湖北省武汉外国语学校美加分校2023-2024学年九年级上学期开学数学试卷

一、选择题（每小题3分，共30分）

1. 将一元二次方程$5x^2-1=4x$化为一般形式后，二次项的系数和一次项系数分别是（　　）

A. 5，-1　　B. 5，4　　C. 5，-4　　D. 5，1

2. 下列关于x的一元二次方程中，没有两个不相等的实数根的方程是（　　）

A. $x^2+4=0$　　B. $4x^2-4x+1=0$　　C. $x^2+x+3=0$　　D. $x^2+2x-1=0$

3. 用配方法解方程$x^2-4x-3=0$．下列变形正确的是（　　）

A. $(x-4)^2=19$　　B. $(x-2)^2=7$　　C. $(x-2)^2=1$　　D. $(x+2)^2=7$

4. 若$x^2+2(m+1)x+25$是一个完全平方式，那么m的值（　　）

A. 4 或-6　　B. 4　　C. 6 或 4　　D. -6

5. 二次函数$y=x^2+6x+4$的对称轴是（　　）

A. $x=6$　　B. $x=-6$　　C. $x=-3$　　D. $x=4$

6. 若将抛物线$y=2x^2$向上平移3个单位，所得抛物线的解析式为（ ）

A. $y=2x^2+3$　　B. $y=2x^2-3$　　C. $y=2(x-3)^2$　　D. $y=2(x+3)^2$

7. 某种植物的主干长出若干数目的支干，每个支干又长出同样数目的小分支，主干、支干和小分支的总数是13，则每个支干长出（　　）

A. 2根小分支

B. 3根小分支

C. 4根小分支

D. 5根小分支

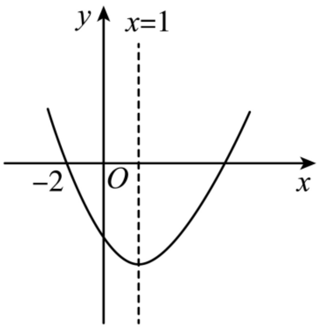
8. 已知二次函数$y=ax^2-2ax+1$（$a<0$）图象上三点$A(-1，y_1)$、$B(2，y_2)$、$C(4，y_3)$，则y_1，y_2，y_3的大小关系为（　　）

A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_2<y_1<y_3$　　C. $y_1<y_3<y_2$　　D. $y_3<y_1<y_2$

9. 二次函数$y=-x^2-2x+m$，在$-3\le x\le 2$的范围内有最小值-3，则m的值是（　　）

A. -6　　B. -2　　C. 2　　D. 5

10. 如图所示的抛物线是二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象，其对称轴为直线$x=1$，过（-2，0），则下列结论：①$ab^2c^3>0$；②$b+2a=0$；③方程$ax^2+bx+c=0$的两根为$x_1=-2$，$x_2=4$；④$9a+c>3b$，其中正确的结论有（　　）



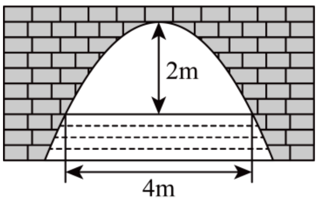
A. 1 个　　　　　　B. 2 个　　　　　　C. 3 个　　　　　　D. 4 个

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

11．写出一个大于 3 的正无理数是___.

12. “杂交水稻之父”袁隆平和他的团队探索培育的“海水稻”在某试验田的产量逐年增加，2018 年平均亩产量约 500 公斤，2020 年平均亩产量约 800 公斤．若设平均亩产量的年平均增长率为x，根据题意，可以列出关于x的方程为______.

