全等三角形单元培优测试卷

一、八年级数学轴对称三角形填空题（难）

1．在直角坐标系中，O 为坐标原点，已知点 A（1，2），点 P是 y轴正半轴上的一点，且△AOP 为等腰三角形，则点 P 的坐标为______________．

【答案】$(0,\sqrt{5})$，$(0,4)$，$\left(0,\frac{5}{4}\right)$

【解析】

【分析】

有三种情况：①以O 为圆心，以OA 为半径画弧交y 轴于D，求出OA 即可；②以A 为圆心，以OA 为半径画弧交y 轴于P，求出OP 即可；③作OA 的垂直平分线交y 轴于C，则AC＝OC，根据勾股定理求出OC 即可．

【详解】

有三种情况：①以O 为圆心，以OA 为半径画弧交y 轴于D，则OA ＝OD ＝ $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$；

∴D（0，$\sqrt{5}$）；

②以A 为圆心，以OA 为半径画弧交y 轴于 P，OP ＝2×y_A=4，

∴P（0，4）；

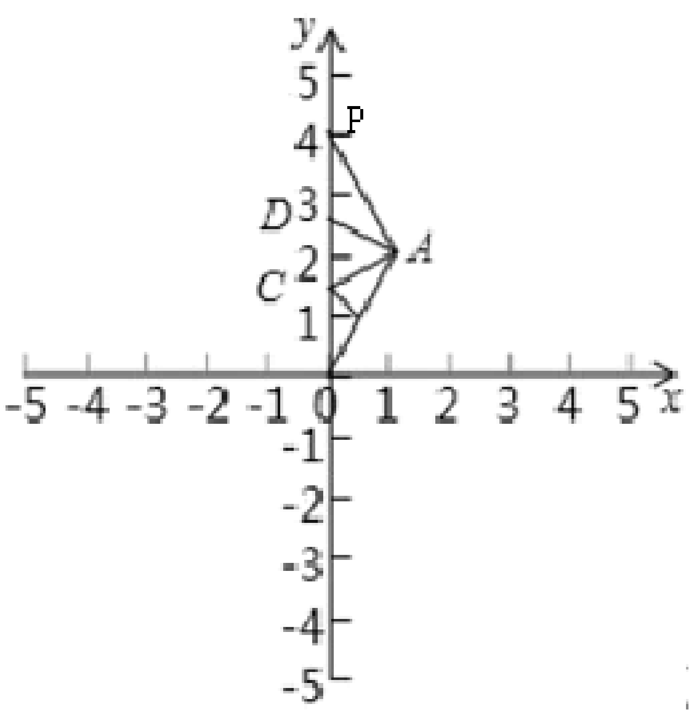
③作 OA 的垂直平分线交y 轴于C，则 AC＝OC，

由勾股定理得：OC ＝AC＝ $\sqrt{1^2+(2-OC)^2}$，

∴OC ＝$\frac{5}{4}$，

∴C（0，$\frac{5}{4}$）；

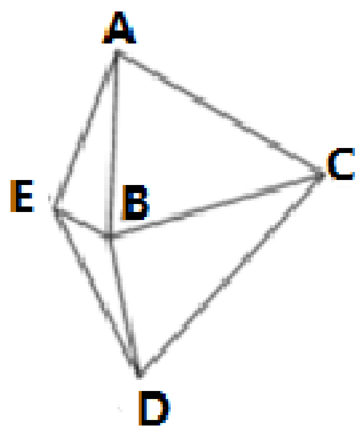
故答案为：$(0,\sqrt{5})$，$(0,4)$，$\left(0,\frac{5}{4}\right)$．



【点睛】

本题主要考查对线段的垂直平分线，等腰三角形的性质和判定，勾股定理，坐标与图形性质等知识点的理解和掌握，能求出符合条件的所有情况是解此题的关键.

2. 如图，线段 AB ， DE 的垂直平分线交于点 C ，且 ABC EDC 72 ， AEB 92 ，则 EBD 的度数为_________.



【答案】128

【解析】

【分析】

连接 CE，由线段AB ， DE 的垂直平分线交于点C ，得CA=CB，CE=CD，ACB=∠ECD=36°，进而得∠ACE=∠BCD，易证ACE BCD ，设∠AEC=∠BDC=x，得则∠BDE=72°-x，∠CEB=92°-x，BDE 中，∠EBD=128°，根据三角形内角和定理，即可得到答案.

