九年级数学中考复习专题：

四边形综合（考察全等证明、长度与面积计算等）（一）

1．综合与实践

问题情境

在数学活动课上，老师提出了这样一个问题：如图①，已知正方形 $ABCD$，点 E 是边上一点，连接 AE，以 AE 为边在 BC 的上方作正方形 $AEFG$．

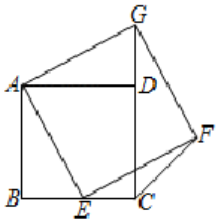
数学思考

（1）连接 GD，求证：$\triangle ABE \cong \triangle ADG$；

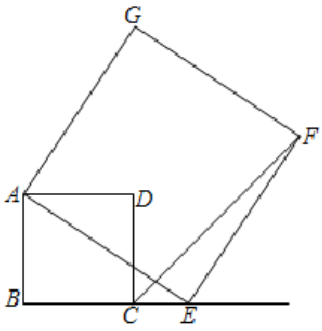
（2）连接 FC，求 $\angle FCD$ 的度数；

实践探究

（3）如图②，当点 E 在 BC 的延长线上时，连接 AE，以 AE 为边在 BC 的上方作正方形 $AEFG$，连接 FC，若正方形 $ABCD$ 的边长为 4，$CE=2$，则 CF 的长是_____．



图①



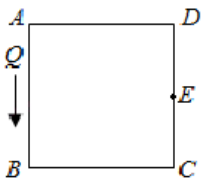
图②

2．如图，正方形 $ABCD$的边长是 2 厘米，E为 CD的中点，Q为正方形 $ABCD$边上的一个动点，动点 Q以每秒 1 厘米的速度从 A出发沿 $A\rightarrow B\rightarrow C\rightarrow D$运动，最终到达点 D，若点 Q运动时间为 x秒．

（1）当 $x=1$时，$S_{\triangle AQE}=$_____平方厘米；当 $x=\frac{3}{2}$时，$S_{\triangle AQE}=$_____平方厘米．

（2）在点 Q的运动路线上，当点 Q与点 E相距的路程不超过$\frac{1}{4}$厘米时，求 x的取值范围．

（3）若$\triangle AQE$的面积为$\frac{1}{3}$平方厘米，直接写出 x值．



3．如图，在平行四边形 $ABCD$中，$\angle BAD$的平分线交 C于点 E，交 DC的延长线于 F，以 EC、CF为邻边作平行四边形 $ECFG$．

（1）求证：四边形 $ECFG$ 是菱形；

（2）连结 BD、CG，若 $\angle ABC=120°$，则 $\triangle BDG$ 是等边三角形吗？为什么？

（3）若 $\angle ABC=90°$，$AB=10$，$AD=24$，M 是 EF 的中点，求 DM 的长．

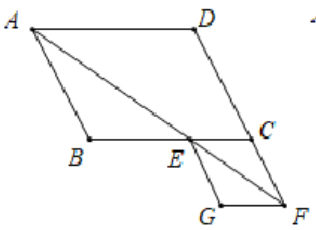


图 1

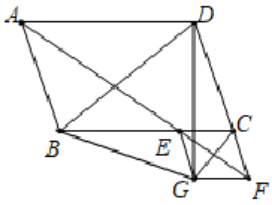


图 2

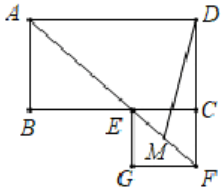


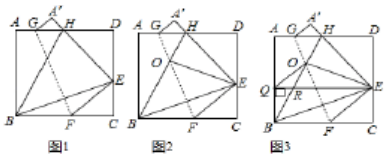
图 3

4．如图 1，正方形 $ABCD$ 沿 GF 折叠，使 B 落在 CD 边上点 E 处，连接 BE，BH．

（1）求 $\angle HBE$ 的度数；

（2）若 BH 与 GF 交于点 O，连接 OE，判断 $\triangle BOE$ 的形状，说明理由；

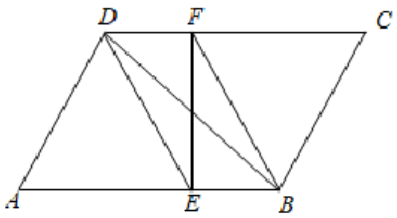
（3）在（2）的条件下，作 $EQ\perp AB$ 于点 Q，连接 OQ，若 $AG=2$，$CE=3$，求 $\triangle OQR$ 的面积．