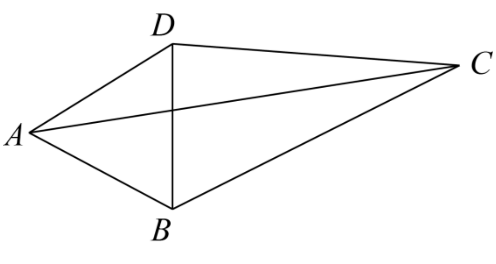
13. 如图是抛物线型拱桥，当拱顶离水面 2m 时，水面宽 4m，水面下降 2m，水面宽度增加______m.



14. 若二次函数 $y=-ax^2+3ax+5$ 的图象上有三个不同的点 $A\left(x_1,\ m\right)$、$B\left(x_1+x_2,\ n\right)$、$C\left(x_2,\ m\right)$，则$n$的值为 _____.

15. 已知 m，n 是方程 $x^2+2x-5=0$的两个实数根，则 $m^2-mn+3m+n=$___________.

16. 如图，AC、BD 是四边形 $ABCD$ 的两条对角线，$\triangle ABD$ 是等边三角形，$\angle DCB=30°$，设 $CD=a$，$BC=b$，$AC=4\sqrt{2}$，则 $a+b$ 的最大值为 _____.



三、解答题：（共 8 题，共 72 分）

17. 解方程：

（1）$x^2-2x-1=0$

（2）$x\left(2x-5\right)=4x-10$

18. 有一个人患了流感，经过两轮传染后，共有121人患了流感．

（1）每轮传染中平均一个人传染几个人？

（2）如果按照这样的传染速度，经过三轮传染后共有______个人患流感．

19. 关于x的一元二次方程$x^2+(2m-3)x+m^2=0$有两个不相等的实数根.

（1）求m的取值范围;

（2）若x_1、x_2是方程的两根，且$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=1$，求$m$的值.

20. 如图，△*ABC*的顶点均为格点，*AC*与网格线交于点*D*．仅用无刻度尺的直尺在网格中画图，画图过程用虚线表示，画图结果用实线表示.

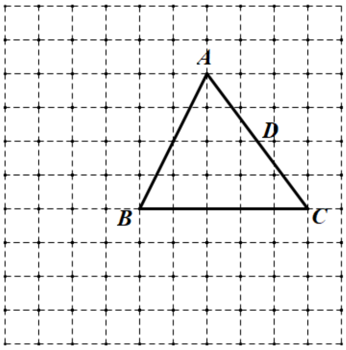


图1

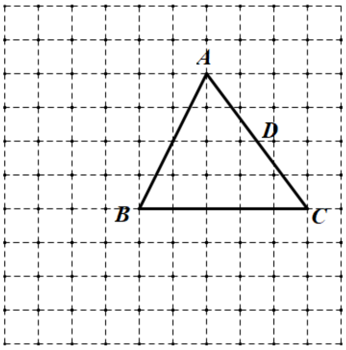


图2

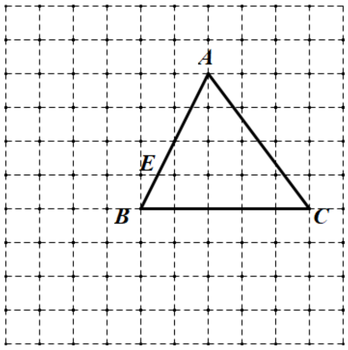


图3

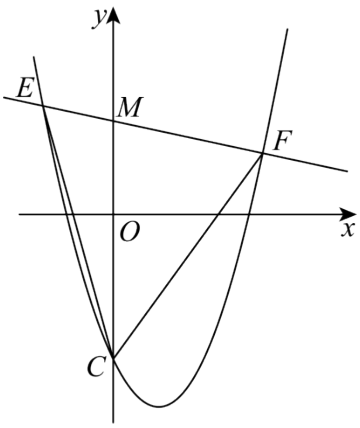
（1）如图1，画出△*ABC*的角平分线*CE*;

（2）如图1，平移*AB*至*DN*，使点*A*的对应点为点*D*;

（3）如图2，在*AB*上找一点*G*，使*DG*+*CG*最小;

（4）如图3，*AB*与网格线交于点*E*，过点*E*作*EQ*⊥*AC*于*Q*.

