2016年陕西省西安市西工大附中高考数学二模（理）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．抛物线$y=3x^2$的焦点坐标是（　　）

A．$(\frac{3}{4}，0)$B．$(0，\frac{3}{4})$C．$(\frac{1}{12}，0)$D．$(0，\frac{1}{12})$

【考点】抛物线的简单性质．

【专题】圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】先把方程化为标准方程，可知焦点在y轴上，进一步可以确定焦点坐标．

【解答】解：化为标准方程为$x^2=\frac{1}{3}y$，∴$2p=\frac{1}{3}$，∴$\frac{p}{2}=\frac{1}{12}$，∴焦点坐标是（0，$\frac{1}{12}$）．

【点评】本题主要考查抛物线的几何形状，关键是把方程化为标准方程，再作研究．

2．《莱因德纸草书》（Rhind Papyrus）是世界上最古老的数学著作之一．书中有一道这样的题目：把100个面包分给5个人，使每个人所得成等差数列，且使较大的三份之和的$\frac{1}{7}$是较小的两份之和，问最小一份为（　　）

A．$\frac{5}{3}$B．$\frac{10}{3}$C．$\frac{5}{6}$D．$\frac{11}{6}$

【考点】等差数列的通项公式．

【专题】等差数列与等比数列．

【分析】设五个人所分得的面包为$a-2d$，$a-d$，a，$a+d$，$a+2d$（$d>0$），根据条件列出方程求出a和d的值，从而得最小一份的值．

【解答】解：设五个人所分得的面包为$a-2d$，$a-d$，a，$a+d$，$a+2d$，（其中$d>0$）；

∵把100个面包分给5个人，∴（$a-2d$）+（$a-d$）$+a+$（$a+d$）+（$a+2d$）$=5a=100$，得$a=20$，

∵使较大的三份之和的$\frac{1}{7}$是较小的两份之和，∴$\frac{1}{7}$（$a+a+d+a+2d$）$=a-2d+a-d$，得

$3a+3d=7$（$2a-3d$），化简得$24d=11a$，∴$d=\frac{11}{24}\times 20=\frac{55}{6}$，

所以最小的1分为$a-2d=20-2\times\frac{55}{6}=\frac{5}{3}$．

【点评】本题考查了等差数列模型的实际应用，解题时应巧设数列的中间项，从而容易得出结果，属于基础题．

3．下列命题中，假命题是（　　）

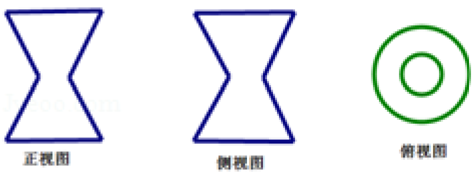
A．“π是函数$y=sinx$的一个周期”或“2π是函数$y=cosx$的一个周期”

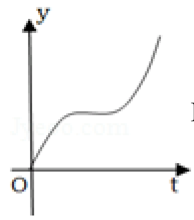
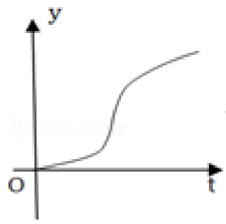
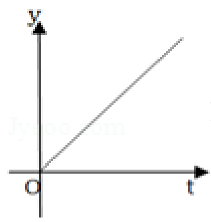
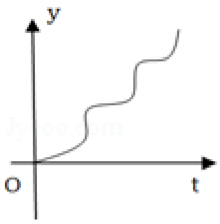
B．“$m>0$”是“函数f（x）$=m+log2x$（$x\geq 1$）不存在零点”的充分不必要条件