5．已知：如图所示，在平行四边形 $ABCD$ 中，DE、BF 分别是 $\angle ADC$ 和 $\angle ABC$ 的角平分线，交 AB、CD 于点 E、F，连接 BD、EF．

（1）求证：BD、EF互相平分；

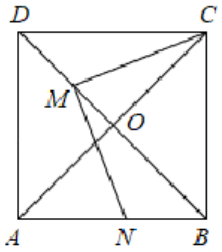
（2）若$\angle A=60°$，$AE=2EB$，$AD=4$，求线段BD的长．



6．如图，已知正方形$ABCD$的面积是8，连接AC、BD交于点O，CM平分$\angle ACD$交BD于点M，$MN\perp CM$，交AB于点N，

（1）求$\angle BMN$的度数；

（2）求BN的长．



7．如图，四边形$OABC$为矩形，其中O为原点，A、C两点分别在x轴和y轴上，B点的坐标是（4，6），将矩形沿直线DE折叠，使点C落在AB边上点F处，折痕分别交OC，BC于点E、D，且D点坐标是（$\frac{5}{2}$，6）．

（1）求 F 点的坐标；

（2）如图 2，P 点在第二象限，且 $\triangle PDE \cong \triangle CED$，求 P 点的坐标；

（3）若 M 点为 x 轴上一动点，N 点为直线 DE 上一动点，$\triangle FMN$ 为以 FN 为底边的等腰直角三角形，求 N 点的坐标．

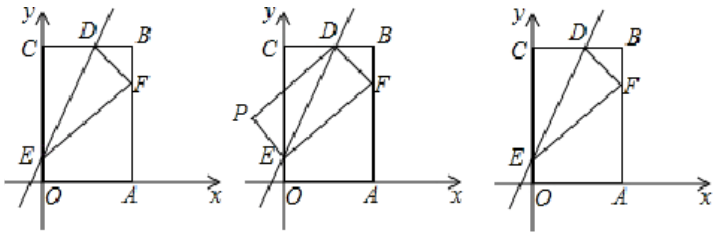


图1　图2　备用图

8．已知，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 F 是 AB 上一点，连接 DF 交对角线 AC 于 E，连接 BE．

（1）如图 1，若 $\angle EBC = \angle EFA$，EC 平分 $\angle DEB$，求证：平行四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）如图 2，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，当点 F 是 AB 的中点时，直接写出与 $\triangle ADF$ 面积相等的三角形（不包括以 AD 为边的三角形）．

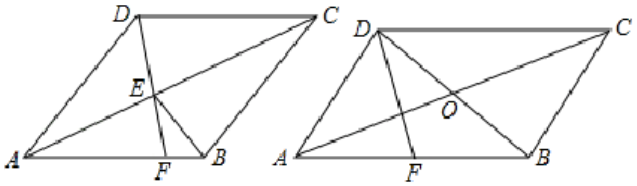


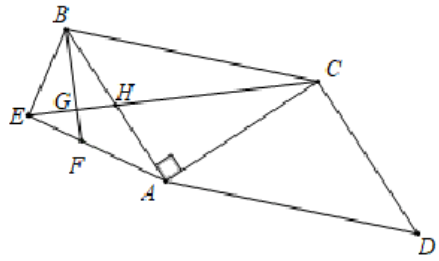
图1　图2

9．如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\angle BAC = 90°$，$AB = AC$，点 H 为边 AB 的中

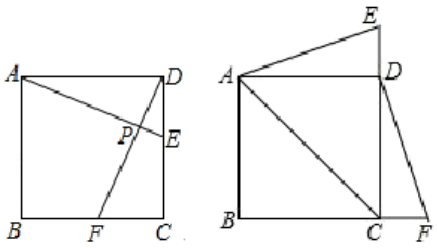
点，点 E 在 CH 的延长线上，且 $AE \perp BE$．点 F 在线段 AE 上，且 $BF \perp CE$，垂足为 G．

（1）若 $BF=AF$，且 $EF=3$，$BE=4$，求 AD 的长；

（2）求证：$BF+2EH=CE$．



10．在正方形 $ABCD$ 中，动点 E，F 分别从 D，C 两点同时出发，以相同的速度在直线 DC，CB 上移动．



（1）如图 1，当点 E 在边 DC 上自 D 向 C 移动，同时点 F 在边 CB 上自 C 向 B 移动时，连接 AE 和 DF 交于点 P，则线段 AE 与 DF 的关系是_____；