21. 抛物线$y=x^2-2x-3$与交y轴负半轴于C点，直线$y=kx+2$交抛物线于E、F两点（E点在F点左边），使△*CEF*被y轴分成的两部分面积差为5．求k的值.



22. 某商店销售一种销售成本为40元/件的商品，销售一段时间后发现，每天的销量y（件）与当天的销售单价x（元/件）满足一次函数关系，并且当x=20时，y=1000，当x=25时，y=950.

（1）求出y与x的函数关系式;

（2）求出商店销售该商品每天获得的最大利润;

（3）如果该商店要使每天的销售利润不低于13750元，且每天的总成本不超过20000元，那么销售单价应控制在什么范围内？

23. （1）问题背景．

如图1，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$\angle B+\angle D=180°$，E、F 分别是线段 BC、线段 CD 上的点．若 $\angle BAD=2\angle EAF$，试探究线段 BE、EF、FD 之间的数量关系．

童威同学探究此问题的方法是，延长 FD 到点 G．使 $DG=BE$．连接 AG，先证明 $\triangle ABE\cong\triangle ADG$．再证明 $\triangle AEF\cong\triangle AGF$，可得出结论，他的结论应是_____．

（2）猜想论证．

如图2，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=AD$，$\angle B+\angle ADC=180°$，E 在线段 BC 上、F 在线段 CD 延长线上．若 $\angle BAD=2\angle EAF$，上述结论是否依然成立？若成立说明理由；若不成立，试写出相应的结论并给出你的证明．

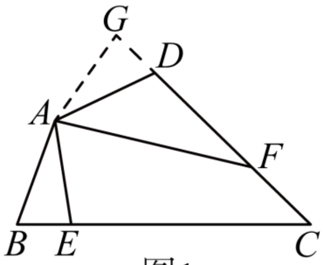


图1

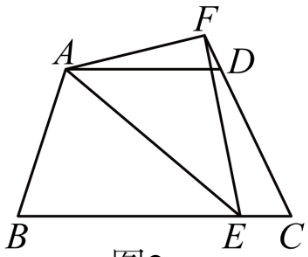


图2

（3）拓展应用．

如图3，在四边形 $ABDC$ 中，$\angle BDC=45°$，连接 BC、AD，$AB:AC:BC=3:4:5$，$AD=4$，且 $\angle ABD+\angle CBD=180°$．则 $\triangle ACD$ 的面积为_____．

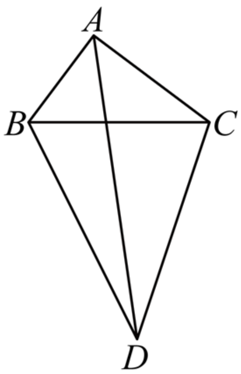


图3

24. 抛物线 $y=mx^2-4mx+3$ 与 x 轴的交点为 $A\left(1,0\right)$，B，与 y 轴交于点 C．

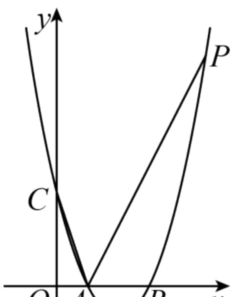


图1

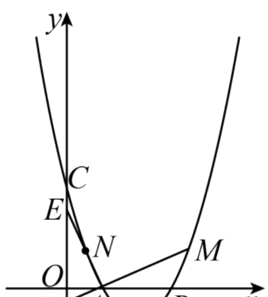


图2

（1）求抛物线的解析式；

（2）P 为抛物线第一象限上的一点，若 $\angle PAC=45°$，求点 P 的坐标；

（3）M 为抛物线在点 B 右侧上的一点，M 与 N 两点关于抛物线的对称轴对称，AN，AM 交 y 轴于点 E、D，求 $OE-OD$ 的值.

