福建省莆田哲理中学 2023-2024 学年高考临考冲刺数学试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 的渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$　　B．$y=\pm x$　　C．$y=\pm\sqrt{2}x$　　D．$y=\pm\sqrt{3}x$

2．抛物线方程为 $y^2=4x$，一直线与抛物线交于 A、B 两点，其弦 AB 的中点坐标为 $(1,1)$，则直线的方程为（　　）

A．$2x-y-1=0$　　B．$2x+y-1=0$　　C．$2x-y+1=0$　　D．$-2x-y-1=0$

3．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦点为 F_1，F_2，且 C 上点 P 满足 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，$\left|\overrightarrow{PF_1}\right|=3$，$\left|\overrightarrow{PF_2}\right|=4$，则双曲线 C 的离心率为

A．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．5

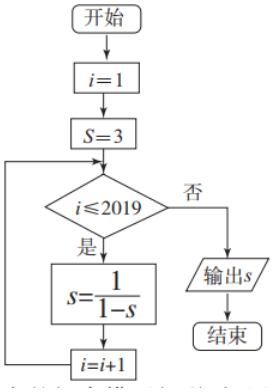
4．$\frac{2+i}{1-i}=(\quad)$

A．$\frac{1+3i}{2}$　　B．$\frac{3+i}{2}$　　C．$\frac{3-i}{2}$　　D．$\frac{-1+3i}{2}$

5．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为零，且 $\frac{1}{a_1}$，$\frac{1}{a_3}$，$\frac{1}{a_4}$ 构成新的等差数列，S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若存在 n 使得 $S_n=0$，则 $n=$（　　）

A．10　　B．11　　C．12　　D．13

6．执行如图所示的程序框图，则输出的 $S=$（　　）



A．2　　B．3　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$-\frac{1}{2}$

7．《周易》是我国古代典籍，用“卦”描述了天地世间万象变化．如图是一个八卦图，包含乾、坤、震、巽、坎、离、艮、兑八卦（每一卦由三个爻组成，其中“▬▬”表示一个阳爻，“▬ ▬”表示一个阴爻）若从八卦中任取两卦，这两卦的六个爻中恰有两个阳爻的概率为（　　）



A．$\frac{3}{56}$　　B．$\frac{3}{28}$　　C．$\frac{3}{14}$　　D．$\frac{1}{4}$

8．不等式组$\begin{cases}2x-y\geq 0\\ y\geq \frac{1}{2}x\\ x+y-3\leq 0\end{cases}$表示的平面区域为$\Omega$，则（　　）

A．$\forall(x,y)\in\Omega$，$x+2y>3$　　B．$\exists(x,y)\in\Omega$，$x+2y>5$

C．$\forall(x,y)\in\Omega$，$\frac{y+2}{x-1}>3$　　D．$\exists(x,y)\in\Omega$，$\frac{y+2}{x-1}>5$

9．已知 f（x）=ax²+bx 是定义在[a–1，2a]上的偶函数，那么 a+b 的值是

A．$-\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$

C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

10．设$U=\{-1,0,1,2\}$，集合$A=\{x\,|\,x^2<1,x\in U\}$，则$C_UA=$（　　）

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{-1,1,2\}$　　C．$\{-1,0,2\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

11．直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a$，$b>0$）与抛物线 $y^2=2bx$ 相交于 A、B 两点，若$\triangle OAB$ 是等边三角形，则该双曲线的离心率 $e=$（　）

A．$\frac{4}{3}$　　B．$\frac{5}{4}$　　C．$\frac{6}{5}$　　D．$\frac{7}{6}$

12．已知 F_1、F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点，过点 F_2 与双曲线的一条渐近线平行的直线交双曲线另一条渐近线于点 M，若点 M 在以线段 F_1F_2 为直径的圆外，则双曲线离心率的取值范围是（　）

A．$(2,+\infty)$　　B．$(\sqrt{3},2)$　　C．$(\sqrt{2},\sqrt{3})$　　D．$(1,\sqrt{2})$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知函数 $f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\left(2x+\varphi\right)-\cos\left(2x+\varphi\right)\left(0\le\varphi<\pi\right)$ 是定义在 R 上的奇函数，则 $f\left(-\frac{\pi}{8}\right)$ 的值为_____.

14．如果抛物线 $y^2=2px$ 上一点 $A\left(4,m\right)$ 到准线的距离是 6，那么 $m=$_____.

15．若实数 x，y 满足不等式组 $\begin{cases}x+2y-3\ge0\\2x+y-3\ge0\\x+y-3\le0\end{cases}$，则 $2x+3y$ 的最小值为_____.

