

# 专题 04 一元一次方程、二元一次方程（组）、分式方程及其应用

## 目录

热点题型归纳.....	1
题型 01 一元一次方程的解法.....	1
题型 02 二元一次方程（组）的解法.....	3
题型 03 一次方程（组）的实际应用.....	6
题型 04 分式方程及其解法.....	10
题型 05 分式方程的实际应用.....	13
中考练场.....	15

### 热点题型归纳

REDIANTIXING



## 题型 01 一元一次方程的解法

### 【解题策略】

#### 一、一元一次方程

1、概念：只含有一个未知数，并且未知数的次数是一次的整式方程，叫做一元一次方程。其一般形式是  $ax+b=0$  ( $a, b$  为常数，且  $a \neq 0$ )。

2、解法：解法依据是等式的基本性质。

性质①：若  $a=b$ ，则  $a \pm m = b \pm m$ ；

性质②：若  $a=b$ ，则  $am=bm$ ；若  $a=b$ ，则  $\frac{a}{d} = \frac{b}{d}$  ( $d \neq 0$ )。

#### 二、解一元一次方程的步骤

1、**去分母**：在方程两边同时乘以所有分母的最小公倍数（即把每个含分母的部分和不含分母的部分都乘以所有分母的最小公倍数）

2、**去括号**：去括号法则（可先分配再去括号）

3、**移项**：把未知项移到议程的一边（左边），常数项移到另一边（右边）

4、**合并同类项**：分别将未知项的系数相加、常数项相加

5、**系数化为“1”**：在方程两边同时除以未知数的系数（即方程两边同时乘以未知数系数的倒数）

6、**检根  $x=a$** ：

方法：把  $x=a$  分别代入原方程的两边，分别计算出结果。

①若左边=右边，则  $x=a$  是方程的解；

②若左边 $\neq$ 右边，则  $x=a$  不是方程的解。

注：当题目要求时，此步骤必须表达出来。

### 【易错警示】

在解方程过程中，各部分都存在容易出错的一些“小陷阱”，现将各步骤的注意事项总结如下：

去分母	①不含分母的项也要乘以最小公倍数； ②分子是多项式的一定先用括号括起来
去括号	括号外是负因数时，一是要注意变号，二是要注意各项都不要漏乘公因数
移项	移项要变号
合并同类项	单独的一个未知数的系数为“ $\pm 1$ ”
系数化为1	不要颠倒了被除数和除数（未知数的系数作除数——分母）

### 【典例分析】

例 1. (2023·湖南) 关于  $x$  的一元一次方程  $2x + m = 5$  的解为  $x = 1$ ，则  $m$  的值为( )

- A. 3                      B. -3                      C. 7                      D. -7

例 2. (2023·浙江) 小红在解方程  $\frac{7x}{3} = \frac{4x-1}{6} + 1$  时，第一步出现了错误：

解：  $2 \times 7x = (4x - 1) + 1$ ,

...

(1)请在相应的方框内用横线划出小红的错误处。

(2)写出你的解答过程。

## 【变式演练】

1. (2024·广西模拟) 关于 $x$ 的一元一次方程 $2x + m = 5$ 的解为 $x = 1$ , 则 $m$ 的值为 ( )

- A. 3                      B. -3                      C. 7                      D. -7

2. (2024·河北模拟) 米老鼠在解方程 $\frac{2x-1}{3} = \frac{x+a}{2} - 1$ 的过程中, 去分母时方程右边的 $-1$ 忘记乘6, 因而求得解为 $x = 2$ .

(1) 请你帮助米老鼠求出 $a$ 的值;

(2) 正确地解这个方程.

3. (2024·陕西模拟) 解方程:  $\frac{8x+4}{5} = 1 + \frac{11x+1}{7}$ .

