

江西省赣州市南康中学 2024 届高三上学期七省联考考前

数学猜题卷（二）

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{y | y = x^2 - 2x, x \in A\}$, 则集合 $B =$ ()

- A. $\{-1, 0\}$ B. $\{-1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 3\}$

2. 已知复数 z 满足 $2z + 2i = |3 + 4i| + zi$, 则复数 $z =$ ()

- A. $-\frac{12}{5} - \frac{1}{5}i$ B. $-\frac{12}{5} + \frac{1}{5}i$ C. $\frac{12}{5} - \frac{1}{5}i$ D. $\frac{12}{5} + \frac{1}{5}i$

3. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 且 $\begin{cases} \vec{a} = -\vec{x} + \vec{y} \\ \vec{b} = 2\vec{x} - \vec{y} \end{cases}$, 则 $|\vec{x}| + |\vec{y}|$ 等于 ()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ C. $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ D. 7

4. 已知函数 $f(x) = \sin(2\omega x - \varphi) (\omega > 0)$ 满足对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 均有

$$f(x) \geq f\left(\frac{\pi}{3}\right), f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -f\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = -f\left(\frac{\pi}{3} - x\right), \text{ 且 } f(x) \text{ 在 } \left(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right) \text{ 上单调, 则 } \omega \text{ 的最大值为}$$

()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$

5. 中国的 5G 技术领先世界, 5G 技术的数学原理之一便是著名的香农公式:

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right).$$

它表示在受噪音干扰的信道中, 最大信息传递速度 C 取决于信道

带宽 W , 信道内信号的平均功率 S , 信道内部的高斯噪声功率 N 的大小, 其中 $\frac{S}{N}$ 叫作

信噪比. 当信噪比较大时, 公式中真数里面的 1 可以忽略不计. 按照香农公式, 若

带宽 W 不变, 信噪比 $\frac{S}{N}$ 从 1000 提升到 12000, 则 C 比原来大约增加了 (). (附:

$\lg 2 \approx 0.3010, \lg 3 \approx 0.4771$)

- A. 32% B. 43% C. 36% D. 68%

6. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{1012} = 1$, 则 $\sum_{i=1}^{2023} f(a_i) =$ ()

- A. $\frac{2023}{2}$ B. 1012 C. 2023 D. 2024

7. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $e(\frac{\sqrt{6}}{3} < e < \frac{\sqrt{3}}{2})$, M 为 Γ 的上顶点,

P, N 是椭圆 Γ 上不同于 M 的两点, 若 $\triangle PMN$ 是以 M 为直角顶点的等腰直角三角形,

则满足条件的 $\triangle PMN$ 有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

8. 若关于 x 的不等式 $e^{a+x} \cdot \ln x < x^2 + ax$ 对 $\forall x \in (0, 1)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为

()

- A. $(-\infty, 0]$ B. $[-1, 0]$ C. $[-1, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$

二、多选题

9. 如图为 2022 年全国居民消费价格月度涨跌幅情况, 则 ()



- A. 环比涨跌幅的极差小于同比涨跌幅的极差
- B. 环比涨跌幅的中位数为 0.1%
- C. 环比涨跌幅的方差小于同比涨跌幅的方差
- D. 同比涨跌幅的下四分位数为 1.55%

10. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 与圆 $C: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$ 交于 A, B 两点, 则下列说法正确的是 ()

A. 线段 AB 的垂直平分线所在的直线方程为 $2x - 3y = 0$

B. 直线 AB 的方程为 $3x + 2y - 4 = 0$

C. $|AB| = \frac{6\sqrt{13}}{13}$

D. 若点 P 是圆 O 上的一点, 则 $\triangle PAB$ 面积的最大值为 $\frac{24 + 12\sqrt{13}}{13}$

11. 已知圆锥 SO (O 是底面圆的圆心, S 是圆锥的顶点) 的母线长为 $\sqrt{7}$, 高为 $\sqrt{3}$. 若

P, Q 为底面圆周上任意两点, 则下列结论正确的是 ()

