【高中数学竞赛真题•强基计划真题考前适应性训练】

专题 16 其他竞赛综合 真题专项训练

（全国竞赛+强基计划专用）

一、单选题

1．（2018·全国·高三竞赛）已知函数$f(x)$的定义域为(a,b) $(a<b)$，函数

$F(x)=f(2x-1)-f(1-2x)$的定义域为$A\neq\varnothing$，则a、b应满足

A．$0<a<b$　　B．$a<0<b$

C．$a<b<0$　　D．$a<\frac{1}{2}<b$

【答案】B

【详解】$A=\{x|a<2x-1<b,a<1-2x<b\}$ $=\left\{x\middle|\frac{a+1}{2}<x<\frac{b+1}{2},\frac{1-b}{2}<x<\frac{1-a}{2}\right\}$．若

$A=\varnothing$，则应有$\frac{1+b}{2}\leq\frac{1-b}{2}$或$\frac{1-a}{2}\leq\frac{1+a}{2}$，即$b\leq0$或$a\geq0$，但$A\neq\varnothing$，则$b>0$且

$a<0$．

2．（2020·北京·高三校考强基计划）已知实数 a，b 满足$a^3+b^3+3ab=1$，设$a+b$的所有可能取值构成的集合为 M，则（　　）

A．M 为单元素集　　B．M 为有限集，但不是单元素集

C．M 为无限集，且有下界　　D．M 为无限集，且无下界

【答案】B

【分析】利用因式分解可求可求$a+b=1$或$a=b=-1$，故可得正确的选项.

【详解】题中条件即$a^3+b^3+(-1)^3-3\cdot a\cdot b\cdot(-1)=0$，

也即$\frac{1}{2}(a+b+c)\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]=0$，

其中$c=-1$．从而$a+b=1$或$a=b=-1$．

因此$a+b$的取值集合为$\{-2,1\}$，选项 B 正确.

故选：B.

3．（2019·全国·高三竞赛）在正方体的 8 个顶点、12 条棱的中点、6 个侧面的中心点、1 个体的中心点,这 27 个点中,共球面的 8 点组的个数是.

A．4462　　B．4584　　C．4590　　D．4602

【答案】B

【详解】将立方体放入空间直角坐标系中,以体中心为原点,8 个顶点分别为

$(2,2,2)$、$(-2,-2,-2)$、$(\overline{2,2,-2})$、$(\overline{2,-2,-2})$,其中,$(\overline{a,b,c})$表示(a,b,c)及其置换.由

$z=0$、$z=\pm 2$这三个平面将27个点分成三层,对每个共球面的八点组,其在任一层上至多有4个点(因每层上的9个点中无5点共圆),至少在某一层上至少有3个点.此3点的外接圆圆心(x,y)只可能在

$(0,0)$;$(1,1),(-1,-1),(\overline{1,-1})$;$(\overline{0,2})(\overline{0,-2})$;$(\overline{0,1}),(\overline{0,-1})$;$\left(\overline{0,\frac{1}{2}}\right),\left(\overline{0,-\frac{1}{2}}\right)$;

$(\overline{1,3}),(\overline{1,-3}),(\overline{-1,3}),(\overline{-1,-3})$;$\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right),\left(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right),\left(\overline{\frac{1}{3},-\frac{1}{3}}\right)$.

故八点共球面的球心只可能在

(1)$(0.0,0)$;

(2)$(1,1,1),(-1,-1,-1)$,$(\overline{1,1,-1}),(\overline{1,-1,-1})$;

(3)$(\overline{0,0,2}),(\overline{0,0,-2})$;

(4)$(\overline{0,0,1}),(\overline{0,0,-1})$;

(5)$(\overline{0,1,1})(\overline{0,1,-1}),(\overline{0,-1,-1})$;

(6)$\left(\overline{0,0,\frac{1}{2}}\right),\left(\overline{0,0,-\frac{1}{2}}\right)$;

(7)$(\overline{1,1,3}),(\overline{1,1,-3}),(\overline{1,-1,3})$,$(\overline{1,-1,3}),(\overline{-1,-1,3}),(\overline{-1,-1,-3})$;

(8)$\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right),\left(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right),\left(\overline{\frac{1}{3},\frac{1}{3},-\frac{1}{3}}\right),\left(\overline{\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{1}{3}}\right)$.