【详解】

连接 CE，

∵线段 AB ， DE 的垂直平分线交于点C ，

∴CA=CB，CE=CD，

∵ ABC EDC 72 =∠DEC，

∴∠ACB=∠ECD=36°，

∴∠ACE=∠BCD，

在ACE 与BCD 中，

CA CB

∵ ACE BCD ，

CE CD

∴ACE BCD (SAS)，

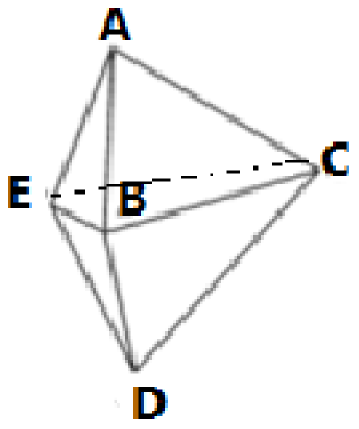
∴∠AEC=∠BDC，

设∠AEC=∠BDC=x，则∠BDE=72°-x，∠CEB=92°-x，

∴∠BED=∠DEC-∠CEB=72°-(92°-x)=x-20°，

∴在BDE 中，∠EBD=180°-(72°-x)-(x-20°)=128°.

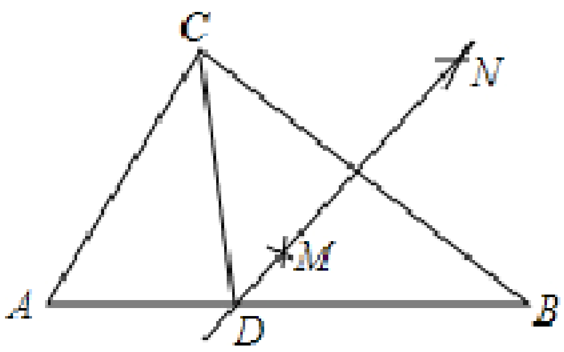
故答案是：128 .



【点睛】

本题主要考查中垂线的性质，三角形全等的判定和性质定理以及三角形内角和定理，添加辅助线，构造全等三角形，是解题的关键．

3. 如图，在 ABC 中，$AB > AC$，按以下步骤作图：分别以点 B 和点 C 为圆心，大于 BC 一半长为半径作画弧，两弧相交于点 M 和点 N，过点 M、N 作直线交 AB 于点 D，连接 CD，若 $AB = 10$，$AC = 6$，则 ADC 的周长为____________________.



△

【答案】16

【解析】

【分析】

利用基本作图可以判定 MN 垂直平分 BC，则 DC=DB，然后利用等线段代换得到 ΔACD 的周长=AB+AC，再把 $AB = 10$，$AC = 6$ 代入计算即可．

【详解】

解：由作法得 MN 垂直平分 BC，则 DC=DB，

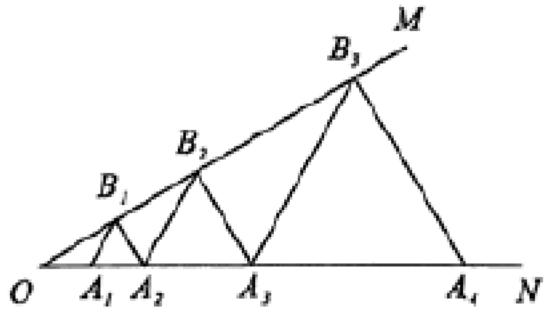
$$C_{\Delta ACD} = CD + AC + AD = DB + AD + AC = AB + AC = 10 + 6 = 16$$

故答案为：16．

【点睛】

本题考查了基本作图和线段垂直平分线的性质，熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）是本题的关键．

4. 如图，∠MON＝30°，点 A_1、A_2、A_3…在射线 ON 上，点 B_1、B_2、B_3…在射线 OM 上，$\triangle A_1B_1A_2$，$\triangle A_2B_2A_3$，$\triangle A_3B_3A_4$…均为等边三角形，从左起第 1 个等边三角形的边长记 a_1，第 2 个等边三角形的边长记为 a_2，以此类推，若 OA_1＝3，则 a_2=________，a_{2019}=________.



【答案】6；　3×2^{2018}.