A. 三角形 SPQ 面积的最大值为 $\frac{7}{2}$

B. 三棱锥 $O-SPQ$ 体积的最大值 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. 四面体 $SOPQ$ 外接球表面积最小值为 11π

D. 直线 SP 与平面 SOQ 所成角余弦值最小值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$

12. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + \frac{x}{2}f'(x) = \ln^2 x + \ln x$, $f(1) = 1$, 且

实数 $a < f(x)$ 对任意 $x > 0$ 都成立 ($\ln 2 \approx 0.693$, $\ln 3 \approx 1.098$), 则 ()

A. $f''(1) = 8$

B. $f(x)$ 有极小值, 无极大值

C. $f(x)$ 既有极小值, 也有极大值

D. $a < \frac{2}{3}$

三、填空题

13. 为丰富老年人的精神文化生活, 提高老年人的生活幸福指数, 某街道举办以社区为代表队的老年门球比赛, 比赛分老年男组和老年女组, 男女组分别进行淘汰赛. 经过多轮淘汰后, 西苑社区的老年男子“龙马”队和老年女子“风采”队都进入了决赛.

按照以往的比赛经验, 在决赛中“龙马”队获胜的概率为 $\frac{3}{5}$, “风采”队获胜的概率

为 $\frac{p}{20}$, “龙马”队和“风采”队两队中只有一支队伍获胜的概率为 $\frac{9}{20}$ (“龙马”队和

“风采”队的比赛互不影响), 则西苑社区的“龙马”队和“风采”队同时获得冠军的概率为____.

14. 若“ $x = \alpha$ ”是“ $\sin x + \cos x > 1$ ”的一个充分条件, 则 α 的一个可能取值是____.

(写出一个符合要求的答案即可)

15. 九连环是中国一种古老的智力游戏, 其结构如图, 玩九连环就是要把这九个环全部从框架上解下或套上. 研究发现, 要解下第 i 个环, 则必须先解下前面第 $i-2$ 个环. 用

$f(n)$ 表示解下 n 个环所需最少移动次数, 用 $g(n)$ 表示前 $n-1$ 个环都已经解下后, 再

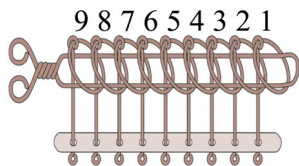
解下第 n 个环所需次数, 显然, $f(1)=g(1)=1$, $f(2)=2$, 且

$f(n)=f(n-2)+g(n-1)+1$. 若要将第 n 个环解下, 则必须先将第 $n-1$ 个环套回框架,

这个过程需要移动 $g(n-1)$ 次, 这时再移动 1 次, 就可以解下第 n 个环; 然后再将第

$n-1$ 个环解下, 又需要移动 $g(n-1)$ 次. 由此可得, $g(n)=2g(n-1)+1$. 据此计算 $f(9)=$

.



16. 已知点 P 在半径为 2 的球面上, 过点 P 作球的两两垂直的三条弦 PA, PB, PC , 若

$|PA|=|PB|$, 则 $|PA|+|PB|+|PC|$ 的最大值为_____.

四、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, 且

$$\sqrt{3}c \sin A + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b} - b - c = 0.$$

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $\frac{1}{\tan B} + \frac{1}{\tan C} = \frac{2}{\tan A}$, 且 $a = \sqrt{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 已知 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = 1$, 且 $S_3 = 3S_2 - a_2$,

$$b_n = (n-1)a_{n+1} + (1-2n)a_n.$$

(1)若 $\{|b_n|\}$ 为等差数列, 求数列 $\{|b_n|\}$ 的通项公式;

(2)若 $\{|b_n|\}$ 为等比数列, $T_n = |b_1| + 2|b_2| + 3|b_3| + \cdots + n|b_n|$, 求 T_n .

19. 三棱锥 $P-ABC$ 中, $A(3,0,0)$, $B(0,0,2)$, $C(0,4,0)$, $P(3,4,2)$.

(1) E 是 AB 的中点, F 是 PC 的中点, 求异面直线 PE 与 BF 所成的角的大小 (用反三角函数表示).