## 题型 02 二元一次方程(组)的解法

### 【解题策略】

#### 1. 二元一次方程的概念:

含有两个未知数, 且含有未知数的项的次数都是一次的方程叫做二元一次方程

#### 【易错警示】

- 二元一次方程的解必须是两个未知数同时确定的组合, 用大括号括起来即可;
- 1个二元一次方程的解不唯一, 可能有无数个;
- 二元一次方程中用一个未知数来表示另一个未知数, 依据的是等式的基本性质;

#### 2. 二元一次方程组的概念:

由两个一次方程组成, 并且含有两个未知数的方程组, 叫做二元一次方程组

### 3. 二元一次方程组解法:

名称	步骤	具体操作
代入消元法	①	将方程组中的一个方程变形, 使得一个未知数能用含有另一个未知数的代数式表示;
	②	用这个代数式代替另一个方程中相应的未知数, 得到一个一元一次方程, 求得一个未知数的值;
	③	把这个未知数的值代入代数式, 求得另一个未知数的值;
	④	写出方程组的解;
加减消元法	①	将其中一个未知数的系数化为相同 (或互为相反数)
	②	通过相减 (或相加) 消去这个未知数, 得到一个一元一次方程
	③	解这个一元一次方程, 得到一个未知数的值;
	④	将求得的未知数的值代入原方程组中的任一个方程, 求得另一个未知数的值;
	⑤	写出方程组的解;

### 【典例分析】

例 1. (2023·浙江) (二元一次方程的解) 下列各组数满足方程  $2x + 3y = 8$  的是 ( )

- A.  $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 2, \\ y = 4 \end{cases}$

例 2. (2023·广东) (二元一次方程组的概念) 下列方程组中, 是二元一次方程组的是. ( )

- A.  $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 4 \\ x - 5y = 3 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} a + b = 4 \\ 2a - c = 1 \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} 4m - n = 3 \\ m + n = 2 \end{cases}$

例 3. (2023·四川) (二元一次方程组的解) 已知关于  $x, y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} 3x - y = 4m + 1 \\ x + y = 2m - 5 \end{cases}$  的解满足  $x - y = 4$ , 则  $m$  的值为 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

例 4. (2023·天津) (代入消元法) 方程组  $\begin{cases} y = 2x \\ 3x + y = 15 \end{cases}$  的解是( )

- A.  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$

例 5. (2023·四川) (加减消元法) 已知关于  $x$ 、 $y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} 3x - y = 4m + 1 \\ x + y = 2m - 5 \end{cases}$  的解满足  $x - y = 4$ ，则  $m$  的值为

- ( )  
A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

### 【变式演练】

1. (2023·广东) 若二元一次方程  $3x - y = 7$ ， $2x + 3y = 1$ ， $y = kx - 9$  有公共解，则  $k$  的取值为( )

- A. 3                      B. -3                      C. -4                      D. 4

2. (2023·四川) 关于  $x$ 、 $y$  的方程组  $\begin{cases} 3x + y = 2m - 1 \\ x - y = n \end{cases}$  的解满足  $x + y = 1$ ，则  $4^m \div 2^n$  的值是( )

- A. 1                      B. 2                      C. 4                      D. 8

3. (2023·广东) 用加减法消元解方程组  $\begin{cases} x + 3y = 8 \text{ ①} \\ x - y = 1 \text{ ②} \end{cases}$  的过程中，正确的是( )

- A. ① + ②，得  $4y = 9$                       B. ① + ②，得  $2y = 9$   
C. ① - ②，得  $4y = 7$                       D. ① - ②，得  $2y = 7$

## 题型 03 一次方程（组）的实际应用

### 【解题策略】

#### 1、列方程解应用题的一般步骤：

步骤	“点睛”
“审”（即审题）	“审”题目中的已知量、未知量、基本关系；
“设”（即设未知数）	一般原则是：问什么就设什么；或未知量较多时，设较小的量，表示较大的量
“列”【即列方程（组）】	找准题目中的等量关系，根据等量关系列出方程
“解”【即解方程（组）】	根据一次方程（组）的解法解出方程，注意解方程的过程不需要在解答中体现
“验”（即检验） 非题目要求，此步可以不写	检验分两步，一是检验方程是否解正确；二是检验方程的解是否符合题意
“答”（即写出答案）	最后的综上所述

