来宾市重点中学 2023-2024 学年高三第五次模拟考试数学试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0．5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

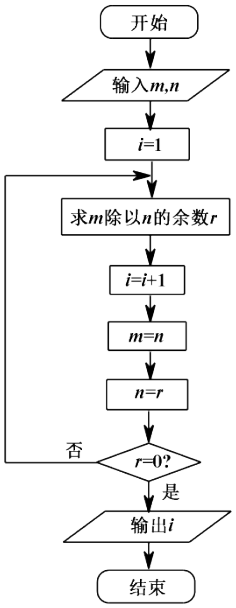
1．若集合 $A=\{x\mid \sin 2x=1\}$，$B=\left\{y\middle| y=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},k\in Z\right\}$，则（　　）

A．$A\cup B=A$　　B．$C_RB\subseteq C_RA$　　C．$A\cap B=\varnothing$　　D．$C_RA\subseteq C_RB$

2．在我国传统文化“五行”中，有“金、木、水、火、土”五个物质类别，在五者之间，有一种“相生”的关系，具体是：金生水、水生木、木生火、火生土、土生金.从五行中任取两个，这二者具有相生关系的概率是（　　）

A．0.2　　B．0.5　　C．0.4　　D．0.8

3．执行如图所示的程序框图，若输入 $m=2020$，$n=520$，则输出的 $i=$（　　）



A．4　　B．5　　C．6　　D．7

4．设 x、y、z 是空间中不同的直线或平面，对下列四种情形：①x、y、z 均为直线；②x、y 是直线，z 是平面；③z 是直线，x、y 是平面；④x、y、z 均为平面.其中使“$x\perp z$ 且 $y\perp z\Rightarrow x/\!/y$”为真命题的是（　　）

A．③④　　B．①③　　C．②③　　D．①②

5．体育教师指导 4 个学生训练转身动作，预备时，4 个学生全部面朝正南方向站成一排.训练时，每次都让 3 个学生“向后转”，若 4 个学生全部转到面朝正北方向，则至少需要“向后转”的次数是（　　）

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

6．已知随机变量 X 服从正态分布 $N(4,9)$，且 $P(X\le 2)=P(X\ge a)$，则 $a=$（　　）

A．3　　B．5　　C．6　　D．7

7．已知 $f(x)=1-2\cos^2(\omega x+\frac{\pi}{3})(\omega>0)$.给出下列判断：

①若 $f(x_1)=1, f(x_2)=-1$，且 $|x_1-x_2|_{\min}=\pi$，则 $\omega=2$；

②存在 $\omega\in(0,2)$ 使得 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的图象关于 y 轴对称；

③若 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上恰有 7 个零点，则 ω 的取值范围为 $\left[\frac{41}{24},\frac{47}{24}\right)$；

④若 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增，则 ω 的取值范围为 $\left(0,\frac{2}{3}\right]$.

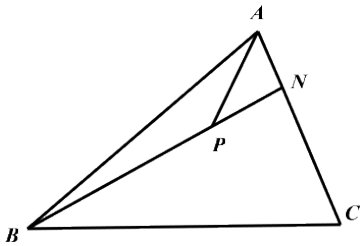
其中，判断正确的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．抛掷一枚质地均匀的硬币，每次正反面出现的概率相同，连续抛掷 5 次，至少连续出现 3 次正面朝上的概率是（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{5}{32}$　　D．$\frac{3}{16}$

9．如图，在 ΔABC 中，$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，$P$ 是 BN 上的一点，若 $m\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AP}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，则实数 m 的值为（　　）



A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{9}$　　C．1　　D．2

10．已知 $\alpha\perp\beta, m\subset\alpha, n\subset\beta, \alpha\cap\beta=l$，则“m⊥n”是“m⊥*l*”的