(2)对于实数 a_1, b_1, a_2, b_2 , 称 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ 为二阶行列式, 定义其一种运算:

$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$. 对于向量 $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$, 称 $\vec{a} \times \vec{b}$ 为 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的向量

积, 定义一种运算: $\vec{a} \times \vec{b} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$. 试计算 $\vec{n}_0 = \frac{\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|}$ 的值, 并

说明这一运算的几何意义.

(3)试计算 $\overrightarrow{PA} \cdot \vec{n}_0$ 的值, 指出 $|\overrightarrow{PA} \cdot \vec{n}_0|$ 的几何意义, 并求出三棱锥 $P-ABC$ 的体积.

20. 某学校组织竞赛, 有 A, B 两类问题可供选择, 其中 A 问题答对可得 5 分, 答错 0 分, B 问题答对只可得 3 分, 但答错有 2 分, 现小明与小红参加此竞赛, 小红答对 2 种问题的概率均为 0.5, 小明答对 A, B 问题的概率分别为 0.3, 0.7

(1)小红一共参与回答了 2 题, 记 X 为小红的累计得分, 求 X 的分布列

(2)小明也参与回答了 2 道问题, 记 Y 为小明的累计得分, 求该如何分配问题, 使得 $E[Y]$ 最大.

21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 左、右顶点分别为

A_1, A_2 , 过点 F_1 作直线 $l_1 \perp x$ 轴, 与 C 交于 P, Q 两点 (P 在 Q 上方), 且四边形 PA_1QA_2

的面积为 10 , $\triangle PQF_2$ 的面积为 $\frac{20}{3}$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)已知 $A(0,1)$, 是否存在过点 A 的直线 l_2 与曲线 C 交于 M, N (N 在 M 上方)两点,

使得 $\triangle ANP$ 与 $\triangle AMA_2$ 的面积比为 $\frac{1}{2}$? 若存在, 请求出直线 l_2 的方程; 若不存在, 请说

明理由.

22. 已知函数 $f(x) = a - \frac{\ln x}{x} - \frac{2}{x^2}$, 其中 $a > 0$.

(1)判断函数 $f(x)$ 的单调性;

(2)若 $g(x) = xf(x)$, 且当 $ax_2 < x_1 < x_2$ 时, $g(x_1) = g(x_2)$, 证明:

$$(x_1 + x_2) \left(a + \frac{2}{x_1 x_2} \right) < 1 + \frac{1}{a}.$$

参考答案:

1. D

【分析】由题意计算，直接得出集合 B.

【详解】由题意知，当 $x = -1$ 时， $y = x^2 - 2x = 3$ ，

当 $x = 0$ 时， $y = x^2 - 2x = 0$ ，

当 $x = 1$ 时， $y = x^2 - 2x = -1$ ，

当 $x = 2$ 时， $y = x^2 - 2x = 0$ ，

所以 $B = \{y | y = x^2 - 2x, x \in A\} = \{-1, 0, 3\}$ 。

故选：D

2. D

【分析】由复数模的运算以及四则运算即可得解.

【详解】 $Q|3 - 4i| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ， $\therefore 2z + 2i = 5 + zi$ ， $\therefore z = \frac{5 - 2i}{2 - i} = \frac{(5 - 2i)(2 + i)}{(2 - i)(2 + i)} = \frac{12}{5} + \frac{1}{5}i$ 。

故选：D.

3. B

【分析】根据方程组求出 $\vec{x}$ ， $\vec{y}$ ，再分别求它们的模，相加即可.

【详解】由 $\begin{cases} \vec{a} = -\vec{x} + \vec{y} \\ \vec{b} = 2\vec{x} - \vec{y} \end{cases}$ 得： $\begin{cases} \vec{x} = \vec{a} + \vec{b} \\ \vec{y} = 2\vec{a} + \vec{b} \end{cases}$ ，

又 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，

$\therefore |\vec{x}| = |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2} = \sqrt{1 + 0 + 1} = \sqrt{2}$ ，

$|\vec{y}| = |2\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(2\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{4\vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2} = \sqrt{4 + 0 + 1} = \sqrt{5}$ 。

所以 $|\vec{x}|+|\vec{y}|=\sqrt{2}+\sqrt{5}$.

