2024届河南省许昌高级中学高考数学试题全真模拟演练

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设x，y满足$\begin{cases}2x+y\geq 4\\ x-y\geq -1\\ x-2y\leq 2\end{cases}$，则$z=x+y$的取值范围是（　　）

A．$[-5,3]$　　B．$[2,3]$　　C．$[2,+\infty)$　　D．$(-\infty,3]$

2．已知命题$p:\forall x\in R$，$x^2>0$，则$\neg p$是（　　）

A．$\forall x\in \mathbf{R}$，$x^2\leq 0$　　B．$\exists x_0\in \mathbf{R}$，$x_0^2\leq 0$.

C．$\exists x_0\in \mathbf{R}$，$x_0^2>0$　　D．$\forall x\notin \mathbf{R}$，$x^2\leq 0$.

3．设复数z满足$z-iz=2+i$（i为虚数单位），则z在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

4．盒中有6个小球，其中4个白球，2个黑球，从中任取$i\left(i=1,2\right)$个球，在取出的球中，黑球放回，白球则涂黑后放回，此时盒中黑球的个数$X_i\left(i=1,2\right)$，则(　　)

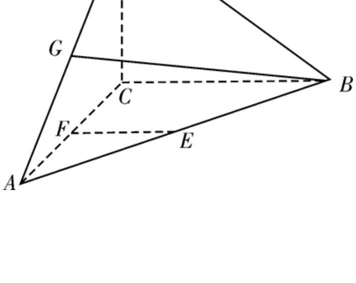
A．$P\left(X_1=3\right)>P\left(X_2=3\right)$，$EX_1>EX_2$　　B．$P\left(X_1=3\right)<P\left(X_2=3\right)$，$EX_1>EX_2$

C．$P\left(X_1=3\right)>P\left(X_2=3\right)$，$EX_1<EX_2$　　D．$P\left(X_1=3\right)<P\left(X_2=3\right)$，$EX_1<EX_2$

5．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{b}$=(1，$\sqrt{3}$)，且$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$\frac{1}{2}$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}$等于（　　）

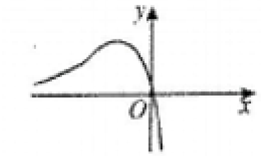
A．2　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．0

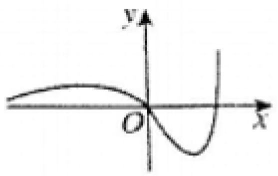
6．如图，在三棱锥$D-ABC$中，$DC\perp$平面ABC，$AC\perp BC$，$AC=BC=CD=2$，E，F，G分别是棱AB，AC，AD的中点，则异面直线BG与EF所成角的余弦值为

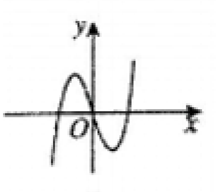


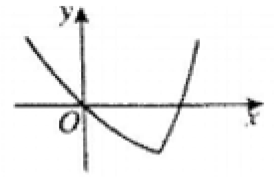
A．0　　B．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．1

7．当$a>0$时，函数$f\left(x\right)=\left(x^2-ax\right)e^x$的图象大致是（　　）

A．

B．

C．

D．

8．双曲线$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线方程是（　　）

A．$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$　　B．$y=\pm\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x$　　C．$y=\pm\dfrac{x}{2}$　　D．$y=\pm 2x$

9．将函数$f(x)=2\sin(3x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$图象向右平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位长度后，得到函数的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{3}$对称，则函数$f(x)$在$\left[-\dfrac{\pi}{8},\dfrac{\pi}{8}\right]$上的值域是（　　）

A．$[-1,2]$　　B．$[-\sqrt{3},2]$　　C．$\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right]$　　D．$[-\sqrt{2},2]$

10．已知定义在R上的奇函数$f(x)$和偶函数$g(x)$满足$f(x)+g(x)=a^x-a^{-x}+2$（$a>0$且$a\neq 1$），若$g(2)=a$，则函数$f\left(x^2+2x\right)$的单调递增区间为（　　）