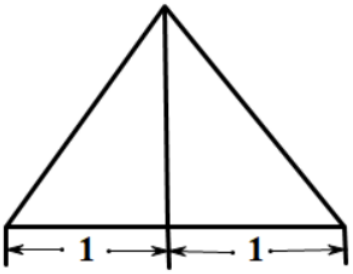
A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

11．已知点 *P* 不在直线 *l*、*m* 上，则“过点 *P* 可以作无数个平面，使得直线 *l*、*m* 都与这些平面平行”是“直线 *l*、*m* 互相平行”的（　　）

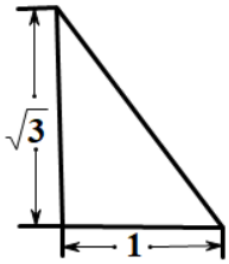
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

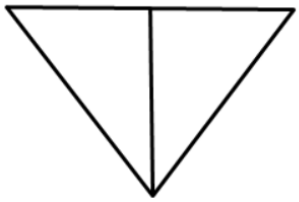
12．一个几何体的三视图如图所示，其中正视图是一个正三角形，则这个几何体的体积为（　　）



正视图



侧视图


俯视图

A．$\sqrt{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{6}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设$f\left(x\right)$为偶函数，且当$x\in\left(-2,0\right]$时，$f\left(x\right)=-x\left(x+2\right)$；当$x\in\left[2,+\infty\right)$时，$f\left(x\right)=\left(a-x\right)\left(x-2\right)$．关于函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)-m$的零点，有下列三个命题：

①当$a=4$时，存在实数 *m*，使函数$g\left(x\right)$恰有 5 个不同的零点；

②若$\forall m\in\left[0,1\right]$，函数$g\left(x\right)$的零点不超过 4 个，则$a\le 2$；

③对$\forall m\in\left(1,+\infty\right)$，$\exists a\in\left(4,+\infty\right)$，函数$g\left(x\right)$恰有 4 个不同的零点，且这 4 个零点可以组成等差数列．

其中，正确命题的序号是_____．

14．若向量$\vec{a}=(x-1,2)$与向量$\vec{b}=(2,1)$垂直，则$x=$_____．

15．设F为抛物线$C:y^2=4x$的焦点，A,B,D为C上互相不重合的三点，且$|\vec{AF}|$、$|\vec{BF}|$、$|\vec{DF}|$成等差数列，若线段AD的垂直平分线与x轴交于$E(3,0)$，则B的坐标为_____．

16．锐角$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，若$a^2-b^2+ac=0$，则$\frac{\sin A}{\sin B}$的取值范围是_____．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$A$为椭圆上一动点（异于左右顶点），$\Delta AF_1F_2$面积的最大值为$\sqrt{3}$．

（1）求椭圆C的方程；

（2）若直线$l:y=x+m$与椭圆C相交于点A,B两点，问y轴上是否存在点M，使得ΔABM是以M为直角顶点的等腰直角三角形？若存在，求点M的坐标；若不存在，请说明理由．

18．（12 分）已知函数$f\left(x\right)=ax\ln x+b(a,b$为实数)的图像在点$\left(1,f\left(1\right)\right)$处的切线方程为$y=x-1$．

（1）求实数a,b的值及函数$f\left(x\right)$的单调区间；

（2）设函数$g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)+1}{x}$，证明$g\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)(x_1<x_2)$时，$x_1+x_2>2$.

19.（12分）已知函数$f(x)=x^2-2x\ln x$，函数$g(x)=x+\dfrac{a}{x}-(\ln x)^2$，其中$a\in R$，$x_0$是$g(x)$的一个极值点，且$g\left(x_0\right)=2$.