故选: B

4. C

【分析】先根据 $f(x) \geq f\left(\frac{\pi}{3}\right), f\left(\frac{\pi}{3}+x\right) = -f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$ 得出 ω 的关系式, 再根据单调性确

定 ω 的范围, 最后求出最大值即可.

【详解】由于对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 均有 $f(x) \geq f\left(\frac{\pi}{3}\right), f\left(\frac{\pi}{3}+x\right) = -f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$,

所以 $f(x)$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得最小值, 点 $\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心,

所以 $\frac{2\pi\omega}{3} - \varphi = 2k_1\pi, -\frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{3} - \varphi = k_2 \quad (k_1, k_2 \in \mathbf{Z})$, 两式相减得

$2\pi\omega = (k_2 - k_1)\pi + \frac{\pi}{2} \quad (k_1, k_2 \in \mathbf{Z})$, 即 $\omega = \frac{2(k_2 - 2k_1) + 1}{4} \quad (k_1, k_2 \in \mathbf{Z})$.

因为 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right)$ 上单调, 所以 $\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \leq \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$, 即 $\omega \leq 1$,

$\omega > 0$, 因此当 $k_2 - 2k_1 = 1$ 时, ω 取得最大值 $\frac{3}{4}$.

故选: C.

5. C

【分析】根据 $\frac{S}{N} = 1000$ 和 $\frac{S}{N} = 12000$ 表示出对应 C_1, C_2 , 然后根据 $\frac{C_2 - C_1}{C_1}$ 结合对数的运算

求解出结果.

【详解】当 $\frac{S}{N}=1000$ 时，最大信息传递速度为 $C_1=W\log_2(1+1000)\approx W\log_2 1000$ ，

当 $\frac{S}{N}=12000$ 时，最大信息传递速度为 $C_2=W\log_2(1+12000)\approx W\log_2 12000$ ，

所以 C 比原来增加了 $\frac{C_2-C_1}{C_1}=\frac{\log_2 12000-\log_2 1000}{\log_2 1000}=\frac{\log_2 12000}{\log_2 1000}-1=\frac{\lg 12000}{\lg 1000}-1$

$$=\frac{\lg 1000+\lg 12}{3}-1=\frac{3+2\lg 2+\lg 3}{3}-1=\frac{2\lg 2+\lg 3}{3}\approx 36\%，$$

故选：C.

6. A

【分析】由题设可得 $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=1$ ，结合等比数列的性质有 $a_n a_{2024-n}=(a_{1012})^2=1$ ，进而

有 $f(a_n)+f(a_{2024-n})=1$ ，即可求目标函数值.

【详解】由题意 $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{\frac{1}{x}+1}=\frac{1}{x+1}+\frac{x}{1+x}=1$ ，

由等比数列性质得 $a_1 a_{2023}=a_2 a_{2022}=\cdots=a_n a_{2024-n}=(a_{1012})^2=1$ ，

所以 $a_n=\frac{1}{a_{2024-n}}$ ， $f(a_n)+f(a_{2024-n})=1$ ，

所以 $\sum_{i=1}^{2023} f(a_i)=[f(a_1)+f(a_{2023})]+[f(a_2)+f(a_{2022})]+\cdots+f(a_{1012})=1011+\frac{1}{2}=\frac{2023}{2}$

故选：A

7. C

【分析】设出直线 MN 的方程，求出 $|MN|, |MP|$ ，由 $|MN|=|MP|$ 建立方程，确定方程解的个数即得答案.

