2023-2024学年福建省南侨中学高三4月高考模拟（二模）数学试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．在ΔABC中，内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$\frac{1}{\tan A},\frac{1}{\tan B},\frac{1}{\tan C}$依次成等差数列，则（　　）

A．a,b,c依次成等差数列　　B．$\sqrt{a},\sqrt{b},\sqrt{c}$依次成等差数列

C．a^2,b^2,c^2依次成等差数列　　D．a^3,b^3,c^3依次成等差数列

2．设m，n是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，下列命题中正确的是（ ）

A．若$\alpha\perp\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m\perp n$

B．若$\alpha//\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m//n$

C．若$m\perp n$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$\alpha\perp\beta$

D．若$m\perp\alpha$，$m//n$，$n//\beta$，则$\alpha\perp\beta$

3．已知定点A,B都在平面α内，定点$P\notin\alpha,PB\perp\alpha,C$是$\alpha$内异于$A,B$的动点，且$PC\perp AC$，那么动点$C$在平面$\alpha$内的轨迹是（　　）

A．圆，但要去掉两个点　　B．椭圆，但要去掉两个点

C．双曲线，但要去掉两个点　　D．抛物线，但要去掉两个点

4．设全集*U*=*R*，集合$M=\left\{x\,|\,x^2\le x\right\}$，$N=\{x\,|\,2^x<1\}$，则$M\cap\complement_U N=$（　　）

A．$[0,1]$　　B．$(0,1]$　　C．$[0,1)$　　D．$(-\infty,1]$

5．已知实数集R，集合$A=\{x\,|\,1<x<3\}$，集合$B=\left\{x\,|\,y=\frac{1}{\sqrt{x-2}}\right\}$，则$A\cap\left(C_R B\right)=$（　　）

A．$\{x\,|\,1<x\le 2\}$　　B．$\{x\,|\,1<x<3\}$　　C．$\{x\,|\,2\le x<3\}$　　D．$\{x\,|\,1<x<2\}$

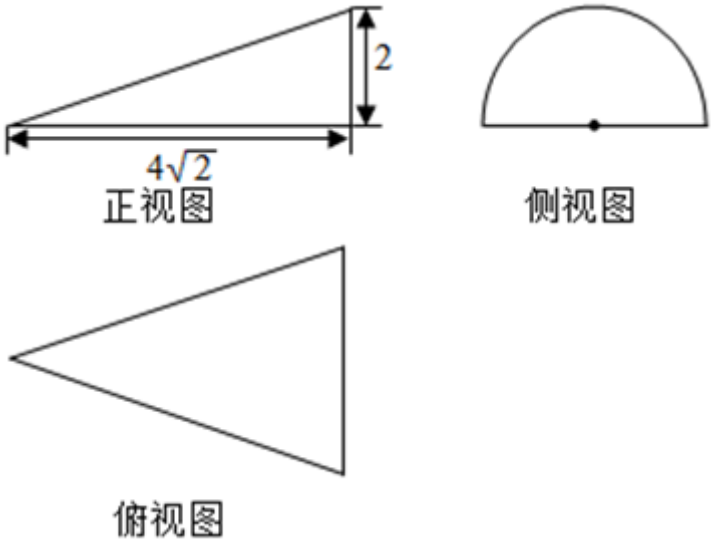
6．已知等差数列$\{a_n\}$的前*n*项和为S_n，且$S_{25}=50$，则$a_{11}+a_{15}=$（　　）

A．4　　B．8　　C．16　　D．2

7．已知*F*是双曲线$C:kx^2+y^2=4|k|$（*k*为常数）的一个焦点，则点*F*到双曲线*C*的一条渐近线的距离为（　　）

A．$2k$　　B．$4k$　　C．4　　D．2

8．一个几何体的三视图及尺寸如下图所示，其中正视图是直角三角形，侧视图是半圆，俯视图是等腰三角形，该几何体的表面积是（　）



A．$16\sqrt{2}+16\pi$

B．$16\sqrt{2}+8\pi$

C．$8\sqrt{2}+16\pi$

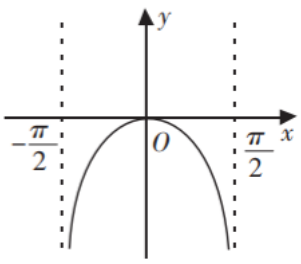
D．$8\sqrt{2}+8\pi$

9．一个频率分布表（样本容量为30）不小心被损坏了一部分，只记得样本中数据在$[20,60)$上的频率为0.8，则估计样本在$[40,50)$、$[50,60)$内的数据个数共有（　　）

