来宾市重点中学 2023-2024 学年高考全国统考预测密卷数学试卷

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

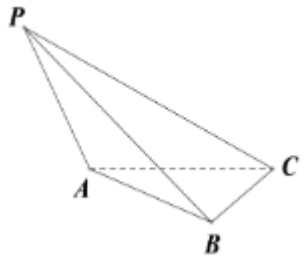
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．记 M 的最大值和最小值分别为 $M_{\max}$ 和 $M_{\min}$．若平面向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$，满足 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{c}\cdot\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)=2$，则（　　）

A．$\left|\vec{a}-\vec{c}\right|_{\max}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$　　B．$\left|\vec{a}+\vec{c}\right|_{\max}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}$

C．$\left|\vec{a}-\vec{c}\right|_{\min}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$　　D．$\left|\vec{a}+\vec{c}\right|_{\min}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}$

2．如图示，三棱锥 $P-ABC$ 的底面 ABC 是等腰直角三角形，$\angle ACB=90°$，且 $PA=PB=AB=\sqrt{2}$，$PC=\sqrt{3}$，则 PC 与面 PAB 所成角的正弦值等于（　　）



A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

3．中心在原点，对称轴为坐标轴的双曲线 C 的两条渐近线与圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 都相切，则双曲线 C 的离心率是（　　）

A．2 或 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．2 或 $\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{3}$ 或 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

4．中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：“三百七十八里关，初行健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关，要见次日行里数，请公仔细算相还.”意思为有一个人要走 378 里路，第一天健步行走，从第二天起脚痛，每天走的路程为前一天的一半，走了六天恰好到达目的地，请问第二天比第四天多走了（　　）

A．96 里　　B．72 里　　C．48 里　　D．24 里

5．已知复数 z 满足 $\dfrac{1+i}{1-i}\cdot\bar{z}=2-i$（其中 $\bar{z}$ 为 z 的共轭复数），则 $\left|z\right|$ 的值为(　　)

A．1　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$

6．数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，例如：四叶草曲线就是其中一种，其方程为$\left(x^2+y^2\right)^3=x^2y^2$.给出下列四个结论：

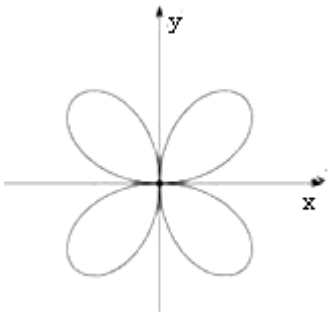
①曲线C有四条对称轴；

②曲线C上的点到原点的最大距离为$\frac{1}{4}$；

③曲线C第一象限上任意一点作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形面积最大值为$\frac{1}{8}$；

④四叶草面积小于$\frac{\pi}{4}$.

其中，所有正确结论的序号是（　）



A．①②　　B．①③　　C．①③④　　D．①②④

7．已知函数$f(x)=\ln x$，若$F(x)=f(x)-3kx^2$有2个零点，则实数k的取值范围为（　　）

A．$\left(-\frac{1}{6e^2},0\right)$　　B．$\left(-\frac{1}{6e},0\right)$　　C．$\left(0,\frac{1}{6e}\right)$　　D．$\left(0,\frac{1}{6e^2}\right)$

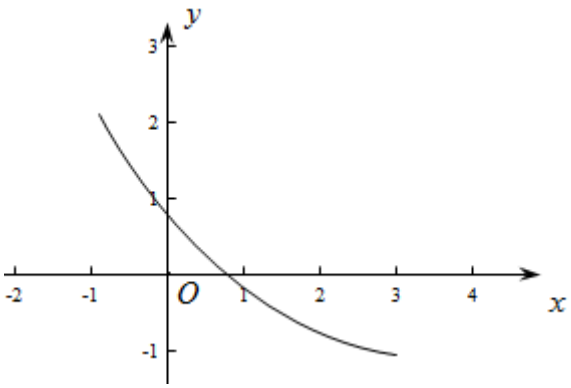
8．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$夹角为$30°$，$\vec{a}=\left(1,\sqrt{2}\right)$，$\left|\vec{b}\right|=2$，则$\left|2\vec{a}-\vec{b}\right|=$(　　)