16．设 $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$，若关于 x 的方程 $f(x)=x^2-2x+k$ 有实数解，则实数 k 的取值范围_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设函数 $f(x)=6\cos^2x-\sqrt{3}\sin2x$.

（1）求 $f(\frac{\pi}{12})$ 的值；

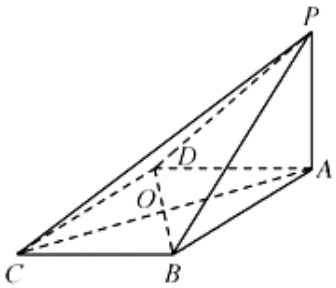
（2）若 $x\in\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$，求函数 $f(x)$ 的单调递减区间.

18．（12 分）已知抛物线 $C:y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点为 F，点 $P\left(2,n\right)\left(n>0\right)$ 在抛物线 C 上，$\left|PF\right|=3$，直线 l 过点 F，且与抛物线 C 交于 A，B 两点.

（1）求抛物线 C 的方程及点 P 的坐标；

（2）求 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最大值.

19．（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$\angle BAD=60^\circ$ $AB=4$.



（1）求证：$BD\perp$平面PAC；

（2）若直线PC与平面$ABCD$所成的角为30°，求平面PAB与平面PCD所成锐二面角的余弦值.

20.（12 分）已知$\{a_n\},\{b_n\},\{c_n\}$都是各项不为零的数列，且满足$a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_nb_n=c_nS_n,n\in N^*$,其中$S_n$是数列$\{a_n\}$的前$n$项和，$\{c_n\}$是公差为$d\left(d\neq 0\right)$的等差数列.

（1）若数列$\{a_n\}$是常数列，$d=2$，$c_2=3$，求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（2）若$a_n=\lambda n$（λ是不为零的常数），求证：数列$\{b_n\}$是等差数列；

（3）若$a_1=c_1=d=k$（k为常数，$k\in N^*$），b_n=$c_{n+k}\left(n\geq 2,n\in N^*\right)$．求证：对任意$n\geq 2,n\in N^*,\dfrac{b_n}{a_n}>\dfrac{b_{n+1}}{a_{n+1}}$的恒成立.

21.（12 分）已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且点$\left(n,S_n\right)\left(n\in N^*\right)$在函数$y=2^{x+1}-2$的图像上；

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设数列$\{b_n\}$满足：$b_1=0$，$b_{n+1}+b_n=a_n$，求$\{b_n\}$的通项公式；

（3）在第（2）问的条件下，若对于任意的$n\in N^*$，不等式$b_n<\lambda b_{n+1}$恒成立，求实数λ的取值范围；

22.（10 分）已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆 ***C*** 的长轴长为 **4**.

（1）求椭圆 ***C*** 的方程；

（2）已知直线$l:y=kx-\sqrt{3}$与椭圆 ***C*** 交于A,B两点，是否存在实数 ***k*** 使得以线段AB为直径的圆恰好经过坐标原点 ***O***？若存在，求出 ***k*** 的值；若不存在，请说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据双曲线的标准方程，即可写出渐近线方程.

【详解】

Q 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$,

$\therefore$ 双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{2}x$，

故选：*C*

【点睛】

本题主要考查了双曲线的简单几何性质，属于容易题.

2、A

【解析】

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，利用点差法得到 $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{4}{2}=2$，所以直线 AB 的斜率为 2，又过点 $(1,1)$，再利用点斜式即可得到直线 AB 的方程.

【详解】

解：设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，$\therefore y_1+y_2=2$，

又 $\begin{cases}y_1^2=4x_1\\y_2^2=4x_2\end{cases}$，两式相减得：$y_1^2-y_2^2=4(x_1-x_2)$，

$\therefore(y_1+y_2)\ \ (y_1-y_2)=4(x_1-x_2)$，

$\therefore\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{4}{2}=2$，

$\therefore$直线 AB 的斜率为 2，又$\therefore$过点 $(1,1)$，

∴直线 AB 的方程为：$y-1=2(x-1)$，即 $2x-y-1=0$，

故选：*A*.

【点睛】

本题考查直线与抛物线相交的中点弦问题，解题方法是“点差法”，即设出弦的两端点坐标，代入抛物线方程相减后可把弦所在直线斜率与中点坐标建立关系.

3、D

【解析】

根据双曲线定义可以直接求出a，利用勾股定理可以求出c，最后求出离心率.