C．“若$a\leq b$，则$2a\leq 2b-1$”的否命题

D．“任意$a\in$（0，+∞），函数$y=ax$在定义域内单调递增”的否定

【考点】命题的真假判断与应用．
【专题】对应思想；转化法；简易逻辑．
【分析】A．根据复合命题的真假关系进行判断．
B．根据函数单调性以及充分条件和必要条件的定义进行判断．
C．求出命题的否命题，根据指数函数的单调性进行判断．
D．根据含有量词的命题的否定进行判断．
【解答】解：A．π 是函数 $y=sinx$ 的一个周期是假命题，2π 是函数 $y=cosx$ 的一个周期是真命题，则“π 是函数 $y=sinx$ 的一个周期”或“2π 是函数 $y=cosx$ 的一个周期”是真命题．
B．当 $x\geq 1$ 时，$log2x\geq 0$，则 $f(x)\geq m$，若函数 $f(x)=m+log2x$（$x\geq 1$）不存在零点，
则 $m>0$，则“$m>0$”是“函数 $f(x)=m+log2x$（$x\geq 1$）不存在零点”的充要条件，故 B 是假命题，
C．“若 $a\leq b$，则 $2a\leq 2b-1$”的否命题是，“若 $a>b$，则 $2a>2b-1$”为真命题．
$\because a>b$，$\therefore 2a>2b>2b-1$，故 C 是真命题．
D．“任意 $a\in(0,+\infty)$，函数 $y=ax$ 在定义域内单调递增”是假命题，则“任意 $a\in(0,+\infty)$，函数 $y=ax$ 在定义域内单调递增”的否定是真命题，
【点评】本题主要考查命题的真假判断，涉及充分条件和必要条件的判断，复合命题之间的关系以及四种命题的真假判断，综合性较强，但难度不大．
4．如图是一个有底的容器的三视图，现向容器中匀速注水，容器中水面的高度随时间变化的可能图象是（　　）



A．
B．
C．
D．

【考点】函数的图象．
【专题】函数的性质及应用．
【分析】判断几何体的形状，根据几何体容器下面粗可得水面高度开始增加的慢，后来增加的快，上面细，然后上面先快后慢得出答案．
【解答】解：由三视图，可知几何体是下部是已改圆台，上部是与下部相同倒放的圆台，因为圆台下面粗，上面细，水面高度开始增加的慢，后来增加的快，
然后上面先快后慢．函数的图象是 B．
故选：B．
【点评】本题考查了三视图与几何体的关系，函数的图象，要能根据函数图象的性质和图象上的数据分析得出函数的类型和所需要的条件，结合实际意义得到正确的结论．
5．某中学数学组来了 5 名即将毕业的大学生进行教学实习活动，现将他们分配到高一年级的 1，2，3 三个班实习，每班至少一名，最多两名，则不同的分配方案有（　　）
A．30 种 B．90 种 C．150 种 D．180 种
【考点】计数原理的应用．

【专题】计算题；整体思想；数学模型法；排列组合．

【分析】根据题意，先把 5 名大学生分成三组，一组 1 人，另两组都是 2 人，计算其分组的方法种数，进而将三个组分到 3 个班，即进行全排列，计算可得答案．

【解答】解：将 5 名大学生分配到高一年级的 3 个班实习，每班至少 1 名，最多 2 名，

则将 5 名大学生分成三组，一组 1 人，另两组都是 2 人，有$\frac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}$=15 种方法，

再将 3 组分到 3 个班，共有 15•*A*33=90 种不同的分配方案，

故选：B．

【点评】本题考查排列、组合的运用，注意先要根据题意要求，进行分类讨论，其次要正确运用分组公式．

6．已知函数 $f(x)=ax^2-1$ 的图象在点 $A(1,f(1))$ 处的切线 l 与直线 $8x-y+2=0$ 平行，若数列 $\{\frac{1}{f(n)}\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 S_{2015} 的值为（　　）

A．$\frac{4030}{4031}$ B．$\frac{2014}{4029}$ C．$\frac{2015}{4031}$ D．$\frac{4029}{4031}$

【考点】数列的求和；利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】数形结合；方程思想；转化思想；导数的综合应用；等差数列与等比数列．

【分析】$f'(x)=2ax$，由于函数 $f(x)=ax2-1$ 的图象在点 $A(1,f(1))$ 处的切线 l 与直线 $8x-y+2=0$ 平行，可得：$f'(1)=2a=8$，解得 $a=4$．于是 $f(n)=4n2-1$．利用“裂项求和”方法即可得出．

