

思维拓展 新高考压轴题中函数的新定义问题

考点归纳

① 定义新性质

② 定义新概念

③ 定义新运算

一、必备知识整合

一、新定义问题

“新定义”主要是指即时定义新概念、新公式、新定理、新法则、新运算五种，然后根据此新定义去解决问题，有时还需要用类比的方法去理解新的定义，这样有助于对新定义的透彻理解。但是，透过现象看本质，它们考查的还是基础数学知识，所以说“新题”不一定是“难题”，掌握好三基，以不变应万变才是制胜法宝。

二、新定义问题的方法和技巧

1. 可通过举例子的方式，将抽象的定义转化为具体的简单的应用，从而加深对信息的理解；
2. 可用自己的语言转述新信息所表达的内容，如果能清晰描述，那么说明对此信息理解的较为透彻；
3. 发现新信息与所学知识的联系，并从描述中体会信息的本质特征与规律；
4. 如果新信息是课本知识的推广，则关注此信息与课本中概念的不同之处，以及什么情况下可以使用书上的概念。

二、考点分类精讲

题目 1 (2024·福建泉州·模拟预测) 固定项链的两端，在重力的作用下项链所形成的曲线是悬链线。1691年，

莱布尼茨等得出悬链线的方程为 $y = \frac{c(e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}})}{2}$ ，其中 c 为参数。当 $c = 1$ 时，该表达式就是双曲余弦函数，记为 $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 。悬链线的原理常运用于悬索桥、架空电缆、双曲拱桥、拱坝等工程。已知三角函数满足性质：① 导数： $\begin{cases} (\sin x)' = \cos x \\ (\cos x)' = -\sin x \end{cases}$ ；② 二倍角公式： $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ ；③ 平方关系： $\sin^2 x + \cos^2 x =$

1. 定义双曲正弦函数为 $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

(1) 写出 $\sinh x$, $\cosh x$ 具有的类似于题中①、②、③的一个性质, 并证明该性质;

(2) 任意 $x > 0$, 恒有 $\sinh x - kx > 0$ 成立, 求实数 k 的取值范围;

人不拼怎知输赢

· 1 ·



(3) 正项数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbb{N}$) 满足 $a_1 = a > 1$, $a_{n+1} = 2an - 1$, 是否存在实数 a , 使得 $a_{2024} = \frac{17}{8}$? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由.

题目 (2024·山东滨州·二模) 定义: 函数 $f(x)$ 满足对于任意不同的 $x_1, x_2 \in [a, b]$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| < k|x_1 - x_2|$, 则称 $f(x)$ 为 $[a, b]$ 上的“ k 类函数”.

(1) 若 $f(x) = \frac{x^2}{3} + 1$, 判断 $f(x)$ 是否为 $[1, 3]$ 上的“2类函数”;

(2) 若 $f(x) = a(x-1)e^x - \frac{x^2}{2} - x \ln x$ 为 $[1, e]$ 上的“3类函数”, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若 $f(x)$ 为 $[1, 2]$ 上的“2类函数”, 且 $f(1) = f(2)$, 证明: $\forall x_1, x_2 \in [1, 2], |f(x_1) - f(x_2)| < 1$.

▪ 人不拼怎知输赢

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/478076134042006120>