分组	[10,20)	[20,30)	[30,40)
频数	3	4	5

A．14　　B．15　　C．16　　D．17

10．函数$y=f(x)$在区间$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$上的大致图象如图所示，则$f(x)$可能是（　　）



A．$f(x)=\ln|\sin x|$

B．$f(x)=\ln(\cos x)$

C．$f(x)=-\sin|\tan x|$

D．$f(x)=-\tan|\cos x|$

11．将函数$y=\sin(3x+\varphi)$的图象沿x轴向左平移$\frac{\pi}{9}$个单位长度后，得到函数$f(x)$的图象，则“$\varphi=\frac{\pi}{6}$”是“$f(x)$是偶函数”的（　　）

A．充分不必要条件　　**B**．必要不充分条件

C．充分必要条件　　**D**．既不充分也不必要条件

12．为实现国民经济新“三步走”的发展战略目标，国家加大了扶贫攻坚的力度．某地区在2015年以前的年均脱贫率（脱离贫困的户数占当年贫困户总数的比）为70%．2015年开始，全面实施“精准扶贫”政策后，扶贫效果明显提高，其中2019年度实施的扶贫项目，各项目参加户数占比（参加该项目户数占2019年贫困户总数的比）及该项目的脱贫率见下表：

实施项目	种植业	养殖业	工厂就业	服务业
参加用户比	40%	40%	10%	10%
脱贫率	95%	95%	90%	90%

那么2019年的年脱贫率是实施“精准扶贫”政策前的年均脱贫率的（　　）

A．$\frac{27}{28}$倍　　**B**．$\frac{47}{35}$倍　　**C**．$\frac{48}{35}$倍　　**D**．$\frac{7}{5}$倍

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．设函数$f(x)=\begin{cases}1+\log_2(2-x), x<1\\ 2^{x-1}, x\geq 1\end{cases}$，则$f(-2)+f(\log_2 3)=$_____.

14．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_3a_4a_5=64, a_5=8$，则$a_2=$_____.

15．设α、β为互不重合的平面，m，n是互不重合的直线，给出下列四个命题：

①若$m\parallel n$，则$m\parallel\alpha$；

②若$m\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，$m\parallel\beta$，$n\parallel\beta$，则$\alpha\parallel\beta$；

③若$\alpha\parallel\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m\parallel n$；

④若$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=m$，$n\subset\alpha$，$m\perp n$，则$n\perp\beta$；

其中正确命题的序号为_____.

16．已知双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{b^2}=1$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$P$为双曲线上任一点，且$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$的最小值为$-7$，则该双曲线的离心率是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知函数$f(x)=|x-a|\ (a\in R).$

（1）当$a=2$时，若$f(x)+|3x-2|\geq M$恒成立，求M的最大值；

（2）记$f(x)\leq|2x+1|-|2x-1|$的解集为集合A，若$\left[\frac{1}{2},1\right]\subseteq A$，求实数$a$的取值范围.

