

第二章 系统模型与系统分析

主讲：吉林大学
生物与农业工程学院
杨印生教授

重点问题

- 系统模型与建模方法
- 数学建模
- 解决问题的“5W1H”
- 霍尔的“三维结构”模式
- 从定性到定量的综合集成方法

主要参考目录：谭跃进主编《定量分析方法》 人民大学出版社，2002，8

2.1 系统模型

一、系统模型的定义和分类

1. 系统模型的定义

系统模型是一个系统某一方面本质属性的描述，它以某种确定的形式（如文字、符号、图表、实物、数学公式等）提供关于该系统的知识。

- 系统模型一般不是系统对象本身，而是现实系统的描述、模仿和抽象。
- 系统模型是由反映系统本质或特征的主要因素构成的。
- 系统模型集中体现了这些主要因素之间的关系。

2. 为什么要使用系统模型

人类认识和构造客观世界的两种研究方法——实验法和模型法。

- 系统开发的需要（预测、分析、优化和评价）
- 经济上的考虑
- 安全性、稳定性上的考虑
- 时间上的考虑
- 系统模型容易操作，分析结果易于理解

3. 系统模型的分类

表2-1

系统模型的一般分类

序号	分类原则	模型种类
1	按建模材料不同	抽象、实物
2	按与实体的关系	形象、类似、数学
3	按模型表征信息的程度	观念性、数学、物理
4	按模型的构造方法	理论、经验、混合
5	按模型的功能	结构、性能、评价、最优化、网络
6	按与时间的依赖关系	静态、动态
7	按是否描述系统内部特性	黑箱、白箱
8	按模型的应用场合	通用、专用
9	数学模型的分 类	确定性、随机性、连续型、离散型
	按变量形式分类	代数方程、微分方程、概
	按变量之间的关系分类	率统计、逻辑

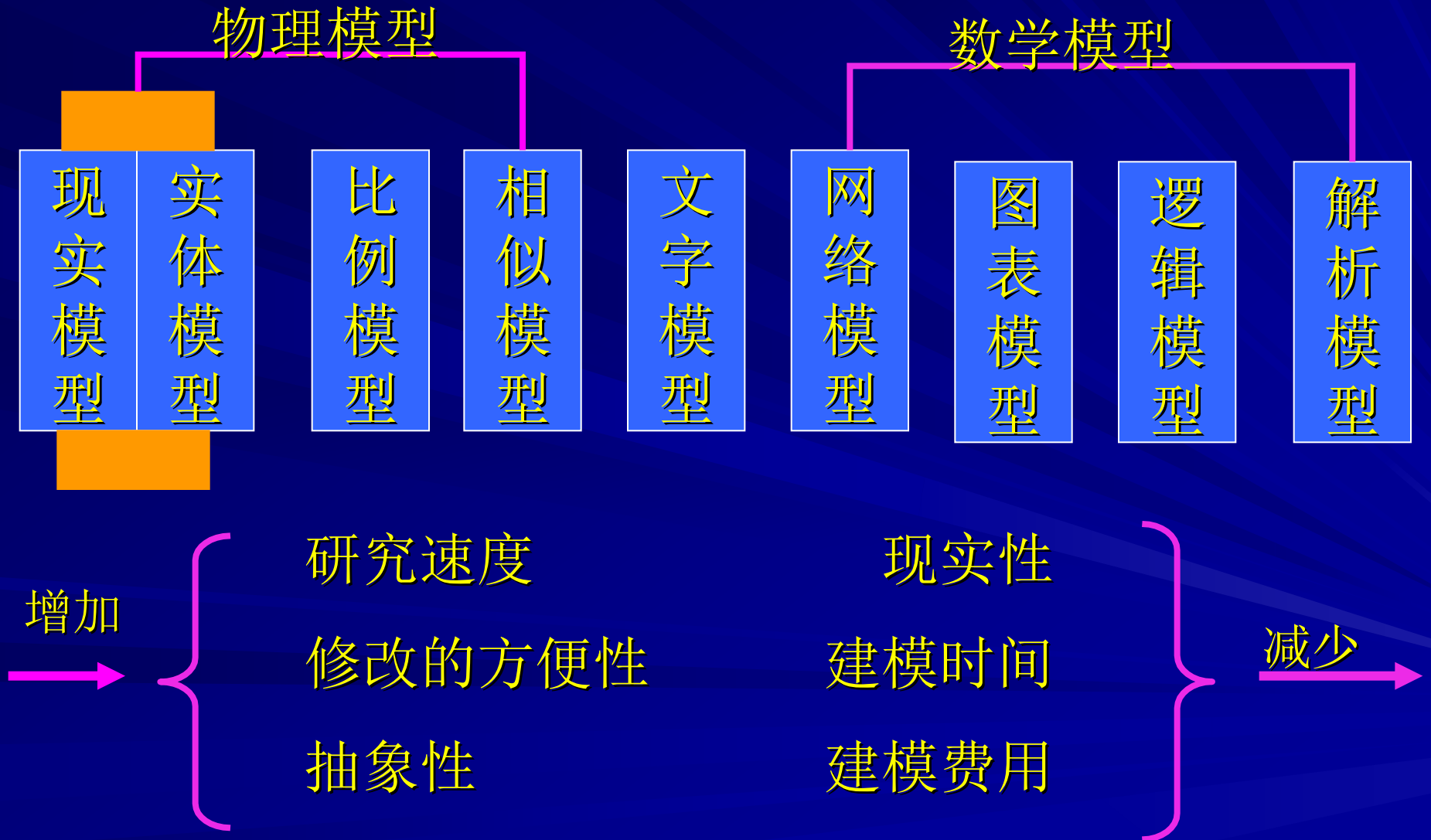
3. 系统模型的分类

■ 常用的几种系统模型

- (1) 实体模型（如标准件的生产检验、样本）
- (2) 比例模型（放大或缩小）
- (3) 相似模型（利用相似原理，利用一种系统去代替另一种系统。如用电路系统代替机械系统、热力学系统）
- (4) 文字模型（如，技术报告，说明书）
- (5) 网络模型（包括逻辑关系与数学关系）
- (6) 图表模型（图像和表格）
- (7) 逻辑模型（如方框图、程序图）
- (8) 解析模型（数学方程）

3. 系统模型的分类

图2-1 系统模型的特征比较



二、系统建模方法

- 系统建模既是一种技术又是一种艺术！是一种创造性劳动。

1. 系统建模应遵循的原则

- (1) 切题（抓住主要矛盾）
- (2) 清晰（关系、结构）
- (3) 精度要求适当
- (4) 花费要少

2. 建模的主要方法

(1)推理法（“白箱”问题）

(2)实验法（“黑箱”或“灰箱”问题）

(3)统计分析法（“黑箱”问题）

(4)混合法

(5)类似法（相似模型）

2.2 数学的地位、作用和数学建模

参考文献:

- 美国国家研究委员会数学科学资金来源特别委员会（主席：Edward David, 1984）
美国数学的现在和未来（中译本，复旦大学出版社）
- 中国科学院数学四所
关于数学科学研究的报告（数学的实践与认识，NO. 2, 1988）

一、数学的地位与作用

1、数学是研究现实世界中的空间形式与数量关系的一门科学

- 空间形式
- 数量关系
- 数学首先是一门科学，更是一门技术
- 现实世界

数学的高度抽象性，决定了它的应用广泛性。

RADON (1917) 变换-----CT

2、数学是各门科学的基础和工具

各门科学都在走向精确化、数学化、计算机化。各门科学都离不开数学，数学是各门科学的基础。

3、有许多科技领域是主要植根于数学家的理论贡献的。

英国数学家Turing与通信密码（二战）

数学家Shannon（1948）与《通信中的数学理论》

数学家Wiener（1935、1948）与控制论

数学家Bellman, Kalman与现代控制论

钱学森（1954）与《工程控制论》

中国科学院数学所成立控制论研究室（1960）

4、计算机的发明及其应用所依据的思想大都来自数学

数学家Turing（1936）

《论可计算数及其对判定问题的应用》

Von Neumann

第一台程序内存的通用电子计算机

5、在许多情况下，数学方法的应用可以直接产生经济效益

优化理论、计算机模拟

6、数学是人类文明的重要组成部分

哈佛大学数学物理教授Arthur Jaffe:

人们可以把数学对我们社会的贡献比喻为空气和食物对生命的作用。

二、数学与新世纪

学好数理化， $\textcircled{R}\textcircled{R}\textcircled{R}\textcircled{R}\textcircled{R}$ 。