A．$(-1,1)$　　B．$(-\infty,1)$　　C．$(1,+\infty)$　　D．$(-1,+\infty)$

11．已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)\left(x\in R,\omega>0\right)$的最小正周期为$\pi$,为了得到函数$g\left(x\right)=\cos\omega x$的图象,只要将$y=f\left(x\right)$的图象(　　)

A．向左平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位长度　　B．向右平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位长度

C．向左平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度　　D．向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度

12．记S_n为数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和数列$\left\{a_n\right\}$对任意的$p,q\in\mathbf{N}^*$满足$a_{p+q}=a_p+a_q+13$.若$a_3=-7$，则当S_n

取最小值时，n 等于（　　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知 $\int_0^2 x^3dx=n$，则 $\left(\frac{1}{x}-2\right)(x+1)^n$ 展开式 x^2 的系数为__________.

14．《九章算术》中记载了“今有共买豕，人出一百，盈一百；人出九十，适足。问人数、豕价各几何？”.其意思是“若干个人合买一头猪，若每人出 100，则会剩下 100；若每人出 90，则不多也不少。问人数、猪价各多少？”.设 x,y 分别为人数、猪价，则 $x=$___，$y=$___.

15．已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}x+y\le 4\\ y\le x\\ y\ge 0\end{cases}$，则 $z=\dfrac{y+1}{x+2}$ 的最大值为________.

16．在 ΔABC 中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，若 $c=1$，$C=60^\circ$，则 b 的取值范围是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在创建“全国文明卫生城”过程中，运城市“创城办”为了调查市民对创城工作的了解情况，进行了一次创城知识问卷调查(一位市民只能参加一次)，通过随机抽样，得到参加问卷调查的 100 人的得分统计结果如表所示：.

组别	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$
频数	2	12	20	25	24	13	4

（1）由频数分布表可以大致认为，此次问卷调查的得分 $Z-N(\mu,198)$，μ 似为这 100 人得分的平均值(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)，利用该正态分布，求 $P(38.2<Z\le 80.2)$；

（2）在（1）的条件下，“创城办”为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案：

①得分不低于 μ 的可以获赠 2 次随机话费，得分低于 μ 的可以获赠 1 次随机话费；

②每次获赠的随机话费和对应的概率为：

赠送话费的金额(单位：元)	20	50
概率	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

现有市民甲参加此次问卷调查，记 X (单位：元)为该市民参加问卷调查获赠的话费，求 X 的分布列与数学期望.

附：参考数据与公式：$\sqrt{198}\approx 14$，若 $X-N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $P\left(\mu-\sigma<x\le\mu+\sigma\right)=0.6826$，

$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9544$，$P(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma)=0.9974$

18.（12 分）已知数列$\{a_n\}$是等差数列，前n项和为S_n，且$S_5=3a_3$，$a_4+a_6=8$.

（1）求a_n.

（2）设$b_n=2^n\cdot a_n$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

19.（12 分）已知在ΔABC中，角A、B、C的对边分别为a，b，c，$c=4\sqrt{2}$，$\cos C=\frac{3}{5}$.

（1）若$B=\frac{\pi}{4}$，求a的值；

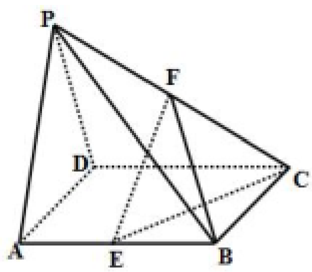
（2）若$b=5$，求ΔABC的面积.

20.（12 分）如图所示，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是边长为 **2** 的正方形，侧面PAD为正三角形，且面$PAD\perp$面$ABCD$，E,F分别为棱AB,PC的中点.

（1）求证：$EF//$平面PAD；

（2）（文科）求三棱锥$B-EFC$的体积；

（理科）求二面角$P-EC-D$的正切值.

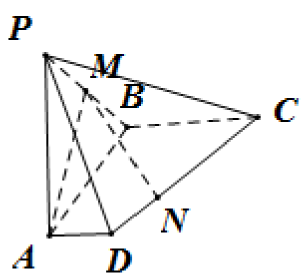


21.（12 分）已知函数$f(x)=xe^x+x^2+ax+b$，曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程为$4x-2y-3=0$

(1)求 a，b 的值；

(2)证明：$f(x)>\ln x$.