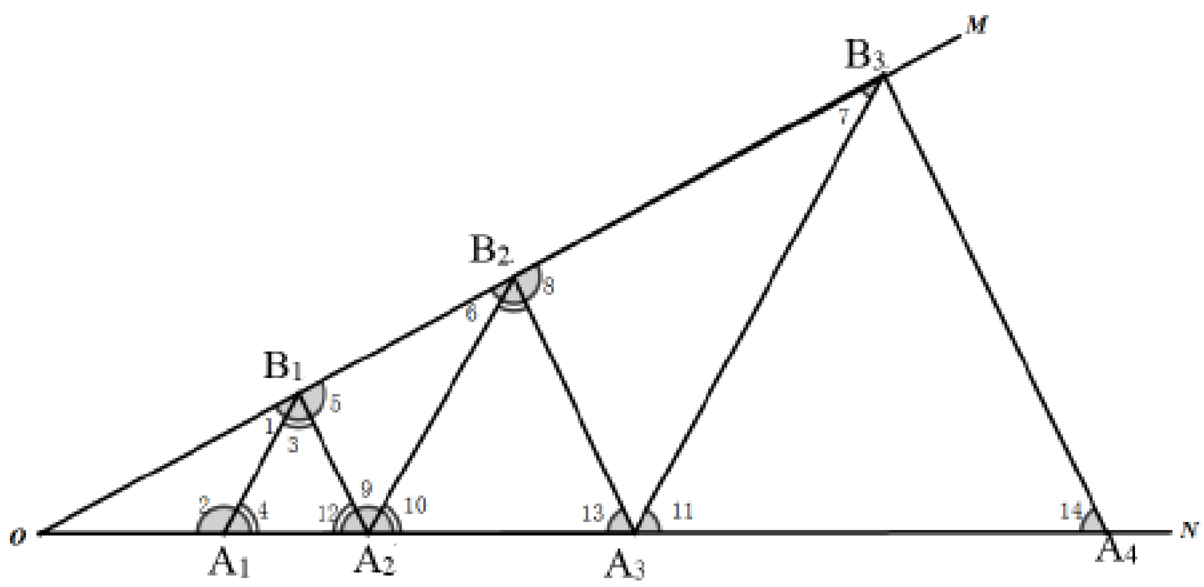
【解析】

【分析】

根据等腰三角形的性质以及平行线的性质得出 A_1B_1∥A_2B_2∥A_3B_3，以及 $a_2=2a_1=6$，得出 $a_3=4a_1$，$a_4=8a_1$，$a_5=16a_1$…进而得出答案.

