专题 20　电磁感应中的动量和能量问题

目录

考向一　电磁感应中的能量问题

1．电磁感应中的能量转化

安培力做功
- **做正功：电能 $\xrightarrow{\text{转化}}$ 机械能，如电动机**
- **做负功：机械能 $\xrightarrow{\text{转化}}$ 电能 $\xrightarrow[\text{做功}]{\text{电流}}$ 焦耳热或其他形式的能量，如发电机**

2．求解焦耳热 Q 的三种方法

焦耳热 Q 的三种求法
- **焦耳定律：$Q=I^2Rt$**
- **功能关系：$Q=W_{\text{克服安培力}}$**
- **能量转化：$Q=\Delta E_{\text{其他能的减少量}}$**

3．求解电磁感应现象中能量问题的一般步骤

(1)在电磁感应中，切割磁感线的导体或磁通量发生变化的回路将产生感应电动势，该导体或回路就相当于电源．

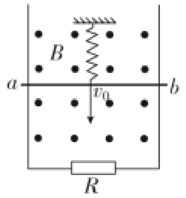
(2)分析清楚有哪些力做功，就可以知道有哪些形式的能量发生了相互转化．

(3)根据能量守恒列方程求解．

考查方式一　功能关系在电磁感应中的应用

【例 1】(2019·河南开封高三上第一次模拟)如图所示，在竖直平面内固定有光滑平行导轨，间距为 L，下端接有阻值为 R 的电阻，空间存在与导轨平面垂直、磁感应强度为 B 的匀强磁场。质量为 m、电阻为 r

的导体棒 ab 与上端固定的弹簧相连并垂直导轨放置。初始时，导体棒静止，现给导体棒竖直向下的初速度 v_0，导体棒开始沿导轨往复运动，运动过程中始终与导轨垂直并保持良好接触。若导体棒电阻 r 与电阻 R 的阻值相等，不计导轨电阻，则下列说法中正确的是(　　)



A．导体棒往复运动过程中的每个时刻受到的安培力方向总与运动方向相反

B．初始时刻导体棒两端的电压 $U_{ab}=BLv_0$

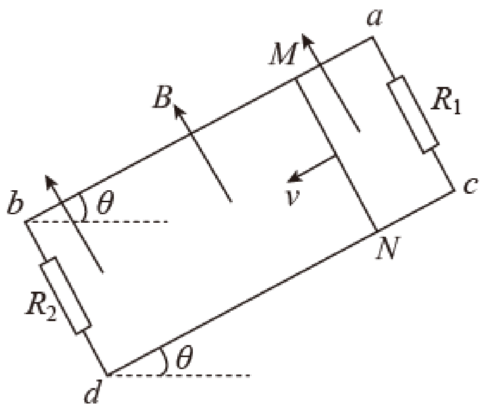
C．若导体棒从开始运动到速度第一次为零时，下降的高度为 h，则通过电阻 R 的电量为$\frac{BLh}{2R}$

D．若导体棒从开始运动到速度第一次为零时，下降的高度为 h，此过程导体棒克服弹力做功为 W，则电阻 R 上产生的焦耳热 $Q=\frac{1}{4}mv^2+\frac{1}{2}mgh-W$

【答案】　AC

【解析】　导体棒竖直向下运动时，由右手定则判断可知，ab 中产生的感应电流方向从 $b\to a$，由左手定则判断得知 ab 棒受到的安培力竖直向上，导体棒竖直向上运动时，由右手定则判断可知，ab 中产生的感应电流方向从 $a\to b$，由左手定则判断得知 ab 棒受到的安培力竖直向下，所以导体棒往复运动过程中的每个时刻受到的安培力方向总与运动方向相反，A 正确；导体棒开始运动的初始时刻，ab 棒产生的感应电势为 $E=BLv_0$，由于 $r=R$，a 端电势比 b 端高，所以导体棒两端的电压 $U_{ab}=\frac{1}{2}E=\frac{1}{2}BLv_0$，B 错误；若导体棒从开始运动到速度第一次为零时，下降的高度为 h，则通过电阻 R 的电量为 $q=\frac{\Delta\Phi}{R+r}=\frac{BLh}{2R}$，C 正确；导体棒从开始运动到速度第一次为零时，根据能量守恒定律得知电路中产生的焦耳热 $Q_{热}=\frac{1}{2}mv_0^2+mgh-W$，所以电阻 R 上产生的焦耳热 $Q=\frac{1}{2}Q_{热}=\frac{1}{4}mv_0^2+\frac{1}{2}mgh-\frac{W}{2}$，D 错误。