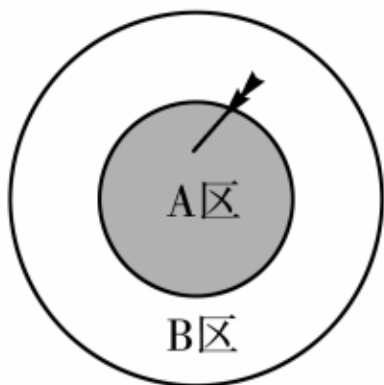
#### 2、常见类型及关系式：

常见 运用 题型	解应用题的步骤：①审清题意；②找等量关系；③设未知数；④列方程；⑤解方程；⑥验根；⑦作答。
	工作(或工程)问题：工作量=工作效率×工作时间
	利息问题：利息=本金×利率×期数；本息和=本金+利息
	行程问题：路程=速度×时间；其中，相遇问题： $s_{甲}+s_{乙}=s_{总}$ ；
	追及问题：(同地异时)前者走的路程=追者走的路程；(异地同时)前者走的路程+两地间的距离=追者走的路程
	利润问题：利润=卖价-进价；利润率= $\frac{\text{利润}}{\text{进价}} \times 100\%$ 。

	数字问题：两位数=10×十位数字+个位数字；三位数=100×百位数字+10×十位数字+个位数字
	分配问题等

### 【典例分析】

**例 1.** (2023·河北) 某磁性飞镖游戏的靶盘如图所示. 珍珍玩了两局, 每局投10次飞镖, 若投到边界则不计入次数, 需重新投. 计分规则如下:



投中位置	A区	B区	脱靶
一次计分(分)	3	1	-2

在第一局中, 珍珍投中A区4次, B区2次, 脱靶4次.

(1) 求珍珍第一局的得分;

(2) 第二局, 珍珍投中A区 $k$ 次, B区3次, 其余全部脱靶. 若本局得分比第一局提高了13分, 求 $k$ 的值.

**例 2.** (2023·辽宁) 某礼品店经销A, B两种礼品盒, 第一次购进A种礼品盒10盒, B种礼品盒15盒, 共花费2800元; 第二次购进A种礼品盒6盒, B种礼品盒5盒, 共花费1200元.

(1) 求购进A, B两种礼品盒的单价分别是多少元;

(2) 若该礼品店准备再次购进两种礼品盒共40盒, 总费用不超过4500元, 那么至少购进A种礼品盒多少盒?

**例 3 (2023·江苏)** 某商场销售A、B两种商品，每件进价均为20元.调查发现，如果售出A种20件，B种10件，销售总额为840元；如果售出A种10件，B种15件，销售总额为660元.

(1)求A、B两种商品的销售单价；

(2)经市场调研，A种商品按原售价销售，可售出40件，原售价每降价1元，销售量可增加10件；B种商品的售价不变，A种商品售价不低于B种商品售价.设A种商品降价 $m$ 元，如果A、B两种商品销售量相同，求 $m$ 取何值时，商场销售A、B两种商品可获得总利润最大？最大利润是多少？

**例 4. (2023·四川)** 习近平总书记说：“读书可以让人保持思想活力，让人得到智慧启发，让人滋养浩然正气.”某校为提高学生的阅读品味，现决定购买获得茅盾文学奖的甲、乙两种书共100本，已知购买2本甲种书和1本乙种书共需100元；购买3本甲种书和2本乙种书共需165元.

(1)求甲、乙两种书的单价分别为多少元；

(2)若学校决定购买以上两种书的总费用不超过3200元，那么该校最多可以购买甲种书多少本？

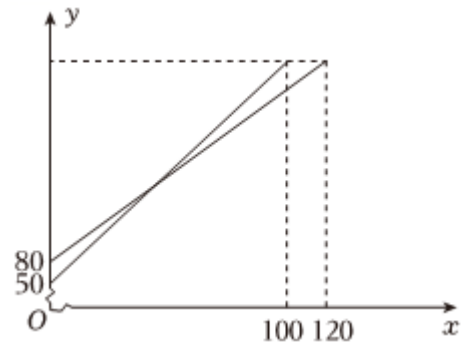
### 【变式演练】

1. (2023·辽宁) 为了增强学生身体素质，学校要求男女同学练习跑步.开始时男生跑了50m，女生跑了80m，然后男生女生都开始匀速跑步.已知男生的跑步速度为4.5m/s，当到达终点时男、女均停止跑步，女生从开始匀速跑步到停止跑步共用时120s.已知 $x$ 轴表示从开始匀速跑步到停止跑步的时间， $y$ 轴代表跑过的路程，则：

(1)男女跑步的总路程为\_\_\_\_\_；

(2)当男、女相遇时，求此时男、女同学距离终点的距离.