【详解】

依题意得，$2a=\left|PF_2\right|-\left|PF_1\right|=1$，$\left|F_1F_2\right|=\sqrt{\left|PF_2\right|^2+\left|PF_1\right|^2}=5$，因此该双曲线的离心率

$e=\dfrac{\left|F_1F_2\right|}{\left|PF_2\right|-\left|PF_1\right|}=5$.

【点睛】

本题考查了双曲线定义及双曲线的离心率，考查了运算能力.

4、A

【解析】

直接利用复数代数形式的乘除运算化简得答案.

【详解】

$$\frac{2+i}{1-i}=\frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{2+3i+i^2}{2}=\frac{1+3i}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$$

本题正确选项：A

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，是基础的计算题.

5、D

【解析】

利用等差数列的通项公式可得$a_1=-6d$，再利用等差数列的前n项和公式即可求解.

【详解】

由$\dfrac{1}{a_1}$，$\dfrac{1}{a_3}$，$\dfrac{1}{a_4}$构成等差数列可得

$$\frac{1}{a_3}-\frac{1}{a_1}=\frac{1}{a_4}-\frac{1}{a_3}$$

即$\dfrac{a_1-a_3}{a_1a_3}=\dfrac{a_3-a_4}{a_3a_4}\Rightarrow\dfrac{-2d}{a_1}=\dfrac{-d}{a_4}\Rightarrow a_1=2a_4$

又 $a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_1 = 2\left(a_1 + 3d\right)$

解得：$a_1=-6d$

又$S_n=\frac{n}{2}\left[2a_1+(n-1)d\right]=\frac{n}{2}(-12d+(n-1)d)=\frac{n}{2}d(n-13)$

所以$S_n=0$时，$n=13$.

故选：D

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式、等差数列的前n项和公式，需熟记公式，属于基础题.

6、B

【解析】

运行程序，依次进行循环,结合判断框，可得输出值.

【详解】

起始阶段有$i=1$，$S=3$，

第一次循环后$S=\frac{1}{1-3}=-\frac{1}{2}$，$i=2$，

第二次循环后$S=\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$，$i=3$，

第三次循环后$S=\frac{1}{1-\frac{2}{3}}=3$，$i=4$，

第四次循环后$S=\frac{1}{1-3}=-\frac{1}{2}$，$i=5$，

所有后面的循环具有周期性，周期为3，

当$i=2019$时，再次循环输出的$S=3,i=2020$，此时$2020>2019$，循环结束，输出$S=3$，

故选：B

【点睛】

本题主要考查程序框图的相关知识，经过几次循环找出规律是关键，属于基础题型.

7、C

【解析】

分类讨论，仅有一个阳爻的有坎、艮、震三卦，从中取两卦；从仅有两个阳爻的有巽、离、兑三卦中取一个，再取没有阳爻的坤卦，计算满足条件的种数，利用古典概型即得解.

【详解】

由图可知，仅有一个阳爻的有坎、艮、震三卦，从中取两卦满足条件，其种数是$C_3^2=3$；

仅有两个阳爻的有巽、离、兑三卦，没有阳爻的是坤卦，此时取两卦满足条件的种数是$C_3^1=3$，于是所求的概率

$P=\dfrac{3+3}{C_8^2}=\dfrac{3}{14}$.

故选：C

【点睛】

本题考查了古典概型的应用，考查了学生综合分析，分类讨论，数学运算的能力，属于基础题.

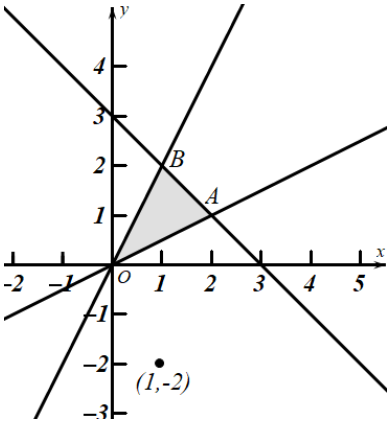
8、D

【解析】

根据题意，分析不等式组的几何意义，可得其表示的平面区域，设$z_1=x+2y, z_2=\dfrac{y+2}{x-1}$，分析$z_1, z_2$的几何意义，可得$z_1, z_2$的最小值，据此分析选项即可得答案.