[变式 1]如图所示，平行金属导轨 ab 和 cd 与水平面成 θ 角，间距为 L，导轨与固定电阻 R_1 和 R_2 相连，磁感应强度为 B 的匀强磁场垂直穿过导轨平面。有一导体棒 MN，质量为 m，导体棒的电阻与固定电阻 R_1 和 R_2 的阻值均为 R，与导轨之间的动摩擦因数为 μ，导体棒以速度 v 沿导轨匀速下滑，忽略感应电流之间的相互作用。则（　　）



A．导体棒两端电压为$\dfrac{mgR(\sin\theta-\mu\cos\theta)}{BL}$

B．电阻 R_1 消耗的热功率为$\dfrac{1}{4}mgv(\sin\theta-\mu\cos\theta)$

C．时间 t 内通过导体棒的电荷量为$\dfrac{mgt(\sin\theta-\mu\cos\theta)}{BL}$

D．导体棒所受重力与安培力的合力方向与竖直方向的夹角等于 θ

【答案】C

【详解】A．导体棒匀速运动时，合力为零，即

$$mg\sin\theta=\mu mg\cos\theta+BIL$$

电磁感应的过程中，$R_{外}=\dfrac{R}{2}$，MN 两端的电压

$$U=IR_{外}$$

联立以上三式得

$$U=\frac{mgR(\sin\theta-\mu\cos\theta)}{2BL}$$

故 A 错误；

B．导体棒的重力的功率：

$$P_G=mgv\sin\theta$$

摩擦力的功率：

$$P_f=\mu mg\cos\theta\cdot v$$

根据

$$P=I^2R$$

知 MN 上的功率：

$$P_{MN}=I^2R$$

R_1 和 R_2 上的功率：

$$P_R=(\frac{I}{2})^2R=\frac{I^2R}{4}=\frac{P_{MN}}{4}$$

根据功能关系知：

$$PG=Pf+PMN+2PR1$$

即有

$$mgv（\sin\theta-\mu\cos\theta）=2PR1+PMN=6PR1$$

解得电阻 R_1 消耗的热功率为

$$P_{R1}=\frac{1}{6}mgv\left(\sin\theta-\mu\cos\theta\right)$$

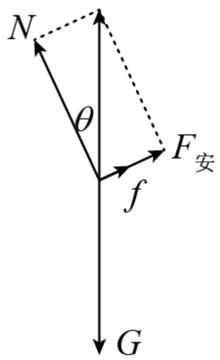
故 B 错误；

C．t 时间内通过导体棒的电荷量为

$$q=It=\frac{mgt\left(\sin\theta-\mu\cos\theta\right)}{BL}$$

故 C 正确；

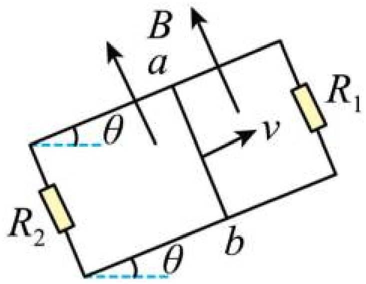
D．导体棒受到重力、支持力、摩擦力和安培力四个力作用．如图所示：



根据平衡条件得知：支持力、摩擦力和安培力三个力的合力与重力大小相等、方向相反，摩擦力与安培力方向相同，则支持力与摩擦力的合力与竖直方向的夹角小于 θ．而重力与安培力的合力和支持力和摩擦力的合力方向相反，则知导体棒所受重力与安培力的合力方向与竖直方向夹角小于 θ，故 D 错误。

