

2024-2025 学年宁夏石嘴山市高三上学期 11 月期中考试数学

检测试题

第 I 卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 每小题只有一项是符合题目要求.

1. 已知复数 z 满足 $(1+i)z = 2i$ ，则 $|\bar{z}| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

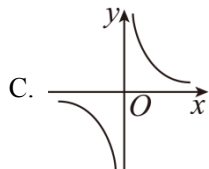
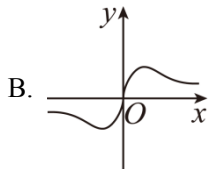
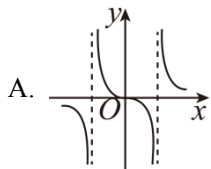
2. 已知集合 $A = \{(x, y) | y \geq x, x, y \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{(x, y) | y = \log_2(x+2)\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 无数个

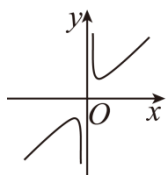
3. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则“ $S_n = n^2 - n$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + a}$ 的图象不可能是 ()



D.



5. 已知 $\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{5}{6}$, $\tan \alpha \cdot \tan \beta = 4$ ，则 $\alpha + \beta =$ ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列， $a_2 = 1$ ， $a_5 = -\frac{1}{8}$ ，若 $S_k = -\frac{11}{8}$ ，则 $k =$ ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

7. 已知 $Rt\triangle ABC$ 的斜边为 BC ，且 $B(-2, 0)$ ， $C(2, 0)$ ，则直角边 AC 中点 M

的轨迹方程是 ()

A. $x^2 + y^2 - 2x = 0$

B. $x^2 + y^2 + 2x = 0 (y \neq 0)$

C. $x^2 + y^2 - 2x = 0$ ($x \neq 0$ 且 $x \neq 2$)

D. $x^2 + y^2 + 2x = 0$ ($x \neq 0$ 且

$x \neq -2$)

8. 已知函数 $f(x) = \left| \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$, 则下列说法错误的是 ()

A. $\frac{\pi}{2}$ 是函数 $f(x)$ 的周期

B. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{6} \right)$ 上单调递增

C. 函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $y = |\sin 2x|$ 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度得到

D. 函数 $f(x)$ 的对称轴方程为 $x = \frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{8} (k \in \mathbb{Z})$

二、多项选择题 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每个小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 = 9$ 与圆 $C_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$, 下列说法正确的是 ()

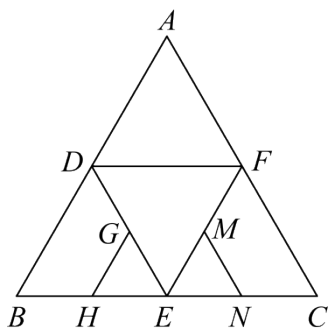
A. C_1 与 C_2 的公切线恰有 4 条

B. C_1 与 C_2 相交弦的方程为 $3x + 4y - 9 = 0$

C. C_1 与 C_2 相交弦的弦长为 $\frac{12}{5}$

D. 若 P, Q 分别是圆 C_1, C_2 上的动点, 则 $|PQ|_{\max} = 12$

10. 如图是正四面体 (各面均为正三角形) 的平面展开图, G, H, M, N 分别为 DE, BE, EF, EC 的中点. 在这个正四面体中, 则 ()



A. BD 与 MN 为异面直线

B. GH 与 EF 平行

C. GH 与 MN 成 60° 角

D. DE 与 MN 垂直

11. 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 均是 $\mathbf{R}$ 上的连续函数, $f'(x)$, $g'(x)$ 分别为函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的导函数, 且 $f(x+1) + g(x+2) = 2$, $f(x-1) - g(4-x) = 4$, 若 $f(x)$ 为奇函数, 则 ()

A. $f'(x)$ 是周期函数

B. $y = g(x+2)$ 为奇函数

C. $y = g'(x)$ 关于 $x = 2$ 对称

D. 存在 $x \in \mathbf{N}$, 使 $f(x) = 51$

第 II 卷

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知平面向量 $\vec{a} = (5, 0)$, $\vec{b} = (2, -1)$, 则向量 $\vec{a} + \vec{b}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量为_____.

13. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{31}{16}$, $a_3 = \frac{1}{4}$, 则 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5} =$ _____.

14. 如图, 蹴鞠, 又名“鞠球”“鞠圆”等, “蹴”有用脚蹴、踢的含义, “鞠”最早系外包皮革、内饰米糠的球, 因而“蹴鞠”就是指古人以脚蹴、踢皮球的活动, 类似今日的踢足球活动. 已知各顶点都在某“蹴”的表面上的正四棱柱的底面边长为 a , 高为 h , 球的体积为 36π , 则这个正四棱柱的侧面积的最大值为_____.



四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边, 且

$$2a \sin A = (2b + c) \sin B + (2c + b) \sin C.$$

(1) 求角 A 的大小;

(2) 设点 D 为 BC 上一点, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 且 $AD = 2$, $b = 3$, 求 $\triangle ABC$

的面积.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, 且 $a_{n+1} = 2a_n + 1 (n \in \mathbf{N}^*)$, 等差数列 $\{b_n\}$ 的公差为正数, 其前 n 项和为 T_n , $T_3 = 15$, 且 b_1 、 $a_2 + 1$ 、 b_3 成等比数列.

(1) 求证: 数列 $\{a_n + