解】

由韦恩图可知：阴影部分表示 $N \cap (\complement_R M)$ ，

$$Q M = \{x | (x-5)(x+2) < 0\} = \{x | -2 < x < 5\}, \quad N = \{x | 9 - x^2 \geq 0\} = \{x | -3 \leq x \leq 3\},$$

$$\therefore N \cap (\complement_R M) = \{x | -3 \leq x \leq -2\}.$$

故选：C.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/478054121030006134>