【解答】解：$f'(x)=2ax$，

∵函数 $f(x)=ax2-1$ 的图象在点 $A(1,f(1))$ 处的切线 l 与直线 $8x-y+2=0$ 平行，

∴$f'(1)=2a=8$，解得 $a=4$．

∴$f(x)=4x2-1$，$f(n)=4n2-1$．

∴$\frac{1}{f(n)}=\frac{1}{4n^2-1}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$．

∴数列 $\{\frac{1}{f(n)}\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{1}{2}[(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\ldots+(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})]$

$=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2n+1})$

$=\frac{n}{2n+1}$．

则 $S_{2015}=\frac{2015}{2\times2015+1}=\frac{2015}{4031}$．

故选：C．

【点评】本题考查了导数几何意义的应用、“裂项求和”方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

7．设复数 $z=(x-1)+yi$（$x\in R$，$y\geq0$），若 $|z|\leq1$，则 $y\geq x$ 的概率为（　　）

A．$\frac{3}{4}+\frac{1}{2\pi}$ B．$\frac{1}{4}-\frac{1}{2\pi}$ C．$\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}$ D．$\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}$

【考点】复数求模；几何概型．

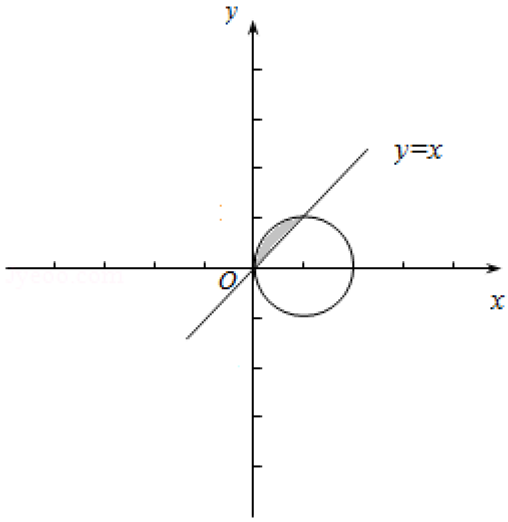
【专题】计算题；数形结合；综合法；概率与统计；数系的扩充和复数．
【分析】由题意易得所求概率为弓形的面积与圆的面积之比，分别求面积可得．
【解答】解：∵复数 $z=(x-1)+yi$（x，$y\in R$）且$|z|\leq 1$，

∴$|z|=\sqrt{(x-1)^2+y^2}\leq 1$，即（$x-$ 1）2+y2≤1，

∴点（x，y）在（1，0）为圆心 1 为半径的圆及其内部，
而 $y\geq x$ 表示直线 $y=x$ 左上方的部分，（图中阴影弓形）
∴所求概率为弓形的面积与圆的面积一般的之比，

∴所求概率 $P=\dfrac{\frac{1}{4}\cdot\pi\cdot 1^2-\frac{1}{2}\times 1\times 1}{\pi\cdot 1^2}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2\pi}$

故选：B．



【点评】本题考查几何概型，涉及复数以及圆的知识，属基础题．

8．已知圆的方程为 x2+（$y-$ 1）2=4，若过点$P(1,\ \frac{1}{2})$的直线 l 与此圆交于 A，B 两点，圆心为 C，则当∠ACB 最小时，直线 l 的方程为（　　）

A．$4x-2y-3=0$B．$x+2y-2=0$C．$4x+2y-3=0$D．$x-2y+2=0$
【考点】直线与圆的位置关系．
【专题】计算题；转化思想；综合法；直线与圆．
【分析】利用当∠ACB 最小时，CP 和 AB 垂直，求出 AB 直线的斜率，用点斜式求得直线 l 的方程．
【解答】解：圆 C：x2+（$y-$ 1）2=4 的圆心为 C（0，1），
当∠ACB 最小时，CP 和 AB 垂直，