【详解】

解：根据题意，不等式组$\begin{cases}2x-y\geq 0\\ y\geq \dfrac{1}{2}x\\ x+y-3\leq 0\end{cases}$ 其表示的平面区域如图所示，



其中$A(2,1)$，$B(1,2)$，

设$z_1=x+2y$，则$y=-\dfrac{x}{2}+\dfrac{z_1}{2}$，$z_1$的几何意义为直线$y=-\dfrac{x}{2}+\dfrac{z_1}{2}$在$y$轴上的截距的2倍，

由图可得：当$y=-\dfrac{x}{2}+\dfrac{z_1}{2}$过点$B(1,2)$时，直线$z_1=x+2y$在$y$轴上的截距最大，即$x+2y\leq 5$，

当$y=-\dfrac{x}{2}+\dfrac{z_1}{2}$过点原点时，直线$z_1=x+2y$在$y$轴上的截距最小，即$x+2y\geq 0$，

故AB错误；

设$z_2=\dfrac{y+2}{x-1}$，则z_2的几何意义为点(x,y)与点$(1,-2)$连线的斜率，

由图可得z_2最大可到无穷大，最小可到无穷小，故C错误，D正确；

故选：D.

【点睛】

本题考查本题考查二元一次不等式的性质以及应用，关键是对目标函数几何意义的认识，属于基础题.

9、B

【解析】

依照偶函数的定义，对定义域内的任意实数，f（﹣ x）=f（x），且定义域关于原点对称，a﹣ 1=﹣ 2a，即可得解.

【详解】

根据偶函数的定义域关于原点对称，且 f（x）是定义在[a–1，2a]上的偶函数，

得 a–1=–2a，解得 a=$\frac{1}{3}$，又 f（–x）=f（x），

∴b=0，∴a+b=$\frac{1}{3}$．故选 B.

【点睛】

本题考查偶函数的定义，对定义域内的任意实数，f（﹣ x）=f（x）；奇函数和偶函数的定义域必然关于原点对称，定义域区间两个端点互为相反数.

10、B

【解析】

先化简集合 A,再求$C_U A$.

【详解】

由 $x^2<1$ 得： $-1<x<1$ ，所以 $A=\{0\}$ ，因此$\complement_U A=\{-1,1,2\}$ ，故答案为 B

【点睛】

本题主要考查集合的化简和运算，意在考查学生对这些知识的掌握水平和计算推理能力.

11、D

【解析】

根据题干得到点 A 坐标为$\left(3x,\sqrt{3}x\right)$，代入抛物线得到坐标为$\left(6b,2\sqrt{3}b\right)$，再将点代入双曲线得到离心率.

【详解】

因为三角形 OAB 是等边三角形，设直线 OA 为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，设点 A 坐标为$\left(3x,\sqrt{3}x\right)$，代入抛物线得到 x=2b,故点 A 的坐标为$\left(6b,2\sqrt{3}b\right)$，代入双曲线得到$\frac{b^2}{a^2}=\frac{13}{36}\Rightarrow e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\frac{7}{6}.$

故答案为：D.

【点睛】

求双曲线的离心率(或离心率的取值范围)，常见有两种方法：①求出a,c，代入公式$e=\frac{c}{a}$；②只需要根据一个条件得到关于a,b,c的齐次式，结合$b^2=c^2-a^2$转化为a,c的齐次式，然后等式(不等式)两边分别除以a或a^2转化为关于e的方程(不等式)，解方程(不等式)即可得e（e的取值范围).

12、A

【解析】

双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$，

不妨设过点F_1与双曲线的一条渐过线平行的直线方程为$y=\frac{b}{a}$（x﹣c)，

与$y=-\frac{b}{a}x$联立，可得交点M（$\frac{c}{2}$，﹣$\frac{bc}{2a}$)，

∵点M在以线段F_1F_1为直径的圆外，

∴|OM|＞|OF_1|，即有$\frac{c^2}{4}+\frac{b^2c^2}{4a^2}>c^1$，

∴$\frac{b^2}{a^2}>3$，即$b^1>3a^1$，

∴$c^1-a^1>3a^1$，即c＞1a.

则$e=\frac{c}{a}>1$.

∴双曲线离心率的取值范围是（1，+∞).

故选：A.

点睛：解决椭圆和双曲线的离心率的求值及范围问题其关键就是确立一个关于a，b，c的方程或不等式，再根据a，b，c的关系消掉b得到a，c的关系式，建立关于a，b，c的方程或不等式，要充分利用椭圆和双曲线的几何性质、点的坐标的范围等.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13、$-\sqrt{2}$

【解析】

先利用辅助角公式将$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin\left(2x+\varphi\right)-\cos\left(2x+\varphi\right)$转化成$f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\varphi-\frac{\pi}{6}\right)$,根据函数是定义在$R$上的奇函数得出$\varphi=\frac{\pi}{6}$,从而得出函数解析式,最后求出$f\left(-\frac{\pi}{8}\right)$即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/488102131124007032