【详解】显然 $M(0, b)$ ，直线 MN 的斜率存在，由对称性，不妨设直线 MN 的方程为

$$y = kx + b (k > 0),$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = kx + b \\ b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \end{cases} \text{ 消去 } y \text{ 得 } (a^2k^2 + b^2)x^2 + 2a^2kbx = 0, \text{ 得点 } N \text{ 横坐标 } x_N = -\frac{2a^2kb}{a^2k^2 + b^2},$$

$$\text{则 } |MN| = \sqrt{1+k^2} \left| -\frac{2a^2kb}{a^2k^2 + b^2} \right| = \sqrt{1+k^2} \cdot \frac{2a^2kb}{a^2k^2 + b^2}, \text{ 同理 } |MP| = \sqrt{1+\frac{1}{k^2}} \cdot \frac{2a^2kb}{a^2 + b^2k^2},$$

$$\text{由 } |MN| = |MP| \text{ 得 } \sqrt{1+k^2} \cdot \frac{2a^2kb}{a^2k^2 + b^2} = \sqrt{1+\frac{1}{k^2}} \cdot \frac{2a^2kb}{a^2 + b^2k^2},$$

$$\text{化简得 } (k-1)[b^2 \cdot (k^2 + k + 1) - a^2k] = 0, \text{ 即 } (k-1)\left[\left(k + \frac{1}{k} + 1\right) - \frac{a^2}{b^2}\right] = 0,$$

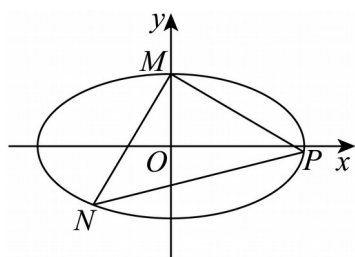
$$\text{由 } \frac{\sqrt{6}}{3} < e < \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 得 } 3 < \frac{a^2}{b^2} < 4, \text{ 令 } f(k) = k + \frac{1}{k} + 1 (k > 0),$$

显然函数 $f(k)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减，在 $(1, +\infty)$ 上单调递增，且 $f(k)_{\min} = f(1) = 3$ ，

因此当 $3 < \frac{a^2}{b^2} < 4$ 时，方程 $(k-1)\left[\left(k + \frac{1}{k} + 1\right) - \frac{a^2}{b^2}\right] = 0$ 有 3 个不等的实根，

所以满足条件的 $\triangle PMN$ 有 3 个.

故选：C.



【点睛】思路点睛：确定图形个数问题，选定一个变量，结合题设条件建立方程，转化为分析判断方程解的个数作答.

8. C

【分析】利用同构得到 $\frac{\ln x}{e^{\ln x}} < \frac{a+x}{e^{a+x}}$ ，当 $a \geq 0$ 时，满足要求，当 $a < 0$ 时，令 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ ，则

$f(\ln x) < f(a+x)$ 在 $(0,1)$ 上恒成立，求导后得到函数单调性，从而得到 $a > \ln x - x$ ，构造

$g(x) = \ln x - x$ ，求导得到单调性，进而得到 $-1 \leq a < 0$ ，得到答案.

【详解】由 $e^{a+x} \cdot \ln x < x^2 + ax$ 可得 $\frac{\ln x}{x} < \frac{a+x}{e^{a+x}}$ ，即 $\frac{\ln x}{e^{\ln x}} < \frac{a+x}{e^{a+x}}$ ，

当 $a \geq 0$ 时， $\frac{\ln x}{e^{\ln x}} < 0$ ， $\frac{a+x}{e^{a+x}} > 0$ ，不等式 $\frac{\ln x}{e^{\ln x}} < \frac{a+x}{e^{a+x}}$ 在 $(0,1)$ 上显然成立；

当 $a < 0$ 时，令 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ ，则 $f(\ln x) < f(a+x)$ 在 $(0,1)$ 上恒成立，

由 $f'(x) = \frac{1-x}{e^x}$ ，在 $x \in (-\infty, 1)$ 上 $f'(x) > 0$ ，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增，

又 $x \in (0,1)$ 时， $\ln x \in (-\infty, 0)$ ， $a+x \in (-\infty, 1)$ ，所以只需 $\ln x < a+x$ 在 $(0,1)$ 上恒成立，

即 $a > \ln x - x$ 恒成立.