18．（12分）已知某种细菌的适宜生长温度为12℃~27℃，为了研究该种细菌的繁殖数量y（单位：个）随温度x（单位：℃）变化的规律，收集数据如下：

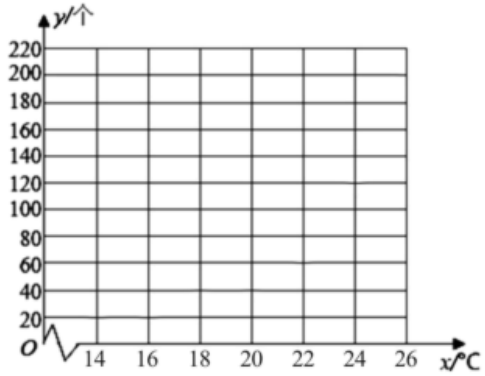
温度x/℃	14	16	18	20	22	24	26
繁殖数量y/个	25	30	38	50	66	120	218

对数据进行初步处理后，得到了一些统计量的值，如表所示：

$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{k}$	$\sum_{i=1}^{7}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum_{i=1}^{7}(k_i-\overline{k})^2$	$\sum_{i=1}^{7}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum_{i=1}^{7}(x_i-\overline{x})(k_i-\overline{k})$
20	78	4.1	112	3.8	1590	20.5

其中$k_i=\ln y_i$，$\overline{k}=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}k_i$.

（1）请绘出y关于x的散点图，并根据散点图判断$y=bx+a$与$y=ce^{dx}$哪一个更适合作为该种细菌的繁殖数量y关于温度x的回归方程类型（给出判断即可，不必说明理由）；



（2）根据（1）的判断结果及表格数据，建立y关于x的回归方程（结果精确到0.1）；

（3）当温度为27℃时，该种细菌的繁殖数量的预报值为多少？

参考公式：对于一组数据$(u_i,v_i)(i=1,2,3,\ldots,n)$，其回归直线$v=\beta u+a$的斜率和截距的最小二成估计分别为

$\beta=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2}$，$a=\overline{v}-\beta\overline{u}$，参考数据：$e^{5.5}\approx 245$.

19.（12分）在直角坐标系l中，已知直线l的直角坐标方程为$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\theta\\ y=1+\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数），以直角坐标系原点为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C_2$的极坐标方程为$\rho=4\sin(\theta+\dfrac{\pi}{3})$.

（1）求曲线C_1和直线l的极坐标方程；

（2）已知直线l与曲线C_1、C_2相交于异于极点的点A,B，若A,B的极径分别为ρ_1，ρ_2，求$|\rho_1-\rho_2|$的值.

20.（12分）某市环保部门对该市市民进行了一次垃圾分类知识的网络问卷调查，每一位市民仅有一次参加机会，通过随机抽样，得到参加问卷调查的1000人的得分（满分：100分）数据，统计结果如下表所示.

组别	$[30,40)$	$[40,50)$	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$
频数	25	150	200	250	225	100	50

（1）已知此次问卷调查的得分Z服从正态分布$N(\mu,210)$，μ近似为这1000人得分的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表），请利用正态分布的知识求$P(36<Z\le 79.5)$；

（2）在（1）的条件下，环保部门为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案.

（ⅰ）得分不低于μ的可以获赠2次随机话费，得分低于μ的可以获赠1次随机话费；

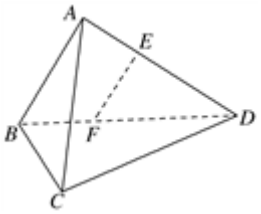
（ⅱ）每次赠送的随机话费和相应的概率如下表.

赠送的随机话费/元	20	40
概率	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{1}{4}$

现市民甲要参加此次问卷调查，记X为该市民参加问卷调查获赠的话费，求X的分布列及数学期望.

附：$\sqrt{210}\approx 14.5$，若$X:\ N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9545$，$P(\mu-3\sigma<X\le\mu+3\sigma)=0.9973$.

21.（12分）如图，在三棱锥*A-BCD*中，*AB*⊥*AD*，*BC*⊥*BD*，平面*ABD*⊥平面*BCD*，点*E*，*F*(*E*与*A*，*D*不重合)分别在棱*AD*，*BD*上，且*EF*⊥*AD*.



求证：(1)*EF*∥平面 *ABC*；

(2)*AD*⊥*AC*.

22.（10 分）已知 $f(x)=|2x+5|-\left|x-\frac{1}{2}\right|$.