A．2　　B．4　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{7}$

9．已知F_1,F_2是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的两个焦点，过点$F_1$且垂直于$x$轴的直线与$C$相交于$A,B$两点，若$\left|AB\right|=\sqrt{2}$，则$\Delta ABF_2$的内切圆半径为（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{3\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

10．已知函数$y=\log_a(x+c)$（a，c是常数，其中$a>0$且$a\neq1$）的大致图象如图所示，下列关于a，c的表述正确的是（　）



A．$a>1$，$c>1$　　**B**．$a>1$，$0<c<1$

C．$0<a<1$，$c>1$　　**D**．$0<a<1$，$0<c<1$

11．已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{m^x}{m^x+1}+2018\tan x+x^2\left(m>0,m\neq 1\right)$，若 $f\left(1\right)=3$，则 $f\left(-1\right)$ 等于（　　）

A．-3　　**B**．-1　　**C**．3　　**D**．0

12．设非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，满足 $|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}|=1$，且 $\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 的夹角为 θ，则“$|\vec{b}-\vec{a}|=\sqrt{3}$”是“$\theta=\dfrac{\pi}{3}$”的（　　）.

A．充分非必要条件　　**B**．必要非充分条件

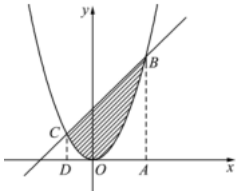
C．充分必要条件　　**D**．既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若函数 $f(x)=2^{|x-2a|}-4^{|x+a|}$ 在区间 $(-2,+\infty)$ 上有且仅有一个零点，则实数 a 的取值范围有_____.

14．已知椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 与双曲线 $C_2:\dfrac{x^2}{m^2}-\dfrac{y^2}{n^2}=1\left(m>0,n>0\right)$ 有相同的焦点 F_1、F_2，其中 F_1 为左焦点.点 P 为两曲线在第一象限的交点，e_1、e_2 分别为曲线 C_1、C_2 的离心率，若 ΔPF_1F_2 是以 PF_1 为底边的等腰三角形，则 e_2-e_1 的取值范围为_____.

15.如图梯形 $ABCD$ 为直角梯形，$AB\perp AD,CD\perp AD$，图中阴影部分为曲线 $y=x^2$ 与直线 $x=x+2$ 围成的平面图形，向直角梯形 $ABCD$ 内投入一质点，质点落入阴影部分的概率是_____



16．设 $(\sqrt{2}+x)^{10}=a_0+a_1x+a_2x^2+\text{L}\ a_{10}x^{10}$，则 $a_2=$_____，

$\left(a_0+a_2+a_4+\ldots+a_{10}\right)^2-\left(a_1+a_3+a_5+\ldots+a_9\right)^2$ 的值为_____.

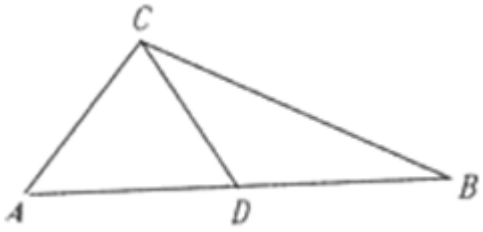
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知奇函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 R，且当 $x\in\left(0,+\infty\right)$ 时，$f\left(x\right)=x^2-x+1$.

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的解析式；

（2）记函数 $g\left(x\right)=f\left(x\right)-mx+1$，若函数 $g\left(x\right)$ 有 3 个零点，求实数 m 的取值范围.

18.（12 分）如图：在 ΔABC 中，$a=\sqrt{10}$，$c=4$，$\cos C=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.



（1）求角 A；

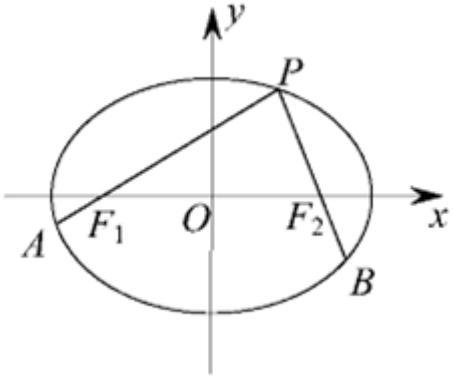
（2）设 D 为 AB 的中点，求中线 CD 的长.

19.（12 分）已知 $f\left(x\right)=\left|x+1\right|+\left|x+3\right|$.