故选 C。

[变式 2]如图所示，平行金属导轨与水平面成 θ 角，导轨与固定电阻 R_1 和 R_2 相连，匀强磁场垂直穿过导轨平面。有一导体棒 ab，质量为 m，导体棒的电阻与固定电阻 R_1 和 R_2 的阻值均相等，与导轨之间的动摩擦因数为 μ，导体棒 ab 沿导轨向上滑动，当上滑的速度为 v 时，受到安培力的大小为 F。此时（　　）



A．电阻R_1消耗的热功率为$\dfrac{Fv}{3}$

B．电阻R_2消耗的热功率为$\dfrac{Fv}{6}$

C．整个装置因摩擦而消耗的热功率为$\mu mgv\cos\theta$

D．整个装置消耗的机械功率为Fv

【答案】BC

【详解】AB．导体棒滑动的过程中切割磁感线，产生感应电动势，所以ab导体棒相当于电源，R_1与R_2并联，设导体棒、R_1、R_2的电阻均为R，导体棒的长度为L，则R_1、R_2并联后的电阻为

$$\frac{R^2}{2R}=\frac{R}{2}$$

电路产生的总电流为

$$I=\frac{BLv}{(R+\frac{R}{2})}=\frac{2BLv}{3R}$$

则导体棒所受的安培力为

$$F=BIL=\frac{2B^2L^2v}{3R}$$

R_1、R_2上消耗的功率相等，均为

$$P=(\frac{I}{2})^2R=(\frac{BLv}{3R})^2R=\frac{B^2L^2v^2}{9R}=\frac{Fv}{6}$$

A错误，B正确；

C．整个装置所受的摩擦力为$\mu mg\cos\theta$，所以摩擦力消耗的功率为

$$P_{\mathrm{f}}=\mu mgv\cos\theta$$

C正确；

D．导体棒克服安培力和摩擦力做功使得导体棒机械能减少，所以整个装置消耗的机械功率为

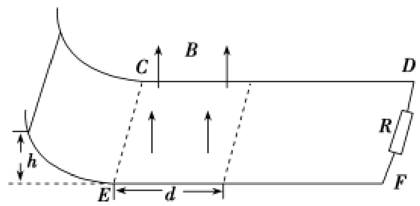
$$P_{消耗}=(F+\mu mg\cos\theta)v$$

D 错误。

故选 BC。

考查方式二　焦耳热的求解

【例 2】 CD、EF 是两条水平放置的阻值可忽略的平行金属导轨，导轨间距为 L，在水平导轨的左侧存在磁感应强度方向垂直导轨平面向上的匀强磁场，磁感应强度大小为 B，磁场区域的宽度为 d，如图所示．导轨的右端接有一阻值为 R 的电阻，左端与一弯曲的光滑轨道平滑连接．将一阻值为 R、质量为 m 的导体棒从弯曲轨道上 h 高处由静止释放，导体棒最终恰好停在磁场的右边界处．已知导体棒与水平导轨接触良好，且动摩擦因数为 μ，则下列说法中正确的是　　　　　　　　　　　　　(　　)



A．通过电阻 R 的最大电流为$\dfrac{BL\sqrt{2gh}}{2R}$　　　　B．流过电阻 R 的电荷量为$\dfrac{BdL}{2R}$

C．整个电路中产生的焦耳热为 mgh　　　　D．电阻 R 中产生的焦耳热为 $\dfrac{1}{2}mg(h-\mu d)$

【命题立意】本题中导体棒以一定的初速度进入磁场，这类问题的分析思路为：导体切割磁感线运动→产生感应电动势、感应电流→受到安培力作用→合外力变化→加速度变化→速度变化→稳定状态(或临界状态)，必要时将电磁感应问题与力学规律相结合进行计算．

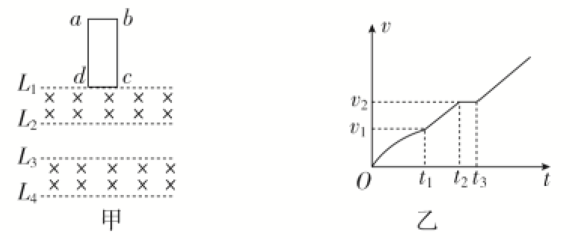
【思路点拨】　导体棒在磁场中运动的过程中，滑动摩擦力大小不变，导体棒克服安培力、滑动摩擦力做功，由法拉第电磁感应定律、欧姆定律结合能量守恒定律进行求解．