（1）求不等式 $f(x)\geq 1$ 的解集；

（2）记 $f(x)$ 的最小值为 m，且正实数 a,b 满足 $\frac{4}{a-mb}+\frac{4}{b-ma}=a+b$.证明：$a+b\geq 2$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由等差数列的性质、同角三角函数的关系以及两角和的正弦公式可得 $2\cos B=\frac{\sin^2 B}{\sin A\sin C}$，由正弦定理可得 $2a\cos B=b^2$，再由余弦定理可得 $a^2+c^2=2b^2$，从而可得结果.

【详解】

Q $\frac{1}{\tan A},\frac{1}{\tan B},\frac{1}{\tan C}$ 依次成等差数列，

$\therefore \frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan C}=\frac{2}{\tan B}$，$\frac{\cos A\sin C+\sin A\cos C}{\sin A\sin C}=\frac{\sin(A+C)}{\sin A\sin C}=\frac{\sin B}{\sin A\sin C}=\frac{2\cos B}{\sin B}$，

$2\cos B=\frac{\sin^2 B}{\sin A\sin C}$ 正弦定理得 $2a\cos B=b^2$，

由余弦定理得 $a^2+c^2-b^2=b^2$ ， $a^2+c^2=2b^2$，即 a^2,b^2,c^2 依次成等差数列，故选 C.

【点睛】

本题主要考查等差数列的定义、正弦定理、余弦定理，属于难题. 解三角形时，有时可用正弦定理，有时也可用余弦定理，应注意用哪一个定理更方便、简捷. 如果式子中含有角的余弦或边的二次式，要考虑用余弦定理；如果遇到的式子中含有角的正弦或边的一次式时，则考虑用正弦定理；以上特征都不明显时，则要考虑两个定理都有可能用到.

2、D

【解析】

试题分析：Q $m \perp \alpha$， $m // n, \therefore n \perp \alpha, \because n \subset \beta, \therefore \alpha \perp \beta$,故选 D.

考点：点线面的位置关系.

3、A

【解析】

根据题意可得 $AC \perp BC$,即知 ***C*** 在以 ***AB*** 为直径的圆上.

【详解】

Q $PB \perp \alpha$, $AC \subset \alpha$，

$\therefore PB \perp AC$,

又 $PC \perp AC$， $PB \cap PC = P$,

$\therefore AC \perp$ 平面 PBC,又 $BC \subset$ 平面 PBC

$\therefore AC \perp BC$，

故 C 在以 AB 为直径的圆上，

又 C 是 α 内异于 A, B 的动点，

所以 C 的轨迹是圆，但要去掉两个点 ***A,B***

故选：***A***

【点睛】

本题主要考查了线面垂直、线线垂直的判定，圆的性质，轨迹问题，属于中档题.

4、A

【解析】

求出集合 M 和集合 N,，利用集合交集补集的定义进行计算即可.

【详解】

$M = \{x \mid x^2 \le x\} = \{x \mid 0 \le x \le 1\}$， $N = \{x \mid 2^x < 1\} = \{x \mid x < 0\}$，

ð$_U N = \{x \mid x \ge 0\}$，

则 M I ð$_U N = \{x \mid 0 \le x \le 1\} = [0,1]$，

故选：A.

【点睛】

本题考查集合的交集和补集的运算，考查指数不等式和二次不等式的解法，属于基础题.

5、A

【解析】

$\sqrt{x-2}>0$可得集合B,求出补集$C_R B$,再求出$\mathrm{A}\cap\left(\mathrm{C_R B}\right)$即可.

【详解】

由$\sqrt{x-2}>0$,得$x>2$,即$B=(2,+\infty)$,

所以$C_R B=(-\infty,2]$,

所以$A\cap\left(C_R B\right)=(1,2]$.

故选:A

【点睛】

本题考查了集合的补集和交集的混合运算,属于基础题.

6、A

【解析】

利用等差的求和公式和等差数列的性质即可求得.

【详解】

$S_{25}=\dfrac{25\left(a_1+a_{25}\right)}{2}=50\Rightarrow a_1+a_{25}=4\Rightarrow a_{11}+a_{15}=4$.