（1）解不等式 $f\left(x\right)<6$；

（2）若 a,b,c 均为正数，且 $f\left(a\right)+f\left(b\right)+c=10$，求 $a^2+b^2+c^2$ 的最小值.

20.（12 分）设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，离心率是 e，动点 $P\left(x_0,y_0\right)$ 在椭圆 C 上运动，当 $PF_2\perp x$ 轴时，$x_0=1,y_0=e$.

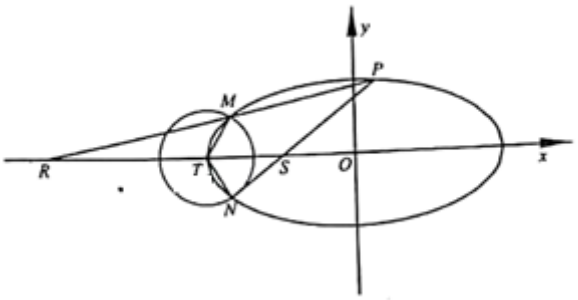


（1）求椭圆 C 的方程；

（2）延长 PF_1,PF_2 分别交椭圆于点 A,B（A,B 不重合）.设 $\overrightarrow{AF_1}=\lambda\overrightarrow{F_1P},\overrightarrow{BF_2}=\mu\overrightarrow{F_2P}$，求 $\lambda+\mu$ 的最小值.

21.（12 分）如图，在平面直角坐标系 ***xOy*** 中，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，以椭圆 ***C***

左顶点 T 为圆心作圆 $T:(x+2)^2+y^2=r^2(r>0)$，设圆 T 与椭圆 C 交于点 M 与点 N.



（1）求椭圆 C 的方程；

（2）求 $\overrightarrow{TM}\cdot\overrightarrow{TN}$ 的最小值，并求此时圆 T 的方程；

（3）设点 P 是椭圆 C 上异于 M，N 的任意一点，且直线 MP，NP 分别与 x 轴交于点 R，S，O 为坐标原点，求证：$|OR|\cdot|OS|$ 为定值.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=\ln x-xe^x+ax(a\in R)$.

（1）若函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减，求实数 a 的取值范围；

（2）若 $a=1$，求 $f(x)$ 的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

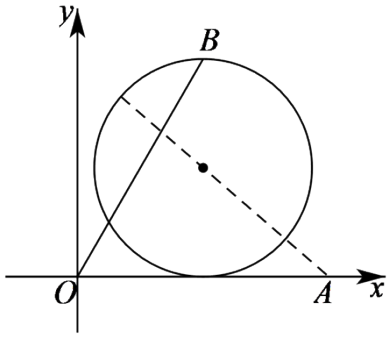
【解析】

设 θ 为 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 的夹角，根据题意求得 $\theta=\frac{\pi}{3}$，然后建立平面直角坐标系，设 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}=(2,0)$，$\vec{b}=\overrightarrow{OB}=\left(1,\sqrt{3}\right)$，$\vec{c}=\overrightarrow{OC}=(x,y)$，根据平面向量数量积的坐标运算得出点 C 的轨迹方程，将 $|\vec{a}-\vec{c}|$ 和 $|\vec{a}+\vec{c}|$ 转化为圆上的点到定点距离，利用数形结合思想可得出结果.

【详解】

由已知可得 $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\theta=2$，则 $\cos\theta=\frac{1}{2}$，$\because 0\le\theta\le\pi$，$\therefore\theta=\frac{\pi}{3}$，

建立平面直角坐标系，设$\vec{a}=\overrightarrow{OA}=(2,0)$，$\vec{b}=\overrightarrow{OB}=\left(1,\sqrt{3}\right)$，$\vec{c}=\overrightarrow{OC}=(x,y)$，



由$\vec{c}\cdot\left(\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right)=2$，可得$(x,y)\cdot\left(4-2x,2\sqrt{3}-2y\right)=2$，

即$4x-2x^2+2\sqrt{3}y-2y^2=2$，

化简得点C的轨迹方程为$(x-1)^2+\left(y-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$，则$\left|\vec{a}-\vec{c}\right|=\sqrt{(x-2)^2+y^2}$，

则$\left|\vec{a}-\vec{c}\right|$转化为圆$(x-1)^2+\left(y-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$上的点与点$(2,0)$的距离，$\therefore\left|\vec{a}-\vec{c}\right|_{\max}=\sqrt{1^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$，

$\left|\vec{a}-\vec{c}\right|_{\min}=\sqrt{1^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$，

$\left|\vec{a}+\vec{c}\right|=\sqrt{(x+2)^2+y^2}$，

$\left|\vec{a}+\vec{c}\right|$转化为圆$(x-1)^2+\left(y-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$上的点与点$(-2,0)$的距离，

$\therefore\left|\vec{a}+\vec{c}\right|_{\max}=\sqrt{3^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{39}}{2}$，$\left|\vec{a}+\vec{c}\right|_{mim}=\sqrt{3^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{39}-\sqrt{3}}{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查和向量与差向量模最值的求解，将向量坐标化，将问题转化为圆上的点到定点距离的最值问题是解答的关键，考查化归与转化思想与数形结合思想的应用，属于中等题.

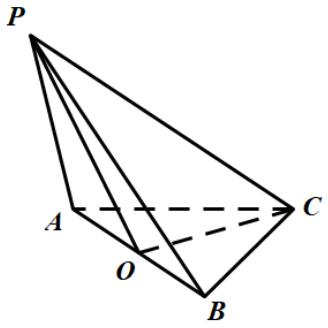
2、A

【解析】

首先找出PC与面PAB所成角，根据所成角所在三角形利用余弦定理求出所成角的余弦值，再根据同角三角函数关系求出所成角的正弦值.

【详解】

由题知$\forall ABC$是等腰直角三角形且$\angle ACB=90°$，$\triangle ABP$是等边三角形，



设AB中点为O，连接PO，CO，可知$PO=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$CO=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

同时易知$AB\perp PO$，$AB\perp CO$，

所以$AB\perp$面POC，故$\angle POC$即为PC与面PAB所成角，

有$\cos\angle POC=\frac{PO^2+CO^2-PC^2}{2PO\cdot CO}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

故$\sin\angle POC=\sqrt{1-\cos\angle POC}=\frac{1}{3}$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了空间几何题中线面夹角的计算，属于基础题.

3、A

【解析】

根据题意，由圆的切线求得双曲线的渐近线的方程，再分焦点在 x、y 轴上两种情况讨论，进而求得双曲线的离心率.

【详解】

设双曲线 C 的渐近线方程为 y=kx，是圆的切线得：$\frac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}=1,\therefore k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，

得双曲线的一条渐近线的方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$∴焦点在 x、y 轴上两种情况讨论：

①当焦点在 x 轴上时有：$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3^2+3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

②当焦点在 y 轴上时有：$\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3^2+3}}{\sqrt{3}}=2$；

∴求得双曲线的离心率 2 或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：A.

【点睛】

本小题主要考查直线与圆的位置关系、双曲线的简单性质等基础知识，考查运算求解能力，考查数形结合思想．解题的关键是：由圆的切线求得直线 的方程，再由双曲线中渐近线的方程的关系建立等式，从而解出双曲线的离心率的值．此题易忽视两解得出错误答案.

4、B

【解析】

人每天走的路程构成公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，设此人第一天走的路程为a_1，计算$a_1=192$，代入得到答案.

【详解】

由题意可知此人每天走的路程构成公比为$\frac{1}{2}$的等比数列，设此人第一天走的路程为a_1，

则$\frac{a_1\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right]}{1-\frac{1}{2}}=378$，解得$a_1=192$，从而可得$a_2=192\times\frac{1}{2}=96, a_4=192\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=24$，故

$a_2-a_4=96-24=72$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了等比数列的应用，意在考查学生的计算能力和应用能力.

5、D

【解析】

按照复数的运算法则先求出$\bar{z}$，再写出z，进而求出$|z|$.

【详解】

Q$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$，

$\therefore\frac{1+i}{1-i}\cdot\bar{z}=2-i\Rightarrow i\cdot\bar{z}=2-i\Rightarrow\bar{z}=\frac{2-i}{i}=-i(2-i)=-1-2i$，

$\therefore z=-1+2i\Rightarrow|z|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$.

故选：D

【点睛】

本题考查复数的四则运算、共轭复数及复数的模，考查基本运算能力，属于基础题.