【答案】ABD

【解析】　质量为 m 的导体棒从弯曲轨道上 h 高处由静止释放，刚进入磁场时速度最大，由 $mgh=\dfrac{1}{2}mv^2$，得最大速度 $v=\sqrt{2gh}$，产生的最大感应电动势 $E_m=BLv=BL\sqrt{2gh}$.由闭合电路欧姆定律可得通过电阻 R 的最大电流 $I_m=\dfrac{E_m}{2R}=\dfrac{BL\sqrt{2gh}}{2R}$，A 正确；在导体棒滑过磁场区域的过程中，产生的感应电动势的平均值$\overline{E}=\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\dfrac{BdL}{\Delta t}$，平均感应电流$\overline{I}=\dfrac{\overline{E}}{2R}$，流过电阻 R 的电荷量为 $q=\overline{I}t$，联立解得 $q=\dfrac{\Delta\Phi}{2R}=\dfrac{BdL}{2R}$，B 正确；由能量守恒定律可知整个电路中产生的焦耳热 $Q=mgh-\mu mgd$，C 错误. 电阻 R 中产生的焦耳热 $Q_1=\dfrac{1}{2}Q=\dfrac{1}{2}mg(h-\mu d)$，D 正确.

[变式 1]如图甲所示，在竖直方向上有四条间距相等的水平虚线 L_1、L_2、L_3、L_4，在 L_1、L_2 之间，L_3、L_4 之间存在匀强磁场，磁感应强度大小均为 1 T，方向垂直于虚线所在平面。现有一矩形线圈 $abcd$，宽度 $cd=L$

$=0.5$ m，质量为 0.1 kg，电阻为 2 Ω，将其从图示位置由静止释放(cd 边与 L_1 重合)，线圈速度随时间的变化关系如图乙所示，t_1 时刻 cd 边与 L_2 重合，t_2 时刻 ab 边与 L_3 重合，t_3 时刻 ab 边与 L_4 重合，已知 t_1～t_2 的时间间隔为 0.6 s，整个运动过程中线圈平面始终处于竖直方向(重力加速度 g 取 10 m/s^2)。则(　　)



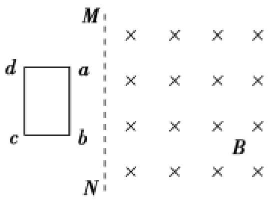
A．在 0～t_1 时间内，通过线圈的电荷量为 0.25 C　　B．线圈匀速运动的速度大小为 8 m/s

C．线圈的长度为 1 m　　D．0～t_3 时间内，线圈产生的热量为 1.8 J

【答案】　ABD

【解析】　由题图可知，在 t_2～t_3 时间内，线圈向下做匀速直线运动，受力平衡，则根据平衡条件有：$mg=BIL$，而 $I=\frac{BLv_2}{R}$，联立两式解得 $v_2=\frac{mgR}{B^2L^2}$，代入数据解得：$v_2=8$ m/s，B 正确；t_1～t_2 时间内线圈一直做匀加速直线运动，则知线圈内磁通量变化为零，不产生感应电流，不受安培力作用，仅在重力作用下运动，以 cd 边与 L_2 重合时为初状态，以 ab 边与 L_3 重合时为末状态，设磁场的宽度为 d，则线圈长度为 $2d$，线圈下降的位移为 $3d$，则有：$3d=v_2t-\frac{1}{2}gt^2$，其中 $v_2=8$ m/s，$t=0.6$ s，代入解得 $d=1$ m，所以线圈的长度为 $L'=2d=2$ m，C 错误；在 0～t_1 时间内，cd 边从 L_1 运动到 L_2，通过线圈的电荷量为 $q=\frac{\Delta\Phi}{R}=\frac{BLd}{R}=0.25$ C，A 正确；0～t_3 时间内，根据能量守恒得，$Q=mg(3d+2d)-\frac{1}{2}mv_2^2=1.8$ J，D 正确。