（1）讨论$f(x)$的单调性

（2）求实数x_0和*a*的值

（3）证明$\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{\sqrt{4k^2-1}}>\dfrac{1}{2}\ln(2n+1)\quad\left(n\in N^*\right)$

20.（12分）有甲、乙两家外卖公司，其送餐员的日工资方案如下：甲公司底薪80元，送餐员每单制成4元；乙公司无底薪，40单以内（含40单）的部分送餐员每单抽成6元，超过40单的部分送餐员每单抽成7元.现从这两家公司各随机选取一名送餐员，分别记录其50天的送餐单数，得到如下频数分布表：

送餐单数	38	39	40	41	42
甲公司天数	10	10	15	10	5
乙公司天数	10	15	10	10	5

（1）从记录甲公司的50天送餐单数中随机抽取3天，求这3天的送餐单数都不小于40单的概率；

（2）假设同一公司的送餐员一天的送餐单数相同，将频率视为概率，回答下列两个问题：

①求乙公司送餐员日工资的分布列和数学期望；

②小张打算到甲、乙两家公司中的一家应聘送餐员，如果仅从日工资的角度考虑，小张应选择哪家公司应聘？说明你的理由.

21.（12分）已知直线l的参数方程为$\begin{cases}x=-1-3t\\y=2+4t\end{cases}$（$t$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴的非负半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系，曲线C的极坐标方程为$\rho=2\sqrt{2}\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

（1）求直线l的普通方程及曲线C的直角坐标方程；

（2）设点$P(-1,2)$，直线l与曲线C交于A,B两点，求$|AB|+|PA|\cdot|PB|$的值.

22.（10分）$f\left(x\right)=\ln x-ax$有最大值，且最大值大于0.

（1）求a的取值范围；

（2）当$a=\dfrac{1}{3}$时，$f\left(x\right)$有两个零点$x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$，证明：$x_1^2x_2<30$.

(参考数据：$\ln 0.9\approx -0.1$)

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据正弦函数的性质可得集合 A，由集合性质表示形式即可求得$A\subseteq B$，进而可知满足$C_RB\subseteq C_RA$.

【详解】

依题意，$A=\{x\mid \sin 2x=1\}=\left\{x\mid x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in Z\right\}$；

而$B=\left\{y\mid y=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in Z\right\}$

$=\left\{x\mid x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{2n\pi}{2},n\in Z或x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\left(2n+1\right)\pi}{2},n\in Z\right\}$

$=\left\{x\mid x=\dfrac{\pi}{4}+n\pi,n\in Z或x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\left(2n+1\right)\pi}{2},n\in Z\right\}$，

故$A\subseteq B$，

则$C_RB\subseteq C_RA$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了集合关系的判断与应用，集合的包含关系与补集关系的应用，属于中档题.

2、B

【解析】

利用列举法，结合古典概型概率计算公式，计算出所求概率.

【详解】

从五行中任取两个，所有可能的方法为：金木、金水、金火、金土、木水、木火、木土、水火、水土、火土，共10种，其中由相生关系的有金水、木水、木火、火土、金土，共5种，所以所求的概率为$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}=0.5$.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查古典概型的计算，属于基础题.

3、C

【解析】

根据程序框图程序运算即可得.

【详解】

依程序运算可得：

$r=460$，$i=2$，$m=520$，$n=460$；$r=60$，$i=3$，$m=460$，$n=60$；$r=40$，$i=4$，$m=60$，$n=40$；

$r=20$，$i=5$，$m=40$，$n=20$；$r=0$，$i=6$，

故选：C

【点睛】

本题主要考查了程序框图的计算，解题的关键是理解程序框图运行的过程.

4、C

【解析】

①举反例，如直线x、y、z位于正方体的三条共点棱时②用垂直于同一平面的两直线平行判断.③用垂直于同一直线的两平面平行判断.④举例，如x、y、z位于正方体的三个共点侧面时.

【详解】

①当直线x、y、z位于正方体的三条共点棱时,不正确；

②因为垂直于同一平面的两直线平行,正确；

③因为垂直于同一直线的两平面平行,正确；

④如x、y、z位于正方体的三个共点侧面时，不正确.

故选:C.

【点睛】

此题考查立体几何中线面关系，选择题一般可通过特殊值法进行排除，属于简单题目.