6、C

【解析】

①利用x,y之间的代换判断出对称轴的条数；②利用基本不等式求解出到原点的距离最大值；③将面积转化为x,y的关系式，然后根据基本不等式求解出最大值；④根据x,y满足的不等式判断出四叶草与对应圆的关系，从而判断出面积是否小于$\frac{\pi}{4}$.

【详解】

①：当x变为$-x$时，$\left(x^2+y^2\right)^3=x^2y^2$不变，所以四叶草图象关于$y$轴对称；

当y变为$-y$时，$\left(x^2+y^2\right)^3=x^2y^2$不变，所以四叶草图象关于$x$轴对称；

当y变为x时，$\left(x^2+y^2\right)^3=x^2y^2$不变，所以四叶草图象关于$y=x$轴对称；

当y变为$-x$时，$\left(x^2+y^2\right)^3=x^2y^2$不变，所以四叶草图象关于$y=-x$轴对称；

综上可知：有四条对称轴，故正确；

②：因为$\left(x^2+y^2\right)^3=x^2y^2$，所以$\left(x^2+y^2\right)^3=x^2y^2\le\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2$，

所以$x^2+y^2\le\frac{1}{4}$，所以$\sqrt{x^2+y^2}\le\frac{1}{2}$，取等号时$x^2=y^2=\frac{1}{8}$，

所以最大距离为$\frac{1}{2}$，故错误；

③：设任意一点$P\left(x,y\right)$，所以围成的矩形面积为xy，

因为$\left(x^2+y^2\right)^3=x^2y^2$，所以$x^2y^2=\left(x^2+y^2\right)^3\ge\left(2xy\right)^3$，所以$xy\le\frac{1}{8}$，

取等号时$x=y=\frac{\sqrt{2}}{4}$，所以围成矩形面积的最大值为$\frac{1}{8}$，故正确；

④：由②可知$x^2+y^2\le\frac{1}{4}$，所以四叶草包含在圆$x^2+y^2=\frac{1}{4}$的内部，

因为圆的面积为：$S=\pi\cdot\frac{1}{4}=\frac{\pi}{4}$，所以四叶草的面积小于$\frac{\pi}{4}$，故正确.

故选：C.

【点睛】

本题考查曲线与方程的综合运用，其中涉及到曲线的对称性分析以及基本不等式的运用，难度较难.分析方程所表示曲线的对称性，可通过替换方程中x,y去分析证明.

7、C

【解析】

令$F(x)=f(x)-3kx^2=0$，可得$k=\dfrac{\ln x}{3x^2}$，要使得$F(x)=0$有两个实数解，即$y=k$和$g(x)=\dfrac{\ln x}{3x^2}$有两个交点，结合已知，即可求得答案.

【详解】

令$F(x)=f(x)-3kx^2=0$，

可得$k=\dfrac{\ln x}{3x^2}$，

要使得$F(x)=0$有两个实数解，即$y=k$和$g(x)=\dfrac{\ln x}{3x^2}$有两个交点，

Q $g'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{3x^3}$，

令$1-2\ln x=0$，

可得$x=\sqrt{\mathrm{e}}$，

$\therefore$当$x\in(0,\sqrt{\mathrm{e}})$时，$g'(x)>0$，函数$g(x)$在$(0,\sqrt{\mathrm{e}})$上单调递增；

当$x\in(\sqrt{\mathrm{e}},+\infty)$时，$g'(x)<0$，函数$g(x)$在$(\sqrt{e},+\infty)$上单调递减.

$\therefore$当$x=\sqrt{\mathrm{e}}$时，$g(x)_{\max}=\dfrac{1}{6\mathrm{e}}$，

$\therefore$若直线$y=k$和$g(x)=\dfrac{\ln x}{3x^2}$有两个交点，则$k\in\left(0,\dfrac{1}{6\mathrm{e}}\right)$.

$\therefore$实数k的取值范围是$\left(0,\dfrac{1}{6\mathrm{e}}\right)$.

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了根据零点求参数范围，解题关键是掌握根据零点个数求参数的解法和根据导数求单调性的步骤，考查了分析能力和计算能力，属于中档题.

8、A

【解析】

根据模长计算公式和数量积运算，即可容易求得结果.

【详解】

由于$\left|2\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)^2}=\sqrt{4\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2}=\sqrt{4\times3-4\times\sqrt{3}\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+4}=2$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/478106071120006075