故选: A.

【点睛】

本题考查等差数列的求和公式和等差数列的性质,考查基本量的计算,难度容易.

7、D

【解析】

分析可得$\mathrm{k}<0$,再去绝对值化简成标准形式,进而根据双曲线的性质求解即可.

【详解】

当$k\geq 0$时,等式$kx^2+y^2=4|k|$不是双曲线的方程；当$\mathrm{k}<0$时,$kx^2+y^2=4|k|=-4k$,可化为$\dfrac{y^2}{-4k}-\dfrac{x^2}{4}=1$,可得虚半轴长$b=2$,所以点 *F* 到双曲线 *C* 的一条渐近线的距离为 2.

故选：D

【点睛】

本题考查双曲线的方程与点到直线的距离.属于基础题.

8、D

【解析】

由三视图可知该几何体的直观图是轴截面在水平面上的半个圆锥，表面积为

$\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\sqrt{2}+\frac{1}{2}\pi 2^2+\frac{1}{2}\pi\cdot 2\cdot 6=8\sqrt{2}+8\pi$,故选 D.

9、B

【解析】

计算出样本在$[20,60)$的数据个数，再减去样本在$[20,40)$的数据个数即可得出结果.

【详解】

由题意可知，样本在$[20,60)$的数据个数为$30\times 0.8=24$，

样本在$[20,40)$的数据个数为$4+5=9$，

因此，样本在$[40,50)$、$[50,60)$内的数据个数为$24-9=15$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用频数分布表计算频数，要理解频数、样本容量与频率三者之间的关系，考查计算能力，属于基础题.

10、B

【解析】

根据特殊值及函数的单调性判断即可；

【详解】

解：当$x=0$时，$\sin 0=0$，$\ln|\sin 0|$无意义，故排除 A；

又$\cos 0=1$，则$f(0)=-\tan|\cos 0|=-\tan 1\neq 0$，故排除 D；

对于 C，当$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时，$|\tan x|>0$，所以$f(x)=-\sin|\tan x|$不单调，故排除 C；

故选：B

【点睛】

本题考查根据函数图象选择函数解析式，这类问题利用特殊值与排除法是最佳选择，属于基础题.

11、A

【解析】

求出函数$y=f\left(x\right)$的解析式，由函数$y=f\left(x\right)$为偶函数得出φ的表达式，然后利用充分条件和必要条件的定义判断即可.

【详解】

将函数$y=\sin\left(3x+\varphi\right)$的图象沿$x$轴向左平移$\frac{\pi}{9}$个单位长度，得到的图象对应函数的解析式为

$f\left(x\right)=\sin\left[3\left(x+\frac{\pi}{9}\right)+\varphi\right]=\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$，

若函数$y=f\left(x\right)$为偶函数，则$\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}\left(k\in Z\right)$，解得$\varphi=k\pi+\frac{\pi}{6}\left(k\in Z\right)$，

当$k=0$时，$\varphi=\frac{\pi}{6}$.

因此，“$\varphi=\frac{\pi}{6}$”是“$y=f\left(x\right)$是偶函数”的充分不必要条件.

故选：A.

【点睛】

本题考查充分不必要条件的判断，同时也考查了利用图象变换求三角函数解析式以及利用三角函数的奇偶性求参数，考查运算求解能力与推理能力，属于中等题.

12、B

【解析】

设贫困户总数为a，利用表中数据可得脱贫率$P=2\times40\%\times95\%+2\times10\%\times90\%$，进而可求解.

【详解】

设贫困户总数为a，脱贫率$P=\frac{2\times40\%\times95\%a+2\times10\%\times90\%a}{a}=94\%$，

所以$\frac{94\%}{70\%}=\frac{47}{35}$.

故2019年的年脱贫率是实施“精准扶贫”政策前的年均脱贫率的$\frac{47}{35}$倍.

故选：B

【点睛】

本题考查了概率与统计，考查了学生的数据处理能力，属于基础题.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13、$\frac{9}{2}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/487035002155006141