∴AB 直线的斜率等于$\dfrac{-1}{\dfrac{1-\frac{1}{2}}{0-1}}=2$，

用点斜式写出直线 l 的方程为 $y-\frac{1}{2}=2(x-1)$，

∴当∠ACB 最小时，直线 l 的方程为 $4x-2y-3=0$，

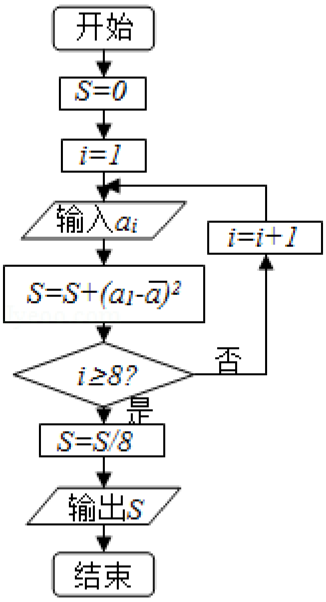
故选：A．

【点评】本题考查用点斜式求直线方程的方法，两直线垂直，斜率之积等于﹣1．判断当$\angle ACB$最小时，CP 和 AB 垂直是解题的关键．

9．对一名学生数学成绩统计了 8 次，第 i 次统计得到的数据为 a_i，具体如下表所示：

i	1	2	3	4	5	6	7	8
a_i	100	101	103	103	104	106	107	108

在对上述统计数据的分析中，一部分计算见如图所示的算法流程图（其中$\overline{a}$是这 8 个数据的平均数），则输出的 S 的值是（　　）



A．9B．8C．7D．6

【考点】程序框图．

【专题】计算题；算法和程序框图．

【分析】由题意及程序框图知，该程序框图的功能是输出这 8 个数据的方差，由公式结合题设中的数据计算出方差，选出正确选项．

【解答】解：该程序框图的功能是输出这 8 个数据的方差，因为这 8 个数据的平均数

$\overline{a}=\frac{100+101+103+103+104+106+107+108}{8}=104$，

故其方差$\frac{1}{8}$[（100﹣104）^{2}+（101﹣104）^{2}+（103﹣104）^{2}+（103﹣104）^{2}+（104﹣104）^{2}+（106﹣104）^{2}+（107﹣104）^{2}+（108﹣104）^{2}]=7，

输出的 S 的值为 7．

故选 C

【点评】本题考查循环结构，理解题意，由框图得出本题所研究问题的算法是解题的关键．

10．已知$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$，$|\overrightarrow{AB}|=\frac{1}{t}$，$|\overrightarrow{AC}|=t$，$t\in[\frac{1}{4}, 4]$；若 P 是$\triangle ABC$ 所在平面内一点，且$\overrightarrow{AP}=\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$

$+\frac{4\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$，则$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$的取值范围是（　　）

A．[13，17]B．[12，13]C．[$\frac{3}{4}$，12]D．[$\frac{3}{4}$，13]

【考点】平面向量数量积的运算．

【专题】函数思想；数形结合法；平面向量及应用．

【分析】建立直角坐标系，由向量的坐标运算易得 P 的坐标，可化$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$为 $17-$（$\frac{1}{t}+4t$），再利用基本不等式求得它的最大值，由端点处的函数值，可得最小值，进而得到所求范围．

【解答】解：由题意建立如图所示的坐标系，

可得 A（0，0），B（$\frac{1}{t}$，0），C（0，t），

∵$\overrightarrow{AP}=\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{4\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$=（1，0）+（0，4）=（1，4），

∴P（1，4），

∴$\overrightarrow{PB}$=（$\frac{1}{t}-1$，－4），$\overrightarrow{PC}$=（－1，$t-4$），

∴$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=-$（$\frac{1}{t}-1$）－4（$t-4$）$=17-$（$\frac{1}{t}+4t$）$\leq 17-2\sqrt{\frac{1}{t}\cdot 4t}=13$，

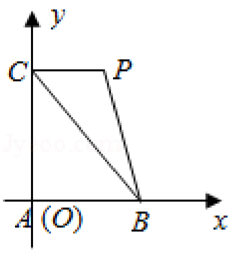
当且仅当$\frac{1}{t}=4t$，即 $t=\frac{1}{2}\in[\frac{1}{4}$，4]，时，取等号，

由 $t=4$ 可得 $17-$（$16+\frac{1}{4}$）$=\frac{3}{4}$，由 $t=\frac{1}{4}$可得 $17-$（1+4）=12，

∴$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$的最大值为 13，最小值为$\frac{3}{4}$．

则$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$的范围是[$\frac{3}{4}$，13]．

故选：D．



【点评】本题考查平面向量数量积的运算，注意运用坐标法的运用，涉及对勾函数的最值和基本不等式的运用，属中档题．

11．已知定义在[1，+∞）上的函数$f(x)=\begin{cases}4-8|x-\frac{3}{2}|, & 1\leqslant x\leqslant 2\\ \frac{1}{2}f(\frac{x}{2}), & x>2\end{cases}$，当 $x\in[2n-1，2n]$

（$n\in N^*$）时，函数 f（x）的图象与 x 轴围成的图象面积为 Sn，则 Sn=（　　）

A．nB．2C．2nD．$\frac{n}{2}$

【考点】分段函数的应用．

【专题】数形结合；分类讨论；函数的性质及应用．

【分析】作出函数 f（x）的图象，求出三角形的高，结合三角形的面积公式进行求解即可．

【解答】解：作出函数 f（x）在[1，+∞）上的图象如图：

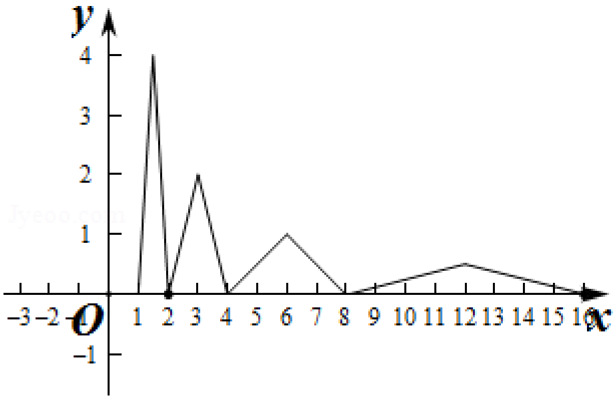
当 $n=1$ 时，$x\in$[1，2]，此时三角形的高为 f（$\frac{3}{2}$）=4，则 $S1=\frac{1}{2}\times1\times4=2$，

当 $n=2$ 时，$x\in$[2，4]，此时三角形的高为 f（3）=$\frac{1}{2}f$（$\frac{3}{2}$）=$\frac{1}{2}\times4=2$，则 $S2=\frac{1}{2}\times2\times2=2$，

当 $n=3$ 时，$x\in$[4，8]，此时三角形的高为 f（6）=$\frac{1}{2}f$（3）=$\frac{1}{2}\times2=1$，则 $S3=\frac{1}{2}\times4\times1=2$，

综上当 $x\in$[2n﹣1，2n]（$n\in N^*$）时，函数 f（x）的最高点为 23﹣n，与 x 轴围成的面积为 Sn=$\frac{1}{2}$×23﹣n×2n﹣1=2．

故选：B．



【点评】本题主要考查分段函数的应用，根据分段函数作出函数的图象，求出对应三角形的高，结合三角形的面积公式是解决本题的关键．

12．已知数列{an}满足 $a1=1$，$a2=\frac{1}{2}$，且[3+（﹣1）n]an+2﹣2an+2[（﹣1）n﹣1]=0，0∈N^*，记 $T2n$ 为数列{an}的前 2n 项和，数列{bn}是首项和公比都是 2 的等比数列，则使不等式（$T2n+\frac{1}{b_n}$）$\cdot\frac{1}{b_n}$<1 成立的最小整数 n 为（　　）

A．7B．6C．5D．4

【考点】数列与不等式的综合；等比数列的性质；数列递推式．

【专题】转化思想；转化法；等差数列与等比数列．

【分析】根据数列的递推关系求出 $T2n$ 以及数列{bn}的通项公式，然后根据不等式的性质进行求解即可．

【解答】解：∵[3+（﹣1）n]an+2﹣2an+2[（﹣1）n﹣1]=0，

∴当 n 为偶数时，可得（3+1）$a_{n+2}-2a_n+2$（1− 1）=0，即$\frac{a_{n+2}}{a_n}=\frac{1}{2}$，

∴a_2，a_4，a_6，…是以$a_2=\frac{1}{2}$为首项，以$\frac{1}{2}$为公比的等比数列；

当 n 为奇数时，可得（3− 1）$a_{n+2}-2a_n+2$（− 1− 1）=0，即 $a_{n+2}-a_n=2$，

∴a_1，a_3，a_5，…是以 $a_1=1$ 为首项，以 2 为公差的等差数列，

∴ $T_{2n}=(a_1+a_3+\ldots+a_{2n-1})+(a_2+a_4+\ldots+a_{2n})=$

$$[n\times 1+\frac{1}{2}n(n-1)\times 2]+\frac{\frac{1}{2}[(1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}}=n^2+1-\frac{1}{2^n},$$