记以点X为球心、r为半径的球面为$S(X,r)$.该球面上包含27个点中的点的个数为

$S(X,r)$.

(1)$A(0.0,0)$.

$|S(A,2)|=6,\left|S\left(A,2\sqrt{2}\right)\right|=12$,

S$\left|S\left(A,2\sqrt{3}\right)\right|=8$

(2)$B(1,1,1)$.

$\left|S\left(B,\sqrt{3}\right)\right|=8,\left|S\left(B,\sqrt{11}\right)\right|=12$

(3)$C(0,0,2)$

$\left|S(C,2)\right|=5, \left|S\left(C,2\sqrt{2}\right)\right|=8$

$\left|S\left(C,2\sqrt{3}\right)\right|=\left|S\left(C,2\sqrt{5}\right)\right|$

$=\left|S\left(C,2\sqrt{6}\right)\right|=4$

(4) $D(0,0,1)$.

$\left|S(D,1)\right|=2, \left|S\left(D,\sqrt{5}\right)\right|=8$

$\left|S(D,3)\right|=9$

$\left|S\left(D,\sqrt{13}\right)\right|=\left|S\left(D,\sqrt{17}\right)\right|=4$

(5) $E(1,1,0)$

$\left|S\left(E,\sqrt{2}\right)\right|=\left|S\left(E,\sqrt{10}\right)\right|=4$

$S\left(E,\sqrt{6}\right)=\left|S\left(E,\sqrt{14}\right)\right|=8$

(6) $F\left(0,0,\frac{1}{2}\right)$

$\left|S\left(F,\frac{1}{2}\right)\right|=\left|S\left(F,\frac{3}{2}\right)\right|=1$

$\left|S\left(F,\frac{\sqrt{17}}{2}\right)\right|=\left|S\left(F,\frac{\sqrt{33}}{2}\right)\right|=4$

$\left|S\left(F,\frac{5}{2}\right)\right|=5, \left|S\left(F,\frac{\sqrt{41}}{2}\right)\right|=8$

(7) $G(1,1,3)$

$\left|S\left(G,\sqrt{3}\right)\right|=4, \left|S\left(G,\sqrt{11}\right)\right|=8$

$\left|S\left(G,\sqrt{19}\right)\right|=\left|S\left(G,3\sqrt{3}\right)\right|=5$

(8) $H\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$

$\left|S\left(H,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right|=1, \left|S\left(H,\sqrt{3}\right)\right|=3$

$\left|S\left(H,\frac{\sqrt{51}}{3}\right)\right|=\left|S\left(H,\sqrt{11}\right)\right|=6$

$\left|S\left(H,\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)\right|=7$.

综上,共球面的八点组共有

$\left(C_n^8+1\right)+8\left(1+C_{12}^8\right)+6+6\left(1+C_9^8\right)+12(1+1)+6+24$

$=4584$(个)

故答案为 B

4．（2018·全国·高三竞赛）已知区域$x^2+y^2\le 1$与$[x]^2+[y]^2=1$的面积分别为S_1、S_2（其中，$[x]$表示不大于x的最大整数），则

A．$S_1>S_2$　　B．$S_1=S_2$

C．$S_1<S_2$　　D．不能比较S_1与S_2的大小

【答案】C

【详解】由题意知$S_1=\pi\times 1^2=\pi$，因为$[x]$、$[y]\in Z$，$[x]^2+[y]^2=1$，所以，$\begin{cases}[x]=0,\\ [y]=\pm 1\end{cases}$或$\begin{cases}[x]=\pm 1,\\ [y]=0.\end{cases}$解得$\begin{cases}0\le x<1,\\ -1\le y<0\text{或}1\le y<2\end{cases}$或$\begin{cases}-1\le x<0\text{或}1\le x<2,\\ 0\le y<1.\end{cases}$画出其图形，可知$S_2=4$，故$S_1<S_2$．

5．（2019·全国·高三竞赛）已知x为锐角.则$\sin^3 x+\cos^3 x=\frac{\sqrt{2}}{2}$是$x=\frac{\pi}{4}$的（　）．

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

【答案】C

【详解】解法 1：必要性.

