

强度计算数值计算方法：有限元法（FEM）：有限元法最新进展与研究

1 绪论

1.1 有限元法的历史与发展

有限元法（Finite Element Method, FEM）起源于 20 世纪 40 年代末，最初由工程师们在解决结构工程问题时提出。1943 年，R. Courant 在解决弹性问题时首次使用了类似于有限元法的离散化技术。然而，直到 1956 年，O.C. Zienkiewicz 和 Y.K. Cheung 在《工程计算》杂志上发表了一篇关于有限元法的文章，才正式确立了这一方法的理论基础和应用范围。自那时起，有限元法迅速发展，成为解决复杂工程问题的强有力工具。

1.1.1 发展历程

- **20 世纪 50 年代：**有限元法在航空和核工业中得到初步应用，主要用于结构分析。
- **20 世纪 60 年代：**随着计算机技术的发展，有限元法开始广泛应用于各种工程领域，包括土木工程、机械工程和电气工程。
- **20 世纪 70 年代：**有限元软件开始商业化，如 NASTRAN 和 ANSYS，使得有限元法的使用更加普及。
- **20 世纪 80 年代至今：**有限元法不断进化，引入了非线性分析、多物理场耦合分析等高级功能，同时，计算效率和精度也得到了显著提升。

1.2 有限元法在强度计算中的应用

有限元法在强度计算中的应用主要集中在结构分析上，它能够预测结构在各种载荷条件下的响应，包括应力、应变和位移。通过将结构分解为许多小的、简单的单元，每个单元的力学行为可以被精确地建模和分析，然后将这些单元的响应组合起来，得到整个结构的性能。

1.2.1 基本步骤

1. **结构离散化：**将结构划分为有限数量的单元，每个单元用节点来表示。
2. **单元分析：**在每个单元上应用力学原理，如弹性理论，来建立单元的力学模型。
3. **整体分析：**将所有单元的力学模型组合起来，形成整个结构的力

学方程。

4. **求解**：使用数值方法求解结构的力学方程，得到结构的响应。

5. **后处理**：分析和解释求解结果，如绘制应力分布图。

1.2.2 示例：使用 Python 进行简单梁的有限元分析

```
import numpy as np

# 定义材料属性
E = 200e9 # 弹性模量, 单位: Pa
nu = 0.3 # 泊松比
I = 1e-4 # 惯性矩, 单位: m^4

# 定义梁的长度和节点位置
L = 1.0 # 梁的总长度, 单位: m
n = 3 # 节点数量
nodes = np.linspace(0, L, n) # 节点位置

# 定义单元
elements = np.array([[0, 1], [1, 2]]) # 单元节点连接

# 定义载荷
F = np.array([0, -1000, 0]) # 节点载荷, 单位: N

# 定义边界条件
boundary_conditions = np.array([True, False, True]) # 节点是否固定

# 计算刚度矩阵
def stiffness_matrix(E, I, L):
    k = np.array([[12, 6*L, -12, 6*L],
                  [6*L, 4*L*L, -6*L, 2*L*L],
                  [-12, -6*L, 24, -6*L],
                  [6*L, 2*L*L, -6*L, 4*L*L]]) * E*I/(L**3)
    return k

# 组装整体刚度矩阵
K = np.zeros((2*n, 2*n))
for e in elements:
    k = stiffness_matrix(E, I, nodes[e[1]] - nodes[e[0]])
    K[2*e[0]:2*e[0]+2, 2*e[0]:2*e[0]+2] += k[:2, :2]
    K[2*e[0]:2*e[0]+2, 2*e[1]:2*e[1]+2] += k[:2, 2:]
    K[2*e[1]:2*e[1]+2, 2*e[0]:2*e[0]+2] += k[2:, :2]
    K[2*e[1]:2*e[1]+2, 2*e[1]:2*e[1]+2] += k[2:, 2:]
```

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/487166064052006160>