数学与战争（化学战、物理战、数学战）

钱学森：高技术实质上就是数学技术。

数学不仅是科学，也是技术，而且是可视技术。

数学与高新技术（信息技术、生物工程技术、航空航天技术、先进制造技术、海洋技术、新医药、新材料、新能源）

1、计算机集成制造系统(Computer Integrated Manufacturing, CIMS)

1994, 清华大学获大学领先奖

1999, 华中理工大学获大学实践奖

生产排序、优化设计(尺寸、形状、拓扑)、最优控制

2、知识经济(信息经济、网络经济、数字经济)

智能工程(计算机推理与数学机械化、模糊技术与产品)

3、环境LCA(Life Cycle Assessment)与精确农业

技术经济学(空间统计学、实验优化技术、运筹学)

三、理工交叉与创新

■ 理工交叉的体会：

- 1、交换脑筋，转换思维；
- 2、不是简单的交叉，而是融合（从问题到数学，还是从数学到问题？）

关于创新：

创新关键是思维，思维基础是积累

1、信息是一种资源

广泛性、相容性

2、灵捷与敏感也是一种资源

3、集成也是一种创新

四、 数学建模

1. 模型及其意义

1) 什么是模型

虽然没有统一的定义，但如果把某种或某些事物所构成的体系或系统叫做一个现实原型，那么模型就是对这种现实模型的抽象或模仿。注意模型既反映原型，又不等于原型，或者说它是原型的一种近似。如，地球仪是地球原型的本质和特征的一种近似或集中反映。

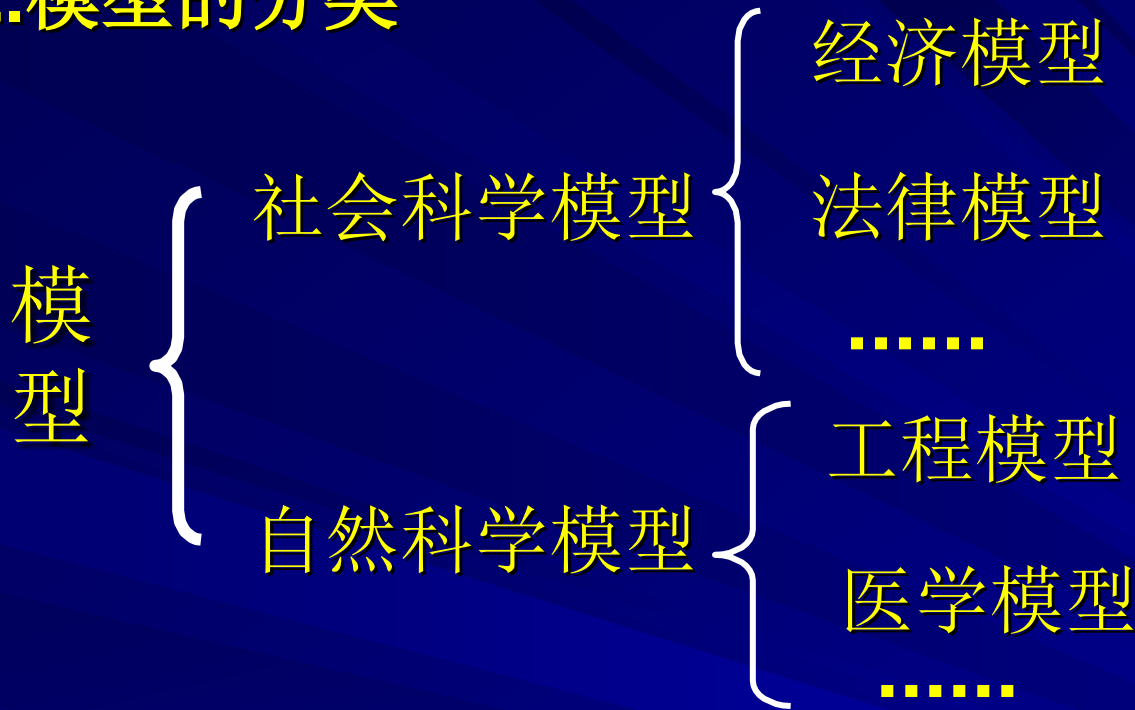


■ 模型的含义很广泛：

- ✓ 自然科学和工程技术中：概念、公式、定律、理论等。
- ✓ 社会科学中：学说、原理、政策、小说、美术、语言
- ✓ **Newton**第二定律是物体在力的作用下，其运动规律这个原型的一种模型；
- ✓ 计算机是人的某些功能或智能这个原型的一种模型；
- ✓ 一张照片是某种实体（如人）的反映；
- ✓ 一场戏剧是某类事件的再现；
- ✓ 吃饭这句话是人往嘴里送东西，达到充饥的动作的抽象
-