取$x=\frac{\pi}{4}$，有$\left(\sin\frac{\pi}{4}\right)^3+\left(\cos\frac{\pi}{4}\right)^3=2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

充分性.

由三维平均值不等式，有

$\sqrt{2}\sin^3 x+\sqrt{2}\sin^3 x+\frac{1}{2}\ge 3\sin^2 x$，　　（1）

$\sqrt{2}\cos^3 x+\sqrt{2}\cos^3 x+\frac{1}{2}\ge 3\cos^2 x$　　（2）

（1）、（2）两式左右两边分别相加左边$=2\sqrt{2}\left(\sin^3 x+\cos^3 x\right)+1=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1=3$，

右边$=3\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)=3$.

这说明，（1）、（2）两式同时取等号，有

$$\begin{cases}\sqrt{2}\sin^3 x=\frac{1}{2},\\ \sqrt{2}\cos^3 x=\frac{1}{2},\end{cases}\text{得}\begin{cases}sinx=\frac{\sqrt{2}}{2},\\ cosx=\frac{\sqrt{2}}{2}.\end{cases}$$

但 x 为锐角，故 $x=\frac{\pi}{4}$.

解法 2：解方程求出唯一解 $x=\frac{\pi}{4}$ 便可确定为充要条件.由 $\sin^3 x+\cos^3 x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，有

$(\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

设 $t=\sin x+\cos x$，则 $1\le t\le\sqrt{2}$，且 $t\left(1-\frac{t^2-1}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore t^3-3t+\sqrt{2}=0$.

解得 $t_1=\sqrt{2}$，$t_{2,3}=\frac{-\sqrt{2}\pm\sqrt{6}}{2}<1$ 舍去.

故只有 $\sin x+\cos x=\sqrt{2}$，得 $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$，故 $x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$，$x=\frac{\pi}{4}$.

所以，条件是充分必要的.

故答案为 C

二、填空题

6．（2019·全国·高三竞赛）计算: $\sum_{k=0}^{n}\left[\frac{C_n^k}{k+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}\right]=$________.

【答案】$\frac{1}{n+1}\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}-1\right]$

【详解】注意到，$\sum_{k=0}^{n}C_n^k x^k=(1+x)^n$.

两边积分得

$$\sum_{k=0}^{n}\int_0^{\frac{1}{2}}C_n^k x^k dx=\int_0^{\frac{1}{2}}(1+x)^n dx$$

$$\Rightarrow\sum_{k=0}^{n}\left[\frac{C_n^k}{k+1}\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}\right]=\frac{1}{n+1}\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}-1\right].$$

故答案为 $\frac{1}{n+1}\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}-1\right]$

7．（2018·湖南·高三竞赛）已知 n 为正整数，若 $\frac{n^2+3n-10}{n^2+6n-16}$ 是一个既约分数，那么这个分数的值等于_____.

【答案】$\frac{8}{11}$

【详解】因为$\frac{n^2+3n-10}{n^2-6n-16}=\frac{(n+5)(n-2)}{(n+8)(n-2)}$，当$n-2=\pm1$时，若

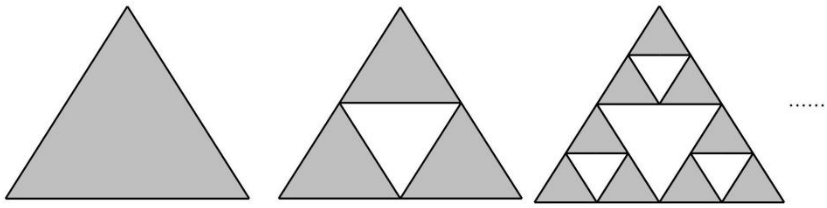
$(n+8,n+5)=(n+5,3)=1$，则$\frac{n^2+3n-10}{n^2-6n-16}$是一个既约分数，故当$n=3$时，该分数是既约分数.

所以这个分数为$\frac{8}{11}$.

故答案为$\frac{8}{11}$

8．（2018·湖南·高三竞赛）如图，将一个边长为 1 的正三角形分成四个全等的正三角形，第一次挖去中间的一个小三角形，将剩下的三个小正三角形，再分别从中间挖去一个小三角形，保留它们的边，重复操作以上做法，得到的集合为谢尔宾斯基缕垫.

设A_n是第 n 次挖去的小三角形面积之和（如A_1是第 1 次挖去的中间小三角形面积，A_2是第 2 次挖去的三个小三角形面积之和），则前 n 次挖去的所有小三角形面积之和的值为____________________.



边长为 1 的原等边三角形　　第一次　　第二次

【答案】$\frac{\sqrt{3}}{4}\left[1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$

【详解】原正三角形的面积为$\frac{\sqrt{3}}{4}$，而第 k 次一共挖去3^{k-1}个小三角形，

$A_k=\frac{\sqrt{3}}{16}\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1}$.因此，可以采用等比级数求和公式，得到答案为

$$\sum_{k=1}^{n}A_k=\frac{\sqrt{3}}{16}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1}=\frac{\sqrt{3}}{16}\frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^n}{1-\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{4}\left[1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right].$$

故答案为$\frac{\sqrt{3}}{4}\left[1-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$

9．（2019·全国·高三竞赛）把函数$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$

的系数按其自然位置排成两行两列，记为二阶矩阵 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. 其中，每一个数字称为二阶矩阵的元素．又记 $f\left(f\left(x\right)\right)=\dfrac{af\left(x\right)+b}{cf\left(x\right)+d}=\dfrac{\left(a^2+bc\right)x+\left(ab+bd\right)}{\left(ac+cd\right)x+\left(bc+d^2\right)}$ 的系数所组成的二阶矩阵 $\begin{pmatrix} a^2+ab & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}$ 为 A 的平方，即 $A^2=A\times A=\begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}$. 观察二阶矩阵乘法的规律，写出 $A^3=A^2\times A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 中的元素 $a_{21}=$________.

【答案】 $a^2c+acd+bc^2+cd^2$

【详解】根据二阶矩阵乘法的规律，知 $A^3=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ 中的 a_{ij} 应是 A^2 中第 i 行的元素分别乘以 A 中第 j 列对应元素的代数和，则

$a_{21}=\left(ac+cd\right)a+\left(bc+d^2\right)c=a^2c+acd+bc^2+cd^2$.

故答案为 $a^2c+acd+bc^2+cd^2$

10．（2018·全国·高三竞赛）设 $f\left(x\right)$ 定义在 $\mathbf{N}_+$ 上，其值域 $B\subseteq\mathbf{N}_+$，且对任意 $n\in\mathbf{N}_+$，都有 $f\left(n+1\right)>f\left(n\right)$，及 $f\left(f\left(n\right)\right)=3n$．则 $f\left(10\right)+f\left(11\right)=$________.

【答案】39

【详解】由 $f\left(f\left(1\right)\right)=3$，知 $f\left(f\left(f\left(1\right)\right)\right)=f\left(3\right)$.

若 $f\left(1\right)=1$，则 $3=f\left(f\left(1\right)\right)=f\left(1\right)=1$，矛盾.

因此，$2\le f\left(1\right)<f\left(2\right)\le f\left(f\left(1\right)\right)=3$.

则 $f\left(2\right)=3$，$f\left(1\right)=2$，$f\left(3\right)=f\left(f\left(2\right)\right)=6$，$f\left(6\right)=f\left(f\left(3\right)\right)=9$.

又 $6=f\left(3\right)<f\left(4\right)<f\left(5\right)<f\left(6\right)=9$，故 $f\left(4\right)=7$，$f\left(5\right)=8$，$f\left(7\right)=f\left(f\left(4\right)\right)=12$，

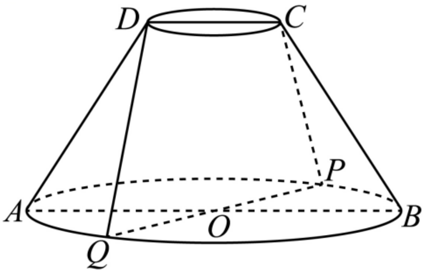
$f\left(12\right)=f\left(f\left(7\right)\right)=21$.