22.（10 分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，侧棱$PA\perp$底面$ABCD$，$AD//BC$，$AD=1$，$PA=AB=BC=2$，M是棱PB的中点.



（1）求证：$AM //$ 平面 PCD；

（2）若 $\angle ABC = 90^\circ$，点 N 是线段 CD 上一点，且 $DN = \frac{1}{3}DC$，求直线 MN 与平面 PCD 所成角的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

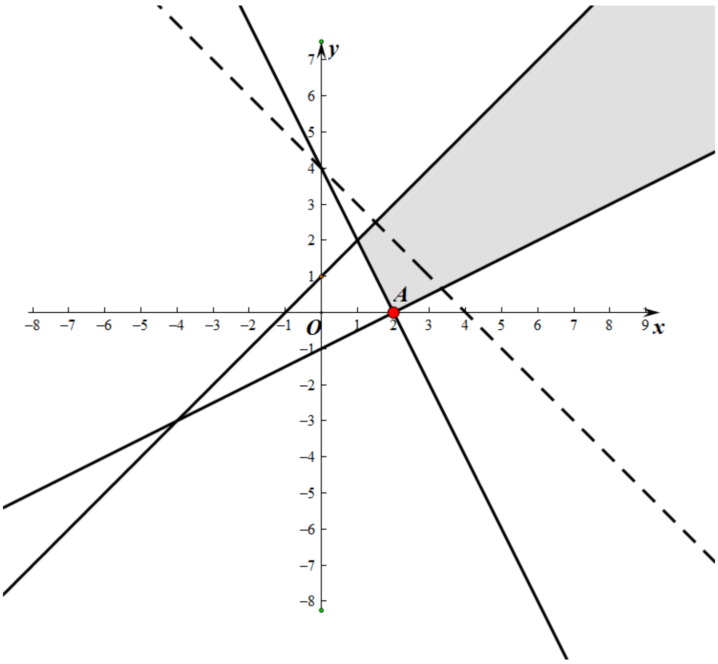
1、C

【解析】

首先绘制出可行域，再绘制出目标函数，根据可行域范围求出目标函数中 z 的取值范围.

【详解】

由题知 x，y 满足 $\begin{cases} 2x+y \geq 4 \\ x-y \geq -1 \\ x-2y \leq 2 \end{cases}$，可行域如下图所示，



可知目标函数在点 $A(2,0)$ 处取得最小值，

故目标函数的最小值为 $z = x + y = 2$，

故 $z = x + y$ 的取值范围是 $[2,+\infty)$.

故选：**D.**

【点睛】

本题主要考查了线性规划中目标函数的取值范围的问题，属于基础题.

2、**B**

【解析】

根据全称命题的否定为特称命题，得到结果.

【详解】

根据全称命题的否定为特称命题，可得$\neg p:\exists x_0\in R$，$x_0^2\le 0$

本题正确选项：B

【点睛】

本题考查含量词的命题的否定，属于基础题.

3、**A**

【解析】

由复数的除法运算可整理得到z，由此得到对应的点的坐标，从而确定所处象限.

【详解】

由$z-iz=2+i$得：$z=\dfrac{2+i}{1-i}=\dfrac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{1+3i}{2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$，

$\therefore z$对应的点的坐标为$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right)$，位于第一象限.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数对应的点所在象限的求解，涉及到复数的除法运算，属于基础题.

4、**C**

【解析】

根据古典概型概率计算公式，计算出概率并求得数学期望，由此判断出正确选项.

【详解】

$X_1=3$表示取出的为一个白球，所以$P(X_1=3)=\dfrac{C_4^1}{C_6^1}=\dfrac{2}{3}$.$X_1=2$表示取出一个黑球，$P(X_1=2)=\dfrac{C_2^1}{C_6^1}=\dfrac{1}{3}$，所以

$E(X_1)=3\times\dfrac{2}{3}+2\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{8}{3}$.