2) 模型的意义

2.模型的分类



- 从规律上分类，模型大致可分为3类或3种形式：

(1) 形象模型 (Iconic Model)

这种模型就是把现实原型加以形象的缩小或放大，它既可以是实体的，也可以是虚体的，但它看得见、抓得住。如航空模型、建筑模型以及雕塑，一般都是缩小的实体形象模型；物质的原子机构模型、电路教学板、细菌图片等都是放大的实体形象模型；而一项政策、一个口号，则可看作是虚体的形象模型。

(2) 模拟模型 (Analog Model)

是用具有某种性质的简单东西去代替具有另一种性质的复杂东西，这两种不同性质的东西要具有相同的对应关系。

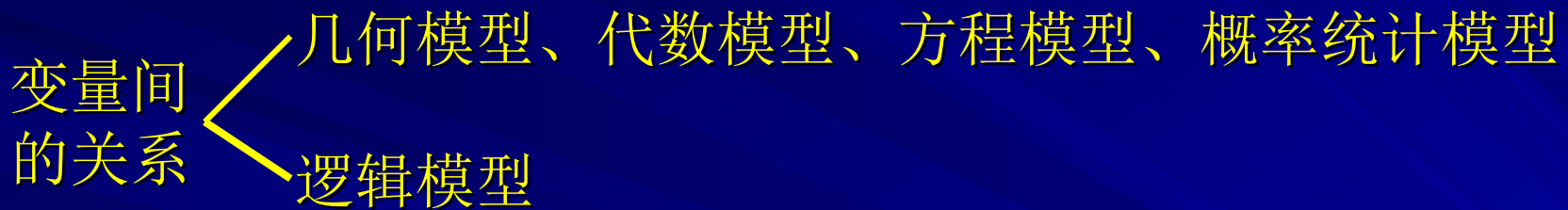
例如，用等高线法去代替山的海拔高度，用电路模拟某些机械运动，用模型模拟军事战争，日本女排曾用男运动员模拟中国女排进行练习等。

(3) 数学模型 (Mathematical Model, 简记 MM)

它是用数学、拉丁字母、希腊字母以及其他符号来体现和描述现实原型的各种因素形式以及数量关系的一种数学结构。

例如，定律、定理、公式、算法、图表等。

■ 数学模型又可分为：



变量形式：确定性模型、随机模型、模糊性模型

连续性模型和离散性模型

运筹学模型 (Models of Operations Research, 简称 ORM)

- 交通运输模型
- 分配模型
- 网络模型
- 存贮模型
- 排队模型
- 维修、更新模型
- 可靠性模型
- 对策模型
- 排序模型
- 搜索模型
- 投入产出模型

$$\begin{cases} \min U = f(x, y) \\ s.t. \quad g(x, y) \geq 0 \end{cases}$$

$$x = (x_1, \dots, x_n), y = (y_1, \dots, y_m)$$

$$f = (f_1, \dots, f_p), g = (g_1, \dots, g_q)$$

3.建立数学模型的一般步骤和原则

1) 一般步骤和原则

建模是十分复杂的创造性劳动，因此没有固定的建模方法，要具体问题具体分析，灵活运用，边干边创造。

- 1°首先要对原型仔细分析，特别是针对生产实际问题，要到原型所处的环境中进行深入的调查研究，了解用户对问题的各种要求，搜集已有的各种资料和数据，为建立MM提供可靠依据。
- 2°在调查研究的基础上，确定原型所属系统，如运输系统、力学系统、管理系统、生态系统等。根据原型所属系统，建立MM所应用的大体方法，接着就要根据问题的要求，本着抓主要矛盾的方针，选择关键性的变量（工程上也叫设计变量）以及相应的数学工具，进行高度抽象，最后初步形成MM。
- 3°MM一般要求有一定的精度，反映原型本质或使用者要求，同时要尽量简单，容易求解
- 4°试验调试，证实模型的有效性。