【详解】

解：如图，



∵△$A_1B_1A_2$是等边三角形，

∴$A_1B_1=A_2B_1$，∠3=∠4=∠12=60°，

∴∠2=120°，

∵∠MON=30°，

∴∠1=180°-120°-30°=30°，

又∵∠3=60°，

∴∠5=180°-60°-30°=90°，

∵∠MON=∠1=30°，

∴$OA_1=A_1B_1=3$，

∴$A_2B_1=3$，

∵△$A_2B_2A_3$、△$A_3B_3A_4$ 是等边三角形，

∴∠11=∠10=60°，∠13=60°，

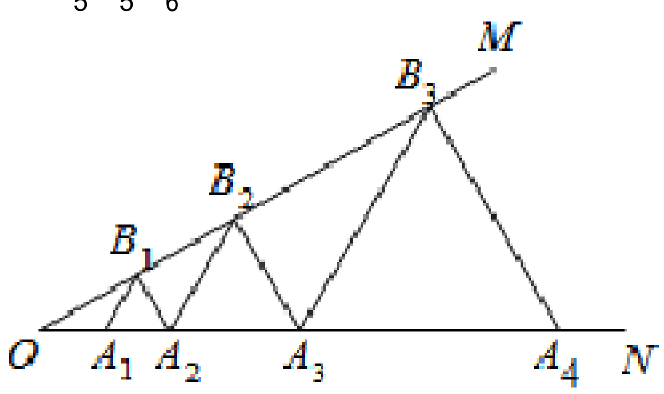
∵∠4=∠12=60°，

∴A_1B_1∥A_2B_2∥A_3B_3，B_1A_2∥B_2A_3，

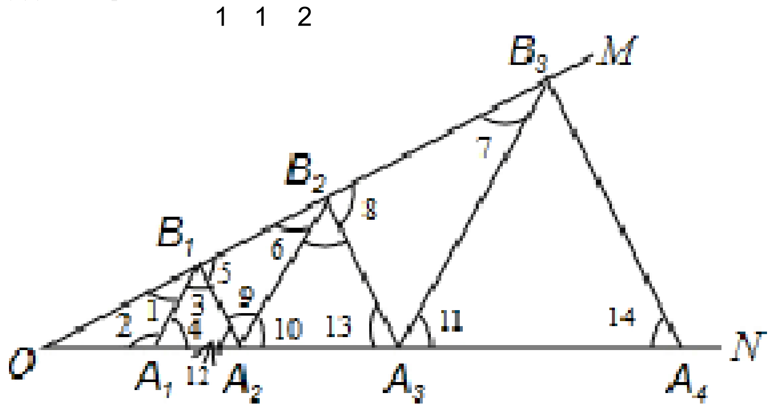
∴∠1=∠6=∠7=30°，∠5=∠8=90°，

∴$a_2=2a_1=6$，
$a_3=4a_1$，
$a_4=8a_1$，
$a_5=16a_1$，
以此类推：$a_{2019}=2^{2018}a_1=3\times2^{2018}$
故答案是：6；3×2^{2018}.
【点睛】
此题主要考查了等边三角形的性质以及等腰三角形的性质，根据已知得出$a_2=2a_1=6$，$a_3=4a_1$，$a_4=8a_1$，$a_5=16a_1$…进而发现规律是解题关键.

5. 如图，已知$\angle MON=30°$，点A_1，A_2，A_3，…在射线ON上，点B_1，B_2，B_3，…在射线OM上，$\Delta A_1B_1A_2$，$\Delta A_2B_2A_3$，$\Delta A_3B_3A_4$，…均为等边三角形，若$OA_1=2$，则$\Delta A_5B_5A_6$的边长为________.



【答案】32
【解析】
【分析】
根据底边三角形的性质求出$\angle1=30°$以及平行线的性质得出$A_1B_1//A_2B_2//A_3B_3$，以及$A_2B_2=2B_1A_2$，得出$A_3B_3=2A_2B_2=4B_1A_2=4$，$A_4B_4=8B_1A_2=8$，$A_5B_5=16B_1A_2$…进而得出答案.
【详解】
解：∵△$A_1B_1A_2$是等边三角形，



∴$A_1B_1=A_2B_1$，$\angle3=\angle4=\angle12=60°$，
∴$\angle2=120°$

,
$\angle MON = 30°$

,
$\therefore \angle 1 = 180° - 120° - 30° = 30°$

,
又 $\angle 3 = 60°$,
$\therefore \angle 5 = 180° - 60° - 30° = 90°$

, $\because$
$\angle MON = \angle 1 = 30°$

,
$\therefore OA_1 = A_1B_1 = 2$

,
$\therefore A_2B_1 = 2$

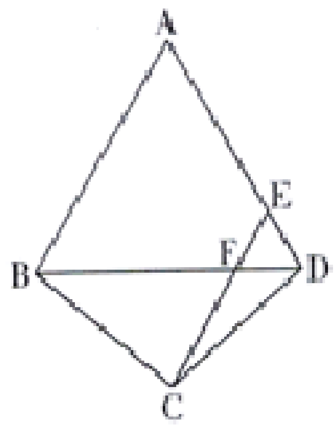
,
$\because$
$\triangle A_2B_2A_3$、$\triangle A_3B_3A_4$ 是等边三角形，
$\therefore \angle 11 = \angle 10 = 60°$
, $\angle 13 = 60°$,
$\angle 4 = \angle 12 = 60°$

,
$\therefore A_1B_1 // A_2B_2 // A_3B_3$
, $B_1A_2 // B_2A_3$,
$\therefore \angle 1 = \angle 6 = \angle 7 = 30°$
, $\angle 5 = \angle 8 = 90°$,
$\therefore A_2B_2 = 2B_1A_2 = 2^2 = 4$
, $B_3A_3 = 2B_2A_3$,
$\therefore A_3B_3 = 4B_1A_2 = 2^3 = 8$
,
同理可得: $A_4B_4 = 8B_1A_2 = 2^4 = 16$，
…