湖北省武汉外国语学校美加分校2023-2024学年九年级上学期开学数学试卷

一、选择题（每小题3分，共30分）

1. 将一元二次方程$5x^2-1=4x$化为一般形式后，二次项的系数和一次项系数分别是（　　）

A. 5，-1　　B. 5，4　　C. 5，-4　　D. 5，1

【答案】C

【分析】本题考查了一元二次方程的一般形式，一元二次方程$ax^2+bx+c=0$（a，b，c是常数且$a\neq 0$）的a、b、c分别是二次项系数、一次项系数、常数项.

【详解】解：化为一般式，得

$5x^2-4x-1=0$，

二次项系数和一次项系数分别是5，-4，

故选：C.

2. 下列关于x的一元二次方程中，没有两个不相等的实数根的方程是（　　）

A. $x^2+4=0$　　B. $4x^2-4x+1=0$　　C. $x^2+x+3=0$　　D. $x^2+2x-1=0$

【答案】ABC

【分析】根据根的判别式$\Delta=b^2-4ac$的值的符号，可以判定个方程实数根的情况，注意排除法在解选择题中的应用.

【详解】解：A、∵$\Delta=b^2-4ac=0^2-4\times1\times4=-16<0$，

∴此方程没有实数根，故本选项符合题意；

B、∵$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times4=0$，

∴此方程有两个相等的实数根，故本选项符合题意；

C、∵$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times1\times3=-11<0$，

∴此方程没有实数根，故本选项符合题意；

D、∵$\Delta=b^2-4ac=2^2-4\times1\times$（$-1$）$=8>0$，

∴此方程有两个不相等的实数根，故本选项不符合题意；

故选：ABC.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式的知识．此题比较简单，注意掌握一元二次方程$ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根与$\Delta=b^2-4ac$有如下关系：①当$\Delta>0$时，方程有两个不相等的两个实数根；②当$\Delta=0$时，方程有两个相等的两个实数根；③当$\Delta<0$时，方程无实数根.

3. 用配方法解方程$x^2-4x-3=0$．下列变形正确的是（　　）

A. $\left(x-4\right)^{2}=19$　　B. $\left(x-2\right)^{2}=7$　　C. $\left(x-2\right)^{2}=1$　　D. $\left(x+2\right)^{2}=7$

【答案】B

【分析】先把常数项移到方程右侧，再把方程两边加上 4，然后把方程左边写成完全平方式即可．

【详解】解：$\because x^{2}-4x-3=0$，

$\therefore x^{2}-4x=3$，

$\therefore x^{2}-4x+4=7$，

$\therefore \left(x-2\right)^{2}=7$，

故选 B．

【点睛】本题主要考查了解一元二次方程—配方法，熟知配方法是解题的关键．

4. 若 $x^2+2(m+1)x+25$ 是一个完全平方式，那么 m 的值（　　）

A. 4 或-6　　B. 4　　C. 6 或 4　　D. -6

【答案】A

【分析】根据完全平方式为 $a^2\pm2ab+b^2$，据此求解 m 值即可．

【详解】解：$\because x^2+2（m+1）x+25$ 是一个完全平方式，

$\therefore 2（m+1）x=\pm10x$，

即：$2（m+1）=\pm10$，

解得 $m_1=4$，$m_2=-6$，

$\therefore m$ 的值为 4 或−6

故选：A．

【点睛】本题考查完全平方式，熟练掌握完全平方式的一般形式是解答的关键．

5. 二次函数 $y=x^2+6x+4$ 的对称轴是（　　）

A. $x=6$　　B. $x=-6$　　C. $x=-3$　　D. $x=4$

【答案】C

【分析】直接根据二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2a}$ 求解即可．

【详解】解：$\because a=1$，$b=6$，

$\therefore$对称轴为直线 $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{6}{2\times1}=-3$．

故选：C．

【点睛】本题考查二次函数的性质，熟练掌握二次函数对称轴计算公式是解题的关键．

6. 若将抛物线 $\mathrm{y}=2\mathrm{x}^{2}$ 向上平移 3 个单位，所得抛物线的解析式为（ ）

A. $y=2x^2+3$　　B. $y=2x^2-3$　　C. $y=2(x-3)^2$　　D. $y=2(x+3)^2$

【答案】A

【分析】直接根据“上加下减、左加右减”的原则进行解答即可.