（2）如图 2，当 E，F 分别在边 CD，BC 的延长线上移动时，连接 AE，DF，（1）中的结论还成立吗？请说明理由；

（3）如图2，连接AC，当$\triangle ACE$为等腰三角形时，请你求出CE：CD的值．

参考答案

1．（1）证明：∵四边形$ABCD$和四边形$AEFG$是正方形，

∴$AB=AD$，$AE=AG$，$\angle ABE=\angle ADG=90°$，

∴$\angle BAE+\angle EAD=\angle DAG+\angle EAD$，

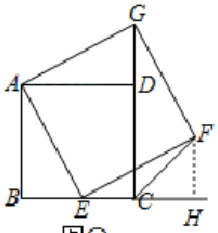
∴$\angle BAE=\angle DAG$，

在$\triangle ABE$和$\triangle ADG$中，

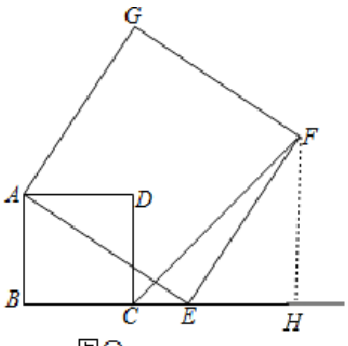
$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle BAE=\angle DAG \\ AE=AG \end{cases}$$，

∴$\triangle ABE\cong\triangle ADG$（$SAS$）；

（2）解：如图①，过点F作$FH\perp BC$，交BC的延长线于点H，



图①



图②

∵∠*AEF*=∠*ABE*=90°，

∴∠*BAE*+∠*AEB*=90°，∠*FEH*+∠*AEB*=90°，

∴∠*FEH*=∠*BAE*，

又∵*AE*=*EF*，∠*EHF*=∠*ABE*=90°，

∴△*EHF*≌△*ABE*(*SAS*)，

∴*FH*=*EB*，*EH*=*AB*=*BC*，

∴*CH*=*BE*，

∴*CH*=*FH*，

∴∠*FCH*=45°，

∴∠*FCD*=45°；

（3）解：过点 F 作 $FH\perp BC$，交 BC 的延长线于点 H，如图②，

由（2）知 $\triangle EHF\cong\triangle ABE$，

$\therefore EH=AB$，$FH=BE$，

$\because AB=BC=4$，$CE=2$，

$\therefore BE=FH=6$，$CH=CE+EH=6$，

$\therefore CF=\sqrt{CH^2+FH^2}=6\sqrt{2}$．

故答案为：$6\sqrt{2}$．

2．解：（1）①$\because E$ 为 CD 的中点，

$\therefore DE=1$，

$\because$ 动点 Q 以每秒 1 厘米的速度从 A 出发沿 $A\rightarrow B\rightarrow C\rightarrow D$ 运动，

$\therefore$ 当 $x=1$ 时，$AQ=1$，

$\therefore S_{\triangle AQE}=\frac{1}{2}\times AQ\times AD=\frac{1}{2}\times1\times2=1$，

②$\because AQ=\frac{3}{2}$，

∴点 Q 在 AB 上，

∴$S_{\triangle AQE}=\frac{1}{2}\times AQ\times AD=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times 2=\frac{3}{2}$；

故答案为：①1；②$\frac{3}{2}$．

（2）根据题意，得$\begin{cases}5-x\leqslant\frac{1}{4}\\ x-5\leqslant\frac{1}{4}\end{cases}$，

解得：$\frac{19}{4}\leqslant x\leqslant\frac{21}{4}$．

∴x 的取值范围是 $\frac{19}{4}\leqslant x\leqslant\frac{21}{4}$．

（3）①当点 Q 在 AB 上，

∵$S_{\triangle AQE}=\frac{1}{2}\times x\times 2=\frac{1}{3}$，

∴$x=\frac{1}{3}$，

②当点 Q 在 BC 上时，

∵$S_{\triangle AQE}=S_{梯形\ ABCE}-S_{\triangle ABQ}-S_{\triangle CQE}$

$=\frac{1}{2}(2+1)\times 2-\frac{1}{2}\times 2\times(x-2)-\frac{1}{2}\times 1\times(4-x)=\frac{1}{3}$．

$\therefore x=\frac{16}{3}$，

③当点 Q 在 CD 上时，

$\because S_{\triangle AQE}=\frac{1}{2}\times 2\times(5-x)=\frac{1}{3}$，

$\therefore x=\frac{14}{3}$．

综合以上可得 $x=\frac{1}{3}$ 或 $\frac{14}{3}$ 或 $\frac{16}{3}$．

3．证明：（1）$\because AF$ 平分 $\angle BAD$，

$\therefore \angle BAF=\angle DAF$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD\parallel BC$，$AB\parallel CD$，