2. (2023·广东模拟) 五月初, 某地遭遇了持续强降雨的恶劣天气, 造成部分地区出现严重洪涝灾害, 某爱心组织紧急筹集了部分资金, 计划购买甲、乙两种救灾物品共4 000件送往灾区, 已知每件甲种物品的价格比每件乙种物品的价格贵10元, 用450元购买甲种物品的件数恰好与用400元购买乙种物品的件数相同.

(1)求甲、乙两种救灾物品每件的价格分别是多少元?

(2)经调查, 灾区的乙种物品件数需求量是甲种物品件数的3倍, 若该爱心组织按照此需求的比例购买这4000件物品, 需筹集资金多少元?

3. (2023·重庆) 某公司不定期为员工购买某预制食品厂生产的杂酱面、牛肉面两种食品.

(1)该公司花费3000元一次性购买了杂酱面、牛肉面共170份, 此时杂酱面、牛肉面的价格分别为15元、20元, 求购买两种食品各多少份?

(2)由于公司员工人数和食品价格有所调整, 现该公司分别花费1260元、1200元一次性购买杂酱面、牛肉面两种食品, 已知购买杂酱面的份数比牛肉面的份数多50%, 每份杂酱面比每份牛肉面的价格少6元, 求购买牛肉面多少份?

4. (2023·广东) 某商场在世博会上购置A, B两种玩具, 其中B玩具的单价比A玩具的单价贵25元, 且购置2个B玩具与1个A玩具共花费200元.

(1)求A, B玩具的单价;

(2)若该商场要求购置B玩具的数量是A玩具数量的2倍, 且购置玩具的总额不高于40000元, 则该商场最多可以购置多少个A玩具?

5. (2023·江苏) 某校举行“二十大知识学习竞赛”活动, 老师让班长小华到商店购买笔记本作为奖品. 甲、乙两家商店每本硬面笔记本比软面笔记本都贵3元(单价均为整数).

(1) 若班长小华在甲商店购买, 他发现用240元购买硬面笔记本与用195元购买软面笔记本的数量相同, 求甲商店硬面笔记本的单价.

(2) 若班长小华在乙商店购买硬面笔记本, 乙商店给出了硬面笔记本的优惠条件(软面笔记本单价不变): 一次购买的数量少于30本, 按原价售出; 不少于30本按软面笔记本的单价售出. 班长小华打算购买 $m$ 本硬面笔记本( $m$ 为正整数), 他发现再多购买5本的费用恰好与按原价购买的费用相同, 求乙商店硬面笔记本的原价.

## 题型 04 分式方程及其解法

### 【解题策略】

#### 一、分式方程

1. 分母里含有未知数的有理方程叫分式方程.

2. 使分式方程分母为零的未知数的值即为增根; 分式方程的增根有两个特征:

(1) 增根使最简公分母为零;

(2) 增根是分式方程化成的整式方程的根.

#### 二、分式方程的基本解法

解分式方程的一般步骤:

(1) 去分母, 把分式方程转化为整式方程;

(2) 解这个整式方程, 求得方程的根;

(3) 检验, 把解得整式方程的根代入最简公分母, 如果最简公分母为零, 则它不是原方程的根, 而是方程的增根, 必须舍去; 如果使最简公分母不为零, 则它是原分式方程的根.

#### ☆: 分式方程会无解的几种情况

① 解出的  $x$  的值是增根, 须舍去, 无解

② 解出的  $x$  的表达式中含参数, 而表达式无意义, 无解

③ 同时满足①和②, 无解

#### ☆: 求有增根分式方程中参数字母的值的一般步骤:

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/488012015054007004>