令 $g(x) = \ln x - x$ ，则 $g'(x) = \frac{1-x}{x} > 0$ ，即 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，

其中 $g(1) = \ln 1 - 1 = -1$ ，

故 $a \geq g(1) = -1$ ，

所以此时有 $-1 \leq a < 0$.

综上， $a \geq -1$.

故选：C.

【点睛】导函数求解参数取值范围，当函数中同时出现 e^x 与 $\ln x$ ，通常使用同构来进行求

解，本题难点是不等式变形为 $\frac{\ln x}{e^{\ln x}} < \frac{a+x}{e^{a+x}}$ ，从而构造 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ 进行求解.

9. ACD

【分析】根据给定的统计数据，结合极差、中位数、百分位数，以及方差的定义，逐项判定，即可求解.

【详解】由题意得，同比涨跌幅从小到大排列依次为

0.9%，0.9%，1.5%，1.6%，1.8%，2.1%，2.1%，2.1%，2.5%，2.5%，2.7%，2.8%；

环比涨跌幅从小到大排列依次为-0.2%，-0.2%，-

0.1%，0%，0%，0%，0.1%，0.3%，0.4%，0.4%，0.5%，0.6%.

选项A中：环比涨跌幅的极差为 $0.6\% - (-0.2\%) = 0.8\%$ ，

同比涨跌幅的极差为 $2.8\% - 0.9\% = 1.9\%$ ，因为 $0.8\% < 1.9\%$ ，所以A正确；

选项B中：环比涨跌幅的中位数为 $(0\% + 0.1\%) \div 2 = 0.05\%$ ，所以B错误；

选项C中：根据统计图中，环比涨跌幅的波动性小于同比涨跌幅的波动性，所以环比涨跌幅的方差小于同比涨跌幅的方差，所以C正确；

选项D中：同比涨跌幅的下四分位数为 $(1.5\% + 1.6\%) \div 2 = 1.55\%$ ，所以D正确.

故选：ACD.

10. ABD

【分析】根据相交圆的公共弦与两圆心连线垂直平分判断A，再由两圆方程作差得公共弦所在直线判断B，根据弦心距、半径、半弦长关系求弦长判断C，再由圆上点到直线的最大距离为圆心到直线距离加半径长判断D.

【详解】由圆C: $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$ 知圆心为(3,2)，

所以直线OC的方程为 $y = \frac{2}{3}x$ ，即 $2x - 3y = 0$ ，

所以线段 AB 的垂直平分线所在的直线方程为 $2x-3y=0$ ，故 A 正确；

因为圆 $O: x^2+y^2=4$ 与圆 $C: (x-3)^2+(y-2)^2=9$ ，两圆方程作差，

可得直线 AB 的方程为 $3x+2y-4=0$ ，故 B 正确；

点 O 到直线 AB 的距离 $d = \frac{|-4|}{\sqrt{3^2+2^2}} = \frac{4\sqrt{13}}{13}$ ，所以

$|AB| = 2\sqrt{r^2-d^2} = 2\sqrt{4-\left(\frac{4\sqrt{13}}{13}\right)^2} = \frac{12\sqrt{13}}{13}$ ，故 C 错误；

点 P 到直线 AB 的距离的最大值为 $r+d = \frac{4\sqrt{13}}{13}+2$ ，则 $\triangle PAB$ 面积的最大值为

$\frac{1}{2} \times \frac{12\sqrt{13}}{13} \times \left(\frac{4\sqrt{13}}{13}+2\right) = \frac{24+12\sqrt{13}}{13}$ ，故 D 正确。

故选：ABD.

11. ABD

【分析】选项 A，由已知计算出底面半径的长度，以及轴截面的顶角大小，利用三角形的

面积公式可知，当 $\angle PSQ = 90^\circ$ 时，三角形 SPQ 面积最大，可判断选项 A；利用三棱锥等体

积转换，可得当 $OQ \perp$ 面 SOP 时，三棱锥 $O-SPQ$ 体积最大，可判断选项 B；因为 $SO \perp$ 底

面，所以四面体 $SOPQ$ 外接球球心在 SO 的中垂面和过 $\triangle OPQ$ 外接圆圆心的底面垂线的交

点处，利用勾股定理和正弦定理可计算出最小值，判断选项 C；由线面角公式可得，当

$OP \perp$ 面 SOQ 时，直线 SP 与平面 SOQ 所成角的余弦值最小，判断出选项 D.