$X_2=3$表示取出两个球，其中一黑一白，$P\left(X_2=3\right)=\dfrac{C_4^1C_2^1}{C_6^2}=\dfrac{8}{15}$，$X_2=2$表示取出两个球为黑球，

$P\left(X_2\right)=\dfrac{C_2^2}{C_6^2}=\dfrac{1}{15}$，$X_2=4$表示取出两个球为白球，$P\left(X_2=4\right)=\dfrac{C_4^2}{C_6^2}=\dfrac{6}{15}$，所以

$E\left(X_2\right)=3\times\dfrac{8}{15}+2\times\dfrac{1}{15}+4\times\dfrac{6}{15}=\dfrac{10}{3}$.所以$P\left(X_1=3\right)>P\left(X_2=3\right)$，$EX_1<EX_2$.

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查离散型随机变量分布列和数学期望的计算，属于中档题.

5、**B**

【解析】

先求出$\left|\vec{b}\right|$，再利用投影公式$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}$求解即可.

【详解】

解：由已知得$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{1+3}=2$，

由$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为$\dfrac{1}{2}$，得$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{1}{2}$，

则$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}\left|\vec{b}\right|=1$.

故答案为：**B.**

【点睛】

本题考查向量的几何意义，考查投影公式的应用，是基础题.

6、**B**

【解析】

根据题意可得$BC\perp$平面ACD，$EF//BC$，则$\angle CBG$即异面直线BG与EF所成的角，连接***CG***，在Rt△CBG中，

$\cos\angle CBG=\dfrac{BC}{BG}$，易得$BD=AD=AB=2\sqrt{2}$，所以$BG=\sqrt{6}$，所以$\cos\angle CBG=\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，故选 **B.**

7、**B**

【解析】

由$f\left(x\right)=0$，解得$x^2-ax=0$，即$x=0$或$x=a$，$\because a>0,\therefore$函数$f\left(x\right)$有两个零点，$\therefore A,C$，不正确，设$a=1$，

则$f\left(x\right)=\left(x^2-x\right)e^x,\therefore f'\left(x\right)=\left(x^2+x-1\right)e^x$，由$f'\left(x\right)=\left(x^2+x-1\right)e^x>0$，解得$x>\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$或$x<\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$

，由 $f'(x)=(x^2-1)e^x<0$，解得：$-\frac{-1-\sqrt{5}}{2}<x<\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，即 $x=-1$ 是函数的一个极大值点，$\therefore$ D 不成立，排除 D，故选 **B.**

【方法点睛】本题通过对多个图象的选择考察函数的解析式、定义域、值域、单调性，导数的应用以及数学化归思想，属于难题.这类题型也是近年高考常见的命题方向，该题型的特点是综合性较强较强、考查知识点较多，但是并不是无路可循.解答这类题型可以从多方面入手，根据函数的定义域、值域、单调性、奇偶性、特殊点以及 $x\to 0^+,x\to 0^-,x\to +\infty,x\to -\infty$ 时函数图象的变化趋势，利用排除法，将不合题意选项一一排除.

8、**C**

【解析】

根据双曲线的标准方程即可得出该双曲线的渐近线方程.

【详解】

由题意可知，双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线方程是 $y=\pm\frac{x}{2}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查双曲线的渐近线方程的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意双曲线的简单性质的合理运用.

9、**D**

【解析】

由题意利用函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象变换规律，三角函数的图象的对称性，余弦函数的值域，求得结果.

【详解】

解：把函数 $f(x)=2\sin(3x+\varphi)\quad(0<\varphi<\pi)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度后，

可得 $y=2\sin\left(3x-\frac{3\pi}{8}+\varphi\right)$ 的图象；

再根据得到函数的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称，

$\therefore 3\times\frac{\pi}{3}-\frac{3\pi}{8}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，

$\therefore \varphi=\frac{7\pi}{8}$，函数 $f(x)=2\sin\left(3x+\frac{7\pi}{8}\right)$.