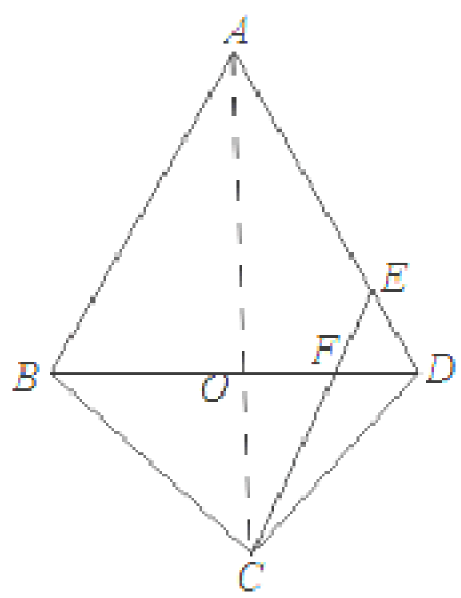
$\therefore$
$\triangle A_nB_nA_{n+1}$ 的边长为2^n，
$\therefore$
$\triangle A_5B_5A_6$ 的边长为$2^5 = 32$.
故答案为： 32.

【点睛】
本题考查了等边三角形的性质以及30°直角三角形的性质，根据已知得出$A_3B_3=4B_1A_2$，$A_4B_4=8B_1A_2$，$A_5B_5=16B_1A_2$进而发现规律是解题关键.

6. 如图，在四边形$ABCD$中，$AB=AD$，$BC=DC$，$\angle A=60°$，点E为AD边上一点，连接BD.CE，CE与BD交于点F，且$CE/\!/AB$，若$AB=8$，$CE=6$，则BC的长为____________.



【答案】$2\sqrt{7}$
【解析】
【分析】
由$AB=AD$，$BC=DC$知点A,C都在BD的垂直平分线上，因此，可连接AC交BD于点O，易证$\triangle ABD$是等边三角形，EDF是等边三角形，根据等边三角形的性质对三角形中的线段进行等量转换即可求出OB,OC的长度，应用勾股定理可求解.
【详解】
解：如图，连接AC交BD于点O △



$\because AB=AD$，$BC=DC$，$\angle A=60°$，
$\therefore AC$垂直平分BD，$\triangle ABD$是等边三角形
$\therefore \angle BAO=\angle DAO=30°$，$AB=AD=BD=8$，$BO=OD=4$
$\because CE/\!/AB$
$\therefore \angle BAO=\angle ACE=30°$，$\angle CED=\angle BAD=60°$
$\therefore \angle DAO=\angle ACE=30°$

$\therefore AE=CE=6$

$\therefore DE=AD-AE=2$

$\because \angle CED=\angle ADB=60°$

$\therefore$ △EDF 是等边三角形

$\therefore DE=EF=DF=2$

$\therefore CF=CE-EF=4$，$OF=OD-DF=2$

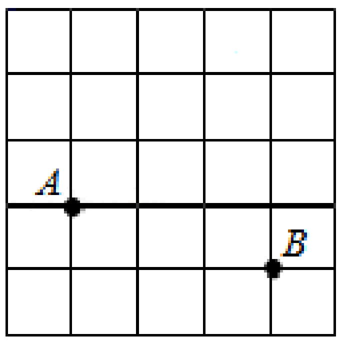
$\therefore OC=\sqrt{CF^2-OF^2}=2\sqrt{3}$

$\therefore BC=\sqrt{BO^2+OC^2}=2\sqrt{7}$

【点睛】

本题主要考查了等边三角形的判定与性质、勾股定理，综合运用等边三角形的判定与性质进行线段间等量关系的转换是解题的关键.

7. 如图，已知每个小方格的边长为1，A、B两点都在小方格的格点（顶点）上，请在图中找一个格点 C，使△ABC 是等腰三角形，这样的格点 C 有________个。