5、B

【解析】

通过列举法，列举出同学的朝向，然后即可求出需要向后转的次数.

【详解】

“正面朝南”“正面朝北”分别用“∧”“∨”表示，

利用列举法，可得下表，

原始状态	第 1 次“向后转”	第 2 次“向后转”	第 3 次“向后转”	第 4 次“向后转”
∧∧∧∧	∧∨∨∨	∨∨∧∧	∧∧∧∨	∨∨∨∨

可知需要的次数为 4 次.

故选：B.

【点睛】

本题考查的是求最小推理次数，一般这类题型构造较为巧妙，可通过列举的方法直观感受，属于基础题.

6、C

【解析】

根据在关于 $X=4$ 对称的区间上概率相等的性质求解.

【详解】

Q $\mu=4$，$\sigma=3$，

$\therefore P(X\le 2)=P(X\le 4-2)=P(X\ge 4+2)=P(X\ge 6)=P(X\ge a)$，$\therefore a=6$.

故选：C.

【点睛】

本题考查正态分布的应用．掌握正态曲线的性质是解题基础．随机变量 X 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则

$P\left(X\le \mu-m\right)=P\left(X\ge \mu+m\right)$.

7、B

【解析】

对函数 $f(x)$ 化简可得 $f(x)=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$，进而结合三角函数的最值、周期性、单调性、零点、对称性及平移变换，对四个命题逐个分析，可选出答案.

【详解】

因为 $f(x)=1-2\cos^2(\omega x+\frac{\pi}{3})=-\cos(2\omega x+\frac{2\pi}{3})=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$，所以周期 $T=\frac{2\pi}{2\omega}=\frac{\pi}{\omega}$.

对于①，因为 $\left|x_1-x_2\right|_{\min}=\pi=\frac{1}{2}T$，所以 $T=2\pi=\frac{\pi}{\omega}$，即 $\omega=\frac{1}{2}$，故①错误；

对于②，函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数为 $y=\sin(2\omega x-\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{6})$，其图象关于 y 轴对称，则 $-\frac{\omega\pi}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得 $\omega=-1-3k(k\in\mathbf{Z})$，故对任意整数 k，$\omega\notin(0,2)$，所以②错误；

对于③，令 $f(x)=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})=0$，可得 $2\omega x+\frac{\pi}{6}=k\pi\ (k\in\mathbf{Z})$，则 $x=\frac{k\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}$，

因为 $f(0)=\sin\frac{\pi}{6}>0$，所以 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上第 1 个零点 $x_1>0$，且 $x_1=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}$，所以第 7 个零点

$x_7=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}+3T=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}+\frac{3\pi}{\omega}=\frac{41\pi}{12\omega}$，若存在第 8 个零点 x_8，则

$x_8=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}+\frac{7}{2}T=\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\pi}{12\omega}+\frac{7\pi}{2\omega}=\frac{47\pi}{12\omega}$，

所以 $x_7\le 2\pi<x_8$，即 $\frac{41\pi}{12\omega}\le 2\pi<\frac{47\pi}{12\omega}$，解得 $\frac{41}{24}\le\omega<\frac{47}{24}$，故③正确；

对于④，因为 $f(0)=\sin\frac{\pi}{6}$，且 $0\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$，所以 $\begin{cases}2\omega\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\ge-\frac{\pi}{2}\\ 2\omega\times\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}\end{cases}$，解得 $\omega\le\frac{2}{3}$，又 $\omega>0$，所以

$0<\omega\le\frac{2}{3}$，故④正确.

故选：B.

【点睛】

本题考查三角函数的恒等变换，考查三角函数的平移变换、最值、周期性、单调性、零点、对称性，考查学生的计算求解能力与推理能力，属于中档题.

8、A

【解析】

首先求出样本空间样本点为 $2^5=32$ 个，再利用分类计数原理求出三个正面向上为连续的 3 个“1”的样本点个数，再求出重复数量，可得事件的样本点数，根据古典概型的概率计算公式即可求解.