因为 $f\left(9\right)=f\left(f\left(6\right)\right)=18$，$18=f\left(9\right)<f\left(10\right)<f\left(11\right)<f\left(12\right)=21$，所以，$f\left(10\right)=19$，$f\left(11\right)=20$.

因此，$f\left(10\right)+f\left(11\right)=39$.

11．（2019·全国·高三竞赛）如图，设圆台的轴截面为等腰梯形 $ABCD$，其中，$AB=18$，$CD=6$．若圆台的高为 8，PQ 是下底面与 AB 夹角为 $60°$ 的直径，则异面直线

PC、DQ 所成角的余弦值为________.



【答案】$\frac{1}{127}$

【详解】如图，设异面直线 PC、QD 所成角为 α，向量 $\overrightarrow{PC}$、$\overrightarrow{DQ}$ 的夹角为 θ，以下底面中心 O 为原点、AB 所在直线为 x 轴建立空间直角坐标系.

则 $C(3,0,8)$、$D(-3,0,8)$、$P\left(\frac{9}{2},\frac{9\sqrt{3}}{2},0\right)$、$Q\left(-\frac{9}{2},-\frac{9\sqrt{3}}{2},0\right)$.

于是 $\overrightarrow{PC}=\left(-\frac{3}{2},-\frac{9\sqrt{3}}{2},8\right)$，$\overrightarrow{QD}=\left(\frac{3}{2},\frac{9\sqrt{3}}{2},8\right)$.

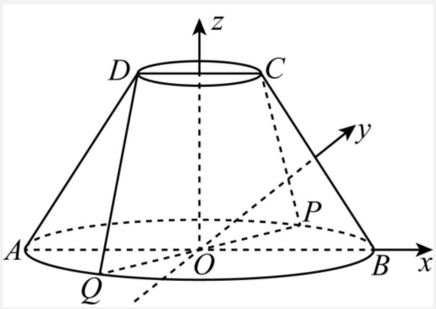
因此 $\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{QD}=1$.

而 $\left|\overrightarrow{PC}\right|=\sqrt{127}$，$\left|\overrightarrow{QD}\right|=\sqrt{127}$，

故 $\cos\theta=\frac{1}{127}$.

从而，$\cos\alpha=\cos\theta=\frac{1}{127}$.

故答案为 $\frac{1}{127}$



12．（2019·全国·高三竞赛） 设 k 为常数. 若对一切 x、$y\in(0,1)$，有 $x^k+y^k-x^ky^k\le\frac{1}{x^k}+\frac{1}{y^k}-\frac{1}{x^ky^k}$，则实数 k 的取值范围是____.

【答案】$(-\infty,0]$.

【详解】注意到 $x^k+y^k-x^ky^k\le\frac{1}{x^k}+\frac{1}{y^k}-\frac{1}{x^ky^k}\Leftrightarrow(1-x^k)(1-y^k)\ge\left(1-\frac{1}{x^k}\right)\left(1-\frac{1}{y^k}\right)$

$\Leftrightarrow x^k y^k \ge 1 \Leftrightarrow k \le 0.$

故答案为$\left(-\infty, 0\right]$

13．（2021·全国·高三竞赛）若 $f(x)=x^6-2\sqrt{2019}x^5-x^4+x^3-2\sqrt{2020}x^2+2x-\sqrt{2019}$，

则 $f(\sqrt{2019}+\sqrt{2020})$ 的值为_______.

【答案】$\sqrt{2020}$

【详解】研究二次方程 $x^2-2\sqrt{2019}x-1=0$ 和 $x^2-2\sqrt{2020}x+1=0$，

即 $(x-\sqrt{2019}+\sqrt{2020})(x-\sqrt{2019}-\sqrt{2020})=0$

和 $(x-\sqrt{2020}+\sqrt{2019})(x-\sqrt{2020}-\sqrt{2019})=0$.

因此 $x_0=\sqrt{2019}+\sqrt{2020}$ 两方程的公共根.