$\therefore \angle DAF=\angle CEF$，$\angle BAF=\angle CFE$，

$\therefore \angle CEF=\angle CFE$，

∴$CE=CF$，

又∵四边形 $ECFG$是平行四边形，

∴四边形 $ECFG$为菱形；

（2）△BDG是等边三角形，

理由如下：∵四边形 $ABCD$是平行四边形，

∴$AB \parallel DC$，$AB=DC$，$AD \parallel BC$，

∵∠$ABC=120°$，

∴∠$BCD=60°$，∠$BCF=120°$，

由（1）知，四边形 $CEGF$是菱形，

∴$CE=GE$，$\angle BCG=\frac{1}{2}\angle BCF=60°$，

∴$CG=GE=CE$，∠$DCG=120°$，

∵$EG \parallel DF$，

∴∠$BEG=120°=\angle DCG$，

∵AE是$\angle BAD$的平分线，

∴$\angle DAE=\angle BAE$，

∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle DAE=\angle AEB$，

∴$\angle BAE=\angle AEB$，

∴$AB=BE$，

∴$BE=CD$，

∴$\triangle BEG\cong\triangle DCG(SAS)$，

∴$BG=DG$，$\angle BGE=\angle DGC$，

∴$\angle BGD=\angle CGE$，

∵$CG=GE=CE$，

∴$\triangle CEG$是等边三角形，

∴$\angle CGE=60°$，

∴∠BGD= 60°，

∵BG= DG，

∴△BDG是等边三角形；

（3）如图 2 中，连接 BM，MC，

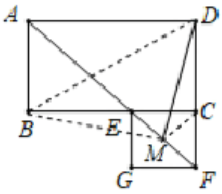


图3

∵∠ABC= 90°，四边形 $ABCD$是平行四边形，

∴四边形 $ABCD$是矩形，

又由（1）可知四边形 $ECFG$为菱形，

∠ECF= 90°，

∴四边形 $ECFG$为正方形．

∵∠BAF= ∠DAF，

∴BE= AB= DC，

∵M为 EF中点，

∴$\angle CEM=\angle ECM=45°$，

∴$\angle BEM=\angle DCM=135°$，

在△BME和△DMC中，

∵$\begin{cases}BE=CD\\ \angle BEM=\angle DCM\\ EM=CM\end{cases}$，

∴△BME≌△DMC（SAS），

∴$MB=MD$，

$\angle DMC=\angle BME$.

∴$\angle BMD=\angle BME+\angle EMD=\angle DMC+\angle EMD=90°$，

∴△BMD是等腰直角三角形．

∵$AB=10$，$AD=24$，

∴$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{100+576}=26$，

∴$DM=\frac{\sqrt{2}}{2}BD=13\sqrt{2}$.

4．解：(1) 如图1中，过点 E 作 $EN\perp AB$ 于 N，过点 B 作 $BM\perp EA'$ 于 M．

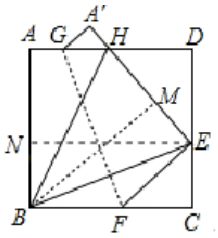


图1

由翻折可知，$\angle ABF=\angle FEA'=90°$，$FB=FE$，

$\therefore\angle FBE=\angle FEB$，

$\therefore\angle EBN=\angle BEM$，

$\because\angle ENB=\angle BME=90°$，$BE=EB$，

$\therefore\triangle ENB\cong\triangle BME(AAS)$，

$\therefore EN=BM$，

$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore\angle NBC=\angle C=\angle A=\angle ENB=90°$，$AB=BC$　　，

$\therefore AB=BM=BC$，

∵$BH=BH$，$BE=BE$，

∴Rt△BAH≌Rt△BMH（HL），Rt△BME≌Rt△BCE，

∴∠ABH=∠MBH，∠EBM=∠EBC，

∴∠HBE=∠MBH+∠EBM=$\frac{1}{2}$∠ABC=45°．

（2）结论：△BOE是等腰直角三角形．

理由：如图2中，

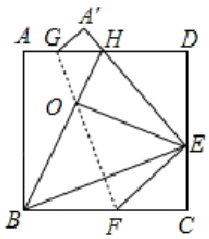


图2

由翻折的旋转可知，FG垂直平分线段BE，

∴$OB=EO$，

∴∠OBE=∠OEB=45°，

∴$OB=OE$，∠BOE=90°，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/488034120045006050