[变式 2]如图所示，纸面内有一矩形导体闭合线框 $abcd$，ab 边长大于 bc 边长．从置于垂直纸面向里、边界为 MN 的匀强磁场外，线框两次匀速地完全进入磁场，两次速度大小相同，方向均垂直于 MN.第一次 ab 边平行 MN 进入磁场，线框上产生的热量为 Q_1，通过线框导体横截面的电荷量为 q_1；第二次 bc 边平行 MN 进入磁场，线框上产生的热量为 Q_2，通过线框导体横截面的电荷量为 q_2，则(　　)



A．$Q_1>Q_2$　$q_1=q_2$　　B．$Q_1>Q_2$　$q_1>q_2$

C．$Q_1=Q_2$　$q_1=q_2$　　D．$Q_1=Q_2$　$q_1>q_2$

【答案】A

【解析】.设 ab 和 bc 边长分别为 L_1、L_2，线框电阻为 R，若假设穿过磁场区域的时间为 t.

通过线框导体横截面的电荷量

$q=It=\dfrac{\Delta\Phi}{R}=\dfrac{BL_1L_2}{R}$,

因此 $q_1=q_2$.

线框上产生的热量为 Q，

第一次：$Q_1=BL_1I_1L_2=BL_1\dfrac{BL_1v}{R}L_2$,

同理可以求得 $Q_2=BL_2I_2L_1=BL_2\dfrac{BL_2v}{R}L_1$,

由于 $L_1>L_2$，则 $Q_1>Q_2$，故 A 正确.

考向二　电磁感应中的动量问题

动量观点在电磁感应现象中的应用

(1)对于两导体棒在平直的光滑导轨上运动的情况，如果两棒所受的外力之和为零，则考虑应用动量守恒定律处理问题;

(2)由 $B\bar{I}L\cdot\Delta t=m\cdot\Delta v$、$q=\bar{I}\cdot\Delta t$ 可知，当题目中涉及电荷量或平均电流时，可应用动量定理来解决问题.

考查方式一　安培力对时间的平均值的两种处理方法

力对时间的平均值和力对位移的平均值通常不等。力对时间的平均值可以通过作 F-t 图象，求出曲线与 t8轴围成的面积（即总冲量），再除以总时间，其大小就是力对时间的平均值 $\overline{F}_t$。

考查方式二　安培力对时间的平均值求电荷量

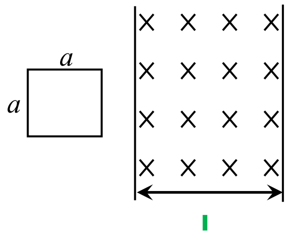
安培力的冲量公式是 $F\Delta t=BIL\Delta t=BLq=BL\dfrac{\Delta\Phi}{R}$，这是安培力在电磁感应中的一个重要推论。感应电流通过直导线时，直导线在磁场中受到安培力的作用，当导线与磁场垂直时，安培力的大小为 $F=BIL$。在时间 Δt 内安培力的冲量 $F\Delta t=BIL\Delta t$

根据电流的定义式 $\bar{I}=\dfrac{q}{t}$，式中 q 是时间 t 内通过导体截面的电量

欧姆定律 $\bar{I}=\dfrac{\overline{E}}{R}$，$R$ 是回路中的总电阻

电磁感应中 $\overline{E}=\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$ 可以得到安培力的冲量公式，此公式的特殊性决定了它在解题过程中的特殊应用。

【例 3】 如图所示，在光滑的水平面上，有一垂直向下的匀强磁场分布在宽为 L 的区域内，有一个边长为 a（$a<L$）的正方形闭合线圈以初速 v_0 垂直磁场边界进入磁场，滑过磁场后速度变为 v（$v<v_0$）那么（　　）



A．完全进入磁场中时线圈的速度大于（v_0+v）/2； B．完全进入磁场中时线圈的速度等于（v_0+v）/2；

C．完全进入磁场中时线圈的速度小于（v_0+v）/2； D．以上情况 A、B 均有可能，而 C 是不可能的

【答案】B

【解析】设线圈完全进入磁场中时的速度为v'。线圈在穿过磁场的过程中的感应电荷量为q因为框进出磁场时面积变化量相等所以磁通量的变化量相等即进、出磁场感应电荷量相等下面是线圈在进入磁场、穿出磁场的过程中的动量定理：