【详解】选项 A，由母线长为 $\sqrt{7}$ ，高为 $\sqrt{3}$ ，可得底面半径为 $\sqrt{7-3}=2$ ，

设 BC 是底面圆的一条直径，则 $\cos \angle BSC = \frac{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{7})^2 - 4^2}{2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}} = -\frac{1}{7} < 0$ ，

即 $\angle BSC$ 是钝角，

$$\text{又 } S_{\triangle SPQ} = \frac{1}{2} \times SP \times SQ \times \sin \angle PSQ = \frac{1}{2} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sin \angle PSQ = \frac{7}{2} \sin \angle PSQ,$$

则存在点 P 、 Q ，当 $\angle PSQ = 90^\circ$ 时， $\sin \angle PSQ = 1$ ，三角形 SPQ 面积的最大值为 $\frac{7}{2}$ ，故 A

正确；

$$\text{选项 B，因为 } S_{\triangle SOP} = \frac{1}{2} \times SO \times OP = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 = \sqrt{3},$$

则当 $OQ \perp$ 面 SOP 时， $(V_{O-SPQ})_{\max} = (V_{Q-SOP})_{\max} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle SOP} \times OQ = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，故 B 正确；

选项 C，设 $\triangle OPQ$ 的外接圆半径为 r ，因为 SO 与底面垂直，

所以，四面体 $SOPQ$ 外接球半径 R 满足 $R^2 = r^2 + \left(\frac{SO}{2}\right)^2$ ，

若外接球表面积的最小，即外接球的半径 R 最小，

又 $R^2 = r^2 + \frac{3}{4}$ ，即在底面圆中， $\triangle OPQ$ 的外接圆半径 r 最小，

由正弦定理 $2r = \frac{OQ}{\sin \angle OPQ} = \frac{2}{\sin \angle OPQ}$ ， $\angle OPQ \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ，则 $\angle OPQ$ 无最大值，

$\triangle OPQ$ 的外接圆半径无最小值，即四面体 $SOPQ$ 外接球表面积无最小值，故 C 错误；

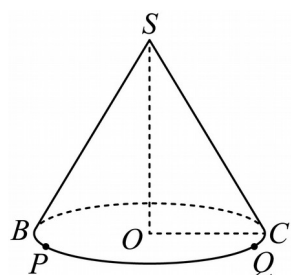
选项 D，设点 P 到平面 SOQ 的距离为 d ，

直线 SP 与平面 SOQ 所成角 θ 的正弦值为 $\sin \theta = \frac{d}{SP} = \frac{d}{\sqrt{7}}$ ，

则当 $OP \perp$ 面 SOQ 时， $(\sin \theta)_{\min} = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ ，

此时直线 SP 与平面 SOQ 所成角的余弦值最小，最小值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$ ，故 D 正确；

故选：ABD.



【点睛】方法点睛：计算线面角，一般有如下几种方法：

(1) 利用面面垂直的性质定理，得到线面垂直，进而确定线面角的垂足，明确斜线在平面内的射影，即可确定线面角；

(2) 在构成线面角的直角三角形中，可利用等体积法求解垂线段的长度 h ，从而不必作出

线面角，则线面角 θ 满足 $\sin \theta = \frac{h}{l}$ (l 为斜线段长)，进而可求得线面角；

(3) 建立空间直角坐标系，利用向量法求解，设 $\vec{a}$ 为直线 l 的方向向量， $\vec{n}$ 为平面的法向

量，则线面角 θ 的正弦值为 $\sin \theta = \left| \cos \langle \vec{a}, \vec{n} \rangle \right|$.

12. ABD

【分析】将题设条件化为 $[x^2 f(x)]' = [x^2 \ln^2 x]'$ ，进而有 $x^2 f(x) = x^2 \ln^2 x + C$ ，其中 C 为常

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/486220011231010032>