在 $\left[-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{8}\right]$ 上，$3x+\frac{7\pi}{8}\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{4}\right]$，$\therefore \sin\left(3x-\frac{\pi}{8}\right)\in\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，

故 $f(x)=2\sin\left(3x-\frac{\pi}{8}\right)\in[-\sqrt{2},2]$，即 $f(x)$ 的值域是 $[-\sqrt{2},2]$，

故选：*D.*

【点睛】

本题主要考查函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象变换规律，三角函数的图象的对称性，余弦函数的值域，属于中档题.

10、**D**

【解析】

根据函数的奇偶性用方程法求出 $f(x),g(x)$ 的解析式，进而求出 a，再根据复合函数的单调性，即可求出结论.

【详解】

依题意有 $f(x)+g(x)=a^{x}-a^{-x}+2$， ①

$f(-x)+g(-x)=a^{-x}-a^{x}+2=-f(x)+g(x)$， ②

①−②得 $f(x)=a^{x}-a^{-x},g(x)=2$，又因为 $g(2)=a$，

所以 $a=2,f(x)=2^{x}-2^{-x}$，$f(x)$ 在 R 上单调递增，

所以函数 $f\left(x^{2}+2x\right)$ 的单调递增区间为 $(-1,+\infty)$.

故选:**D.**

【点睛】

本题考查求函数的解析式、函数的性质，要熟记复合函数单调性判断方法，属于中档题.

11、**A**

【解析】

由 $f(x)$ 的最小正周期是 π，得 $\omega=2$，

即 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$

$=\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\right]$

$=\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$

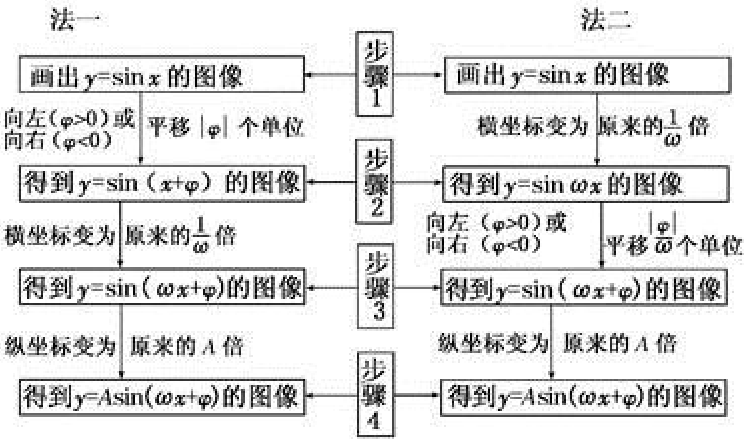
$=\cos 2(x-\frac{\pi}{8})$，

因此它的图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位可得到 $g(x)=\cos 2x$ 的图象．故选 **A**.

考点：函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象与性质.

【名师点睛】

三角函数图象变换方法：



12、**A**

【解析】

先令$p=1,q=1$，找出a_2,a_1的关系，再令$p=1,q=2$，得到a_2,a_1,a_3的关系，从而可求出a_1，然后令$p=n,q=1$，可得$a_{n+1}-a_n=2$，得出数列$\{a_n\}$为等差数列，得$S_n=n^2-12n$，可求出S_n取最小值.

【详解】

解法一：由$a_3=a_1+a_2+13=(a_1+13)+(2a_1+13)=-7$，所以$a_1=-11$，由条件可得，对任意的

$n\in\mathbf{N}^*,a_{n+1}=a_n+a_1+13=a_n+2$，所以$\{a_n\}$是等差数列，$a_n=2n-13$，要使$S_n$最小，由$\begin{cases}a_n\le 0,\\a_{n+1}\ge 0\end{cases}$解得

$\frac{11}{2}\le n\le\frac{13}{2}$，则$n=6$.

解法二：由赋值法易求得$a_1=-11,a_2=-9,a_3=-7,\cdots,a_n=2n-13,S_n=n^2-12n$，可知当$n=6$时，$S_n$取最小值.

故选：**A**

【点睛】

此题考查的是由数列的递推式求数列的通项，采用了赋值法，属于中档题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、-8

【解析】

先根据定积分求出n的值，再用二项展开式公式即可求解.

【详解】