∵数列$\{b_n\}$是首项和公比都是 2 的等比数列，

∴$b_n=2\cdot 2^{n-1}=2^n$，

则（$T_{2n}+\frac{1}{b_n}$）$\cdot\frac{1}{b_n}<1$ 等价为（$n^2+1-\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^n}$）$\cdot\frac{1}{2^n}<1$，

即（n^2+1）$\cdot\frac{1}{2^n}<1$，即 $n^2+1<2^n$，

作出函数 $y=n^2+1$ 与 $y=2^n$，的图象如图：

则当 $n=1$ 时，2=2，

当 $n=2$ 时，5<4 不成立，

当 $n=3$ 时，10<8 不成立，

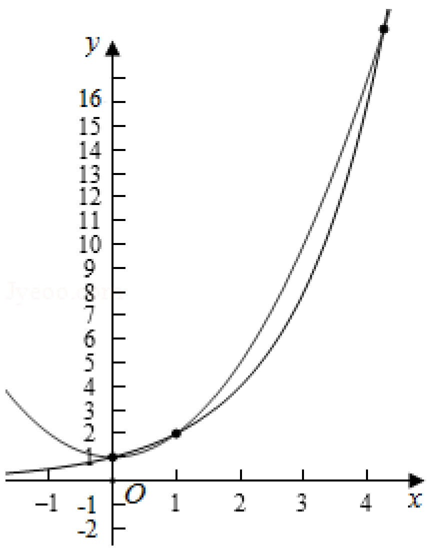
当 $n=4$ 时，17<16 不成立，

当 $n=5$ 时，26<32 成立，

当 $n\geq 5$ 时，$n^2+1<2^n$ 恒成立，

故使不等式（$T_{2n}+\frac{1}{b_n}$）$\cdot\frac{1}{b_n}<1$ 成立的最小整数 n 为 5，

故选：C



【点评】本题主要考查数列与不等式的综合，根据数列的递推关系求出数列的通项公式是解决本题的关键．综合性较强，有一定的难度．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分．

13．在△ABC 中，角 A，B，C 所对边的长分别为 a，b，c，已知 $b=\sqrt{2}c$，$sinA+\sqrt{2}sinC=2sinB$，则 $cosA=$ \frac{\sqrt{2}}{4} ．

【考点】余弦定理；正弦定理．

【专题】计算题；转化思想；解三角形．

【分析】已知第二个等式利用正弦定理化简，把第一个等式代入用 c 表示出 a，利用余弦定理表示出 $cosA$，将表示出的 a 与 b 代入求出 $cosA$ 的值即可．

【解答】解：把 $sinA+\sqrt{2}sinC=2sinB$，利用正弦定理化简得：$a+\sqrt{2}c=2b$，

把 $b=\sqrt{2}c$ 代入得：$a+\sqrt{2}c=2\sqrt{2}c$，即 $a=\sqrt{2}c$，

$\therefore cosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{2c^2+c^2-2c^2}{2\sqrt{2}c^2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，

故答案为：$\frac{\sqrt{2}}{4}$．

【点评】此题考查了正弦、余弦定理，熟练掌握正弦、余弦定理是解本题的关键．

14．已知集合 $A=\{x|y=lg(a-x)\}$，$B=\{y|y=\frac{2e^x+1}{e^x+1}\}$，且（$\complement_RB$）∪$A=R$，则实数 a 的取值范围是 [2，+∞） ．