【详解】

样本空间样本点为 $2^5=32$ 个，

具体分析如下：

记正面向上为 1，反面向上为 0，三个正面向上为连续的 3 个“1”，

有以下 3 种位置 1__ __，__1__，__ __1.

剩下 2 个空位可是 0 或 1，这三种排列的所有可能分别都是 $2\times2=4$，

但合并计算时会有重复，重复数量为 $2+2=4$，

事件的样本点数为：$4+4+4-2-2=8$ 个.

故不同的样本点数为 8 个，$\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$.

故选：A

【点睛】

本题考查了分类计数原理与分步计数原理，古典概型的概率计算公式，属于基础题

9、B

【解析】

$m\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AP}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ 变形为 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，由 $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ 得 $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AN}$，转化在$\triangle ABN$ 中，利用 B、P、N 三点共线可得.

【详解】

解：依题：$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=3m\overrightarrow{AN}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，

又 B，P，N 三点共线，

$\therefore 3m+\frac{2}{3}=1$，解得 $m=\frac{1}{9}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查平面向量基本定理及用向量共线定理求参数. 思路是(1)先选择一组基底，并运用该基底将条件和结论表示成向量的形式，再通过向量的运算来解决.利用向量共线定理及向量相等的条件列方程(组)求参数的值. (2)直线的向量式参数方程：A、P、B 三点共线$\Leftrightarrow\overrightarrow{OP}=(1-t)\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ (O为平面内任一点,$t\in R$)

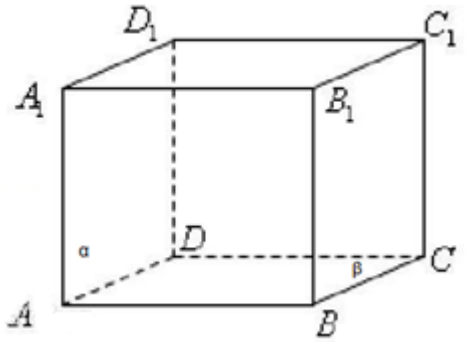
10、B

【解析】

构造长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，令平面 α 为面 ADD_1A_1，底面 $ABCD$ 为 β，然后再在这两个面中根据题意恰当的选取直线为 m，n 即可进行判断.

【详解】

如图，取长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，令平面 α 为面 ADD_1A_1，底面 $ABCD$ 为 β，直线 AD=直线 l。



若令 $AD_1=m$，$AB=n$，则 $m\perp n$，但 m 不垂直于 l

若 $m\perp l$，由平面 $ABCD\perp$ 平面 ADD_1A_1 可知，直线 m 垂直于平面 β，所以 m 垂直于平面 β 内的任意一条直线 n

$\therefore m\perp n$ 是 $m\perp l$ 的必要不充分条件.

故选：B.

【点睛】

本题考点有两个：①考查了充分必要条件的判断，在确定好大前提的条件下，从 $m\perp n\Rightarrow m\perp l$？和 $m\perp l\Rightarrow m\perp n$？两方面进行判断；②是空间的垂直关系，一般利用长方体为载体进行分析.

11、C

【解析】

根据直线和平面平行的性质，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

Q 点 P 不在直线 l、m 上，

$\therefore$ 若直线 l、m 互相平行，则过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l、m 都与这些平面平行，即必要性成立，

若过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l、m 都与这些平面平行，则直线 l、m 互相平行成立，反证法证明如下：

若直线 l、m 互相不平行，则 l，m 异面或相交，则过点 P 只能作一个平面同时和两条直线平行，则与条件矛盾，即充分性成立

则“过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l、m 都与这些平面平行”是“直线 l、m 互相平行”的充要条件，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合空间直线和平面平行的性质是解决本题的关键.

12、C

【解析】

由已知中的三视图，可知该几何体是一个以俯视图为底面的三棱锥，求出底面面积，代入锥体体积公式，可得答案.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/486154143212010141