$Bqa = mv_0 - mv'$

$Bqa = mv' - mv$

由上述二式可得$v' = \frac{v_0 + v}{2}$，即 B 选项正确。

【点评】：本题具有很强的综合性。由电磁感应知识推出$F_{安} = B^2L^2v_{瞬}/R$，当$v_{瞬}$减小时$F_{安}$也减小，所以线圈在进入磁场和穿出磁场的过程都是变减速运动，所以不能用运动学的公式来解决问题了。进入磁场和穿出磁场的过程线圈的位移相同，我们可以利用动能定理，但无法对本题最终做出解答。这时要求学生能及时调节思维，合理进行选择，结合线圈在进入磁场和穿出磁场的过程中磁通量的变化量$\Delta\phi$相等，利用安培力的冲量公式，会有柳暗花明又一村的感觉。

角度二　安培力对时间的平均值求位移

安培力的冲量公式是$B\bar{I}Lt = mv_0$①

闭合电路欧姆定律　$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R+r}$②

平均感应电动势：$\bar{E} = BL\bar{v}$③

位移：$x = \bar{v}t$ ④　　　　　　①②③④得

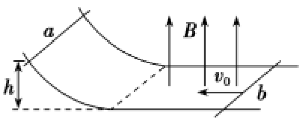
$\frac{B^2L^2x}{R+r} = mv_0$

这是安培力在电磁感应中的又一个重要推论。

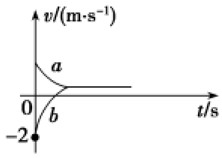
考查方式二　双杆在同一磁场中运动问题

【例 4】两足够长且不计电阻的光滑金属轨道如图甲所示放置，间距为 $d=1$ m，在左端弧形轨道部分高 $h=1.25$ m 处放置一金属杆 a，弧形轨道与平直轨道的连接处光滑无摩擦，在平直轨道右端放置另一金属杆 b，

杆 a、b 的电阻分别为 $R_a=2\ \Omega$、$R_b=5\ \Omega$，在平直轨道区域有竖直向上的匀强磁场，磁感应强度 $B=2$ T．现杆 b 以初速度大小 $v_0=5$ m/s 开始向左滑动，同时由静止释放杆 a，杆 a 由静止滑到水平轨道的过程中，通过杆 b 的平均电流为 0.3 A；从 a 下滑到水平轨道时开始计时，a、b 运动的速度—时间图象如图乙所示(以 a 运动方向为正方向)，其中 $m_a=2$ kg，$m_b=1$ kg，g 取 10 m/s^2，求：



甲



乙

(1)杆 a 在弧形轨道上运动的时间；

(2)杆 a 在水平轨道上运动过程中通过其截面的电荷量；

(3)在整个运动过程中杆 b 产生的焦耳热．

【思路点拨】　动量定理处理变力以及涉及力和时间的问题时比较方便，由题意可知杆 a 在弧形轨道上运动的时间与杆 b 从开始运动到开始计时的运动时间相同，则可选用动量定理来解答第(1)问．

【答案】　(1)5 s　(2)$\frac{7}{3}$ C　(3)$\frac{115}{6}$ J

【解析】　(1)设杆 a 由静止滑至弧形轨道与平直轨道连接处时杆 b 的速度大小为 v_{b0}，对杆 b 运用动量定量，有 $Bd\bar{I}\cdot\Delta t=m_b(v_0-v_{b0})$

其中 $v_{b0}=2$ m/s

代入数据解得 $\Delta t=$ 5 s.

(2)对杆 a 由静止下滑到平直导轨上的过程中，由机械能守恒定律有 $m_agh=\frac{1}{2}m_av_a^2$

解得 $v_a=\sqrt{2gh}=5$ m/s

设最后 a、b 两杆共同的速度为 v'，由动量守恒定律得 $m_av_a-m_bv_{b0}=(m_a+m_b)v'$

代入数据解得 $v'=\frac{8}{3}$ m/s

杆 a 动量的变化量等于它所受安培力的冲量，设杆 a 的速度从 v_a 到 v'的运动时间为 $\Delta t'$，则由动量定理可得

$BdI\cdot\Delta t'=m_a(v_a-v')$

而 $q=I\cdot\Delta t'$