【答案】8

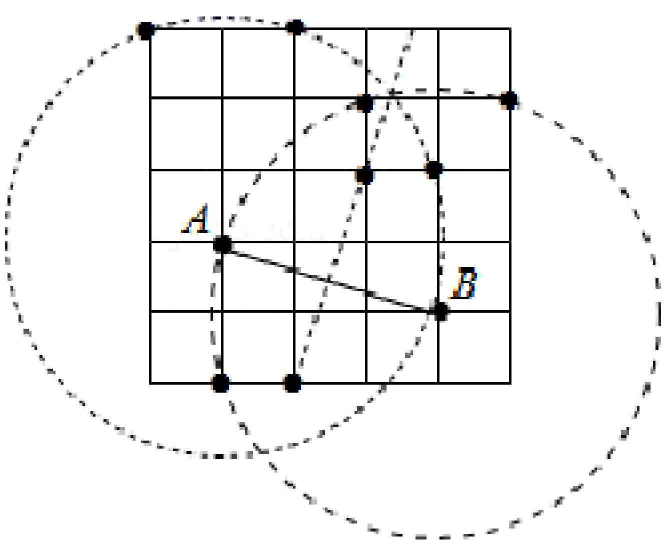
【解析】

【分析】

分别以A、B 点为圆心，AB 为半径作圆，找到格点即可（A、B、C 共线除外）；此外加上在AB 的垂直平分线上有两个格点，即可得到答案.

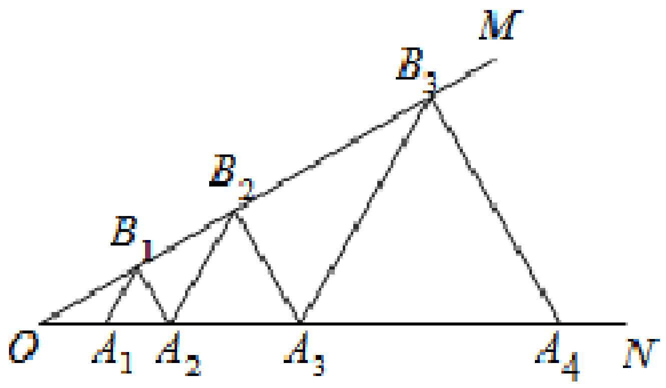
【详解】

解：以A 点为圆心，AB 为半径作圆，找到格点即可，（A、B、C 共线除外）；以 B 点为圆心，AB 为半径作圆，在⊙B 上的格点为C 点；在AB 的垂直平分线上有两个格点．故使△ABC 是等腰三角形的格点C 有 8 个.



【点睛】
本题考查了等腰三角形的判定，解题的关键是画出图形，利用数形结合解决问题.

8. 如图，已知$\angle MON=30°$，点 A_1，A_2，A_3 …在射线 ON 上，点 B_1，B_2，B_3 …在射线 OM 上，$\triangle A_1B_1A_2$，$\triangle A_2B_2A_3$，$\triangle A_3B_3A_4$，…均为等边三角形，若 $OA_2=4$，则$\triangle A_nB_nA_{n+1}$ 的边长为______.



【答案】2^n.
【解析】
【分析】
根据等腰三角形的性质以及平行线的性质得出$A_1B_1\parallel A_2B_2\parallel A_3B_3$，以及 $A_2B_2=2B_1A_2$，得出 $A_3B_3=4B_1A_2=8$，$A_4B_4=8B_1A_2=16$，$A_5B_5=16B_1A_2$…，进而得出答案.
【详解】
解：∵$\triangle A_1B_1A_2$是等边三角形，
∴$A_1B_1=A_2B_1$，
∵$\angle MON=30°$，
∵$OA_2=4$，
∴$OA_1=A_1B_1=2$
∴$A_2B_1=2$，
∵$\triangle A_2B_2A_3$、$\triangle A_3B_3A_4$ 是等边三角形，
∴$A_1B_1\parallel A_2B_2\parallel A_3B_3$，$B_1A_2\parallel B_2A_3$，
∴$A_2B_2=2B_1A_2$，$B_3A_3=2B_2A_3$，
∴$A_3B_3=4B_1A_2=8$，
$A_4B_4=8B_1A_2=16$，
$A_5B_5=16B_1A_2=32$，
以此类推$\triangle A_nB_nA_{n+1}$的边长为 2^n.
故答案为：2^n.
【点睛】
本题主要考查等边三角形的性质及含30°角的直角三角形的性质，由条件得到$OA_5=2OA_4=4OA_3=8OA_2=16OA_1$是解题的关键.

9. 在△ABC 中，∠ACB＝90º，D、E 分别在 AC、AB 边上，把△ADE 沿 DE 翻折得到△FDE，点 F 恰好落在 BC 边上，若△CFD 与△BFE 都是等腰三角形， 则∠BAC 的度数为__________.
【答案】45° 或 60°