【详解】由“上加下减”的原则可知，将二次函数 $y=2x^2$ 向上平移 3 个单位可得到函数 $y=2x^2+3$,

故选 A.

【点睛】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减、左加右减”的原则是解答此题的关键.

7. 某种植物的主干长出若干数目的支干，每个支干又长出同样数目的小分支，主干、支干和小分支的总数是 13，则每个支干长出（　　）

A. 2 根小分支

B. 3 根小分支

C. 4 根小分支

D. 5 根小分支

【答案】B

【分析】先设每个支干长出 x 个分支，则每个分支又长出 x 个小分支，x 个分支共长出 x^2 个小分支；再根据主干有 1 个，分支有 x 个，小分支有 x^2 个，列出方程；然后根据一元二次方程的解法求出符合题意的 x 的值即可.

【详解】设每个支干长出 x 个分支，

根据题意得

$1+x+x\bullet x=13$,

整理得 $x^2+x-12=0$,

解得 $x_1=3$，$x_2=-4$（不符合题意舍去），

即每个支干长出 3 个分支.

故应选 B.

【点睛】此题考查了一元二次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解.

8. 已知二次函数 $y=ax^2-2ax+1$（$a<0$）图象上三点 $A(-1,y_1)$、$B(2,y_2)$、$C(4,y_3)$，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系为（　　）

A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_2<y_1<y_3$　　C. $y_1<y_3<y_2$　　D. $y_3<y_1<y_2$

【答案】D

【分析】求出抛物线的对称轴，求出 A 关于对称轴的对称点的坐标，根据抛物线的开口方向和增减性，即可求出答案.

【详解】$y=ax^2-2ax+1(a<0)$，

对称轴是直线 $x=-\frac{-2a}{2a}=1$，

即二次函数的开口向下，对称轴是直线 $x=1$，

即在对称轴的右侧 y 随 x 的增大而减小，

A 点关于直线 $x=1$ 的对称点是 D（3，y_1），

∵2＜3＜4，

∴y_2＞y_1＞y_3，

故选：D．

【点睛】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，由点的横坐标到对称轴的距离判断点的纵坐标的大小．

9. 二次函数 $y=-x^2-2x+m$，在 $-3\le x\le 2$ 的范围内有最小值 -3，则 m 的值是（　　）

A. -6　　B. -2　　C. 2　　D. 5

【答案】D

【分析】根据抛物线 $y=-x^2-2x+m$ 的开口向下，对称轴是：直线 x=-1，则抛物线上离对称轴越远的点的纵坐标越小，即可得到答案．

【详解】∵抛物线 $y=-x^2-2x+m$ 的开口向下，对称轴是：直线 x=-1，

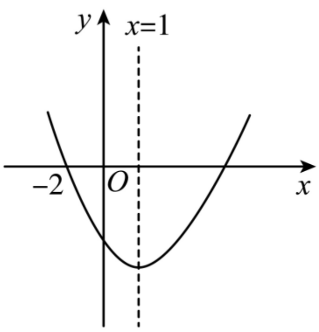
∴在 $-3\le x\le 2$ 的范围内，当 x=2 时，y 取最小值，

即：$-3=-2^2-2\times 2+m$，解得：m=5，

故选 D．

【点睛】本题主要考查二次函数的图象和性质，理解二次函数的轴对称性，是解题的关键．

10. 如图所示的抛物线是二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的图象，其对称轴为直线 $x=1$，过（﹣2，0），则下列结论：①$ab^2c^3>0$；②$b+2a=0$；③方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 $x_1=-2$，$x_2=4$；④$9a+c>3b$，其中正确的结论有（　　）