【考点】交、并、补集的混合运算．

【专题】对应思想；定义法；集合．

【分析】化简集合 A、B，求出集合 $\complement_RB$，再根据（$\complement_RB$）∪$A=R$ 求出实数 a 的取值范围．

【解答】解：集合 $A=\{x|y=lg$（$a-x$）$\}=\{x|a-x>0\}=\{x|x<a\}=$（$-\infty$，$a$），

$B=\{y|y=\frac{2e^x+1}{e^x+1}\}=\{y|y=2-\frac{1}{e^x+1}\}=\{y|1<y<2\}=$（1，2），

$\therefore \complement_RB=$（$-\infty$，1]∪[2，+∞），

又（$\complement_RB$）∪$A=R$，

$\therefore a\geq 2$，

即实数 a 的取值范围是[2，+∞）．

故答案为：[2，+∞）．

【点评】本题考查了交集、并集与补集的定义与运算问题，解题时应熟练掌握各自的定义，是基础题目．

15．二项式 $(2\sqrt{x}-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中所有有理项的系数和等于 365 （用数字作答）．

【考点】二项式系数的性质．

【专题】计算题；转化思想；综合法；二项式定理．

【分析】二项式 $(2\sqrt{x}-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中 $Tr+1=26-r$（-1）r $C_6^r x^{3-\frac{3r}{2}}$，分别令 $r=0$，

2，4，6 时，即可得出．

【解答】解：二项式$(2\sqrt{x}-\frac{1}{x})^6$的展开式中 $T_{r+1}=C_6^r(2\sqrt{x})^{6-r}(-\frac{1}{x})^r=2^{6-r}$$(-1)^r C_6^r x^{3-\frac{3r}{2}}$，

分别令 $r=0$，2，4，6 时，可得：$T_1=2^6C_6^0x^3=64x^3$，$T_3=2^4(-1)^2C_6^2x^0=240$，$T_5=2^2(-1)^4C_6^4\frac{1}{x^3}=60$，$T_7=2^0(-1)^6C_6^6\frac{1}{x^6}=1$．

所有有理项的系数和=64+240+60+1=365．

故答案为：365．

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

16．已知点 $A(a，b)$与点 $B(1，0)$在直线 $3x-4y+10=0$ 的两侧，给出下列说法：

①$3a-4b+10>0$；

②当 $a>0$ 时，$a+b$ 有最小值，无最大值；

③$\sqrt{a^2+b^2}>2$；

④当 $a>0$ 且 $a\neq1$，$b>0$ 时，$\frac{b}{a-1}$的取值范围为$(-\infty，-\frac{5}{2})\cup(\frac{3}{4}，+\infty)$．

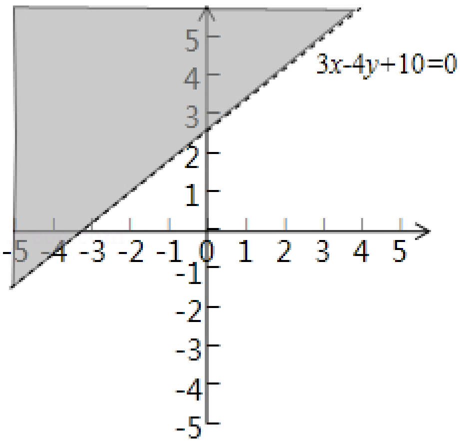
其中，所有正确说法的序号是　③④　．

【考点】命题的真假判断与应用．

【分析】根据点 $A(a，b)$与点 $B(1，0)$在直线 $3x-4y+10=0$ 的两侧，我们可以画出点 $A(a，b)$所在的平面区域，进而结合二元一次不等式的几何意义，两点之间距离公式的几何意义，及两点之间连线斜率的几何意义，逐一分析四个答案．可得结论．

【解答】解：∵点 $A(a，b)$与点 $B(1，0)$在直线 $3x-4y+10=0$ 的两侧，

故点 $A(a，b)$在如图所示的平面区域内



故 $3a-4b+10<0$，即①错误；

当 $a>0$ 时，$a+b>\frac{5}{2}$，$a+b$ 即无最小值，也无最大值，故②错误；

设原点到直线 $3x-4y+10=0$ 的距离为 d，则 $d=\frac{10}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=2$，则$\sqrt{a^2+b^2}>d=2$，故③