2) 关于建立MM能力的培养

- 理解实际问题的能力
- 抽象分析问题的能力
- 运用工具知识的能力
- 试验调试能力



4. 建立数学模型的一般途径

1) 直接方法

例1.冷却问题 将温度为 $T_0=150^{\circ}\text{C}$ 的物体放在温度为 24°C 的空气中冷却。经过10 分钟后，物体温度降为 $T_1=100^{\circ}\text{C}$ ，问 $t=20$ 分钟时，物体的温度是多少？

- 由于该问题只涉及必然现象，故应建立确定性数学模型，再注意，这一个冷却现象的物理问题，自然要用到牛顿冷却定律：

物体在空气中冷却速度与该物体的温度及空气温度之差成正比。

设物体的温度 T 随时间的变化规律为 $T=T(t)$,则

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - 24), T(0) = 150^{\circ}\text{C}$$

$k > 0$ 为常数，负号表示温度下降

$$T = 126e^{-kt} + 24$$

由 $T(0) = 100$, 得 $k \approx 0.05$, 则 $T = 126e^{-0.05t} + 24$

令 $t = 20$ 有 $T(20) \approx 40^{\circ}\text{C} + 24^{\circ}\text{C} = 64^{\circ}\text{C}$

2) 模拟方法

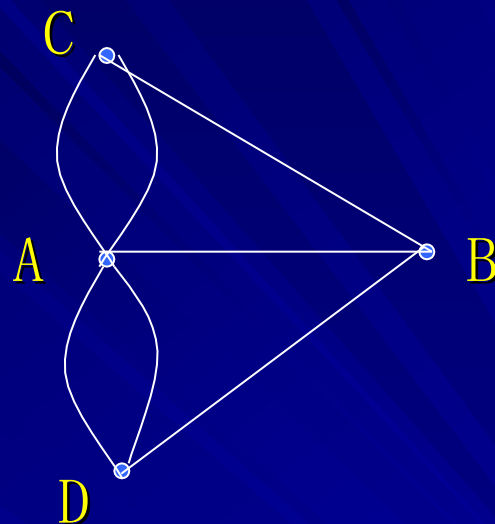
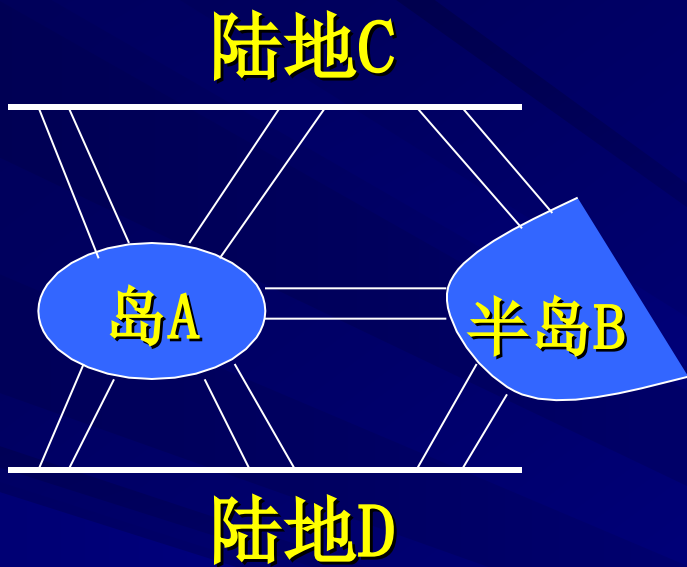
先找另一种MM，使得它们的原型结构性质完全相同，而后者的MM 或建立简单，或解法简单，或直观易选，这时就用后者的MM代替前者的MM。

——模拟方法



例2. 格尼斯堡七桥问题（1736年）

在格尼斯堡城有七座桥联系着一个岛、一个半岛和陆地，如下图所示。每当晚霞时，格尼斯堡的大学生们都喜欢在桥上散步，久而久之，他们提出了一个问题，能否不重复的一次走完七座桥？但谁都没有成功，后来他们写信向著名数学家欧拉请教，据说欧拉用了两天两夜的时间解决了这个问题，认为七桥问题无解。



七桥问题



一笔画问题（用图论方法可知无解）

几何模拟

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/486024235111010220>