A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【答案】C

【分析】由函数图象可知 $a>0$，对称轴为直线 $x=1$，与 y 轴的交点在负半轴，即 $c<0$，然后可判断①②，令 $y=0$ 时，然后根据抛物线的对称性可判断③；把 $x=-3$ 代入函数解析式即可判断④．

【详解】解：由图象可得：$a>0$，对称轴为直线 $x=1$，与 y 轴的交点在负半轴，即 $c<0$，

∴ $x=-\frac{b}{2a}=1$，

∴ $b+2a=0$，$b<0$，

∴ $ab^2c^3<0$，故①错误，②正确；

令 y=0 时，则有 $ax^2+bx+c=0$ 的两根即为二次函数与 x 轴两个交点的横坐标，

∵二次函数过（﹣2，0），

∴它的另一个交点的横坐标为 4，故③正确；

把 x=-3 代入函数解析式得：$y=9a-3b+c$，

∴由函数图象可得：$y=9a-3b+c>0$，即 $9a+c>3b$，故④正确；

综上所述：正确的有②③④三个；

故选 C．

【点睛】本题主要考查二次函数的图象与性质，熟练掌握二次函数的图象与性质是解题的关键．

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

11. 写出一个大于 3 的正无理数是___．

【答案】$\sqrt{10}$（答案不唯一）

【分析】首先 3 可以写成 $\sqrt{9}$，由于开方开不尽的数是无理数，由此即可求解．

【详解】∵ $3=\sqrt{9}$，

∴可以是 $\sqrt{10}$ 、$\sqrt{11}$ 等等．

故答案为：$\sqrt{10}$（答案不唯一）．

【点睛】本题考查无理数的定义和实数的大小比较，熟练掌握无理数的定义是解题的关键．

12. “杂交水稻之父”袁隆平和他的团队探索培育的“海水稻”在某试验田的产量逐年增加，2018 年平均亩产量约 500 公斤，2020 年平均亩产量约 800 公斤．若设平均亩产量的年平均增长率为 x，根据题意，可以列出关于 x 的方程为______．

【答案】$500\times(1+x)^2=800$

【分析】根据水稻亩产量的年平均增长率为 x 可知，2019 年平均亩产量约 $500\times(1+x)$ 公斤，2020 年平均亩产量约 $500\times(1+x)^2$ 公斤，由此可列方程．

【详解】解：设水稻亩产量的年平均增长率为 x，

∵2018 年平均亩产量约 500 公斤，

∴2019 年平均亩产量约 $500\times(1+x)$ 公斤，2020 年平均亩产量约 $500\times(1+x)^2$ 公斤，

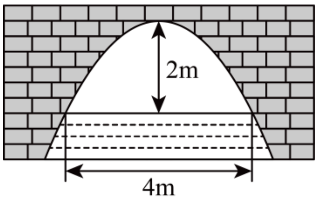
∵2020 年平均亩产量约 800 公斤，

∴ $500\times\left(1+x\right)^{2}=800$，

故答案为：$500\times\left(1+x\right)^{2}=800$.

【点睛】本题考查了列一元二次方程，读懂题意，掌握所给数据的数量关系是解题的关键.

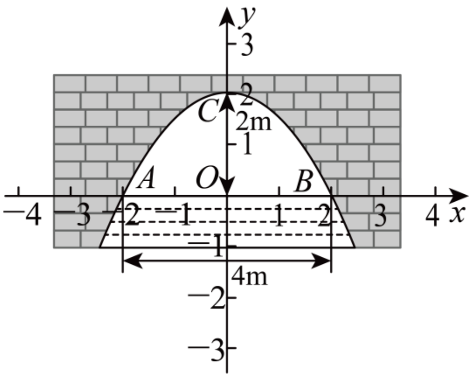
13. 如图是抛物线型拱桥，当拱顶离水面 2m 时，水面宽 4m，水面下降 2m，水面宽度增加______m.