$f(x)=x^4(x^2-2\sqrt{2019}x-1)+x(x^2-2\sqrt{2000}x+1)+(x-\sqrt{2019}-\sqrt{2020})+\sqrt{2020}$，

故 $f(\sqrt{2019}+\sqrt{2020})=\sqrt{2020}$.

故答案为：$\sqrt{2020}$.

14．（2021·全国·高三竞赛）若一个分数 $\frac{a}{b}$（a，b 均为正整数）化为小数后，小数部分出现了连续的“2020”，例如 $\frac{2}{99}=0.020202\text{L}$，就称它为“好数”.则“好数”的分母的第二小的可能值为________.

【答案】193

【详解】我们总可以将一个“好数”适当乘一个 10 的方幂并减去其整数部分后使之成为一个小数点后前四位是“2020”的真分数，于是 $0.2020 \le \frac{a}{b} < 0.2021$，

进而 $\frac{1}{500} \le \frac{a}{b}-\frac{1}{5} < \frac{1}{476}$，即 $\frac{1}{500} \le \frac{5a-b}{5b} < \frac{1}{476}$.

若 $5a-b=1$，则 $476<5b\le 500$ 且 $b\equiv 4\left(\mathrm{mod}\,5\right)$，所以 $b=99$.

若 $5a-b=2$，则 $952<5b\le 1000$ 且 $b\equiv 3\left(\mathrm{mod}\,5\right)$，所以 $b=193,198$.

若 $5a-b\ge 3$，则 $5b>1428, b\ge 286$.

另一方面，$\frac{39}{193}\approx 0.20207$ 是“好数”，因此 b 的第二小的可能值为 193.

故答案为：193.

15．（2021·江苏·高三强基计划）使得等式 $\sqrt{1+\sqrt{1+a}}=\sqrt[3]{a}$ 成立的实数 a 的值为

______________.

【答案】8

【分析】采用换元法（须注意新元的取值范围），将所给等式转化为整式方程并求解.

【详解】解：由题意可得，$\sqrt{1+a}\ge 0$，所以$\sqrt{1+\sqrt{1+a}}\ge 1$，故$\sqrt[3]{a}\ge 1$.

设$\sqrt[3]{a}=t$，则$a=t^3(t\ge 1)$.

$\sqrt{1+\sqrt{1+a}}=\sqrt[3]{a}\Leftrightarrow\sqrt{1+\sqrt{1+t^3}}=t$

$\Leftrightarrow 1+\sqrt{1+t^3}=t^2\Leftrightarrow\sqrt{1+t^3}=t^2-1$

$\Leftrightarrow 1+t^3=(t^2-1)^2\Leftrightarrow 1+t^3=t^4-2t^2+1$

$\Leftrightarrow t^4-t^3-2t^2=0$

$\Leftrightarrow t^2(t^2-t-2)=0\Leftrightarrow t^2(t-2)(t+1)=0$

解得$t=2$，或$t=0$（舍），或$t=-1$（舍）

所以$\sqrt[3]{a}=t=2$

所以$a=8$

故答案为：8

16．（2018·全国·高三竞赛）设$\alpha,\beta,\gamma\in R$．且满足

$\sin\alpha\cos\beta+|\cos\alpha\sin\beta|=\sin\alpha|\cos\alpha|+|\sin\beta|\cos\beta$．则$(\tan\gamma-\sin\alpha)^2+(\cot\gamma-\cos\beta)^2$的最小值是________.

【答案】$3-2\sqrt{2}$

【详解】已知等式因式分解得$(\sin\alpha-|\sin\beta|)(\cos\beta-|\cos\alpha|)=0$.

令$x=\sin\alpha, y=\cos\beta$．则$\left(x-\sqrt{1-y^2}\right)\left(y-\sqrt{1-x^2}\right)=0$.

从而，$x=\sqrt{1-y^2}$或$y=\sqrt{1-x^2}$.

又点$(\tan\gamma,\cot\gamma)$为双曲线$xy=1$上的点，故所求即为两图像间最小距离的平方.

如图所示，显然，$|AB|^2=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\times 2=3-2\sqrt{2}$即为所求.

故答案为$3-2\sqrt{2}$