【答案】$4\sqrt{2}-4$

【分析】根据已知建立平面直角坐标系，进而求出二次函数解析式，再通过把 $y=-2$ 代入抛物线解析式得出水面宽度，即可得出答案.

【详解】建立平面直角坐标系，设横轴 x 通过 AB，纵轴 y 通过 AB 中点 O 且通过 C 点，则通过画图可得知 O 为原点，



抛物线以 y 轴为对称轴，且经过 A，B 两点，OA 和 OB 可求出为 AB 的一半 2 米，抛物线顶点 C 坐标为 $\left(0,2\right)$

通过以上条件可设顶点式 $y=ax^{2}+2$，其中 a 可通过将 A 点坐标 $\left(-2,0\right)$

代入到抛物线解析式得出：$a=-0.5$,所以抛物线解析式为 $y=-0.5x^{2}+2$

当水面下降 2 米，通过抛物线在图上的观察可转化为：

当 $y=-2$ 时，对应的抛物线上两点之间的距离，也就是直线 $y=-2$ 与抛物线相交的两点之间的距离，

可以通过把 $y=-2$ 代入抛物线解析式得出：

$-2=-0.5x^{2}+2$，解得：$x=\pm2\sqrt{2}$,

所以水面宽度增加到 $4\sqrt{2}$ 米，比原先的宽度当然是增加了 $4\sqrt{2}-4$.

故答案是：$4\sqrt{2}-4$.

【点睛】考查了二次函数的应用，根据已知建立坐标系从而得出二次函数解析式是解决问题的关键.

14. 若二次函数 $y=-ax^2+3ax+5$ 的图象上有三个不同的点 $A\left(x_1, m\right)$、$B\left(x_1+x_2, n\right)$、$C\left(x_2, m\right)$，则 n 的值为 _____.

【答案】5

【分析】先将二次函数化为顶点式 $y=-a\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}a+5$，再根据点 B 是二次函数图象上的点即可解答.

【详解】解：∵二次函数 $y=-ax^2+3ax+5$，

∴ $y=-a\left[x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]+\frac{9}{4}a+5=-a\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}a+5$，

∴二次函数 $y=-ax^2+3ax+5$ 的对称轴为 $x=\frac{3}{2}$，

∵点 $A\left(x_1, m\right)$，$C\left(x_2, m\right)$ 在二次函数 $y=-ax^2+3ax+5$ 图象上，

∴ $\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3}{2}$，

∴ $x_1+x_2=3$，

∵ $B\left(x_1+x_2, n\right)$ 在二次函数 $y=-ax^2+3ax+5$ 图象上，

∴ $n=-a\left(3-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}a+5=5$，

故答案为 5.

【点睛】本题考查了二次函数的性质，二次函数的顶点式，掌握二次函数的性质是解题的关键。

15. 已知 m，n 是方程 $x^2+2x-5=0$ 的两个实数根，则 $m^2-mn+3m+n=$__________.

【答案】8

【分析】由题意知，$m+n=-2$，$mn=-5$，$m^2+2m-5=0$，将 $m^2-mn+3m+n$ 转化为

$(m^2+2m)-mn+(m+n)$ 代值计算即可得出结论.

【详解】解：Q m，n 是方程 $x^2+2x-5=0$ 的两个实数根，

$\therefore m+n=-2$，$mn=-5$，$m^2+2m-5=0$，

$\therefore m^2+2m=5$，

$\therefore m^2-mn+3m+n=(m^2+2m)-mn+(m+n)=5-(-5)+(-2)=8$，

故答案为：8.

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的根，根与系数的关系，解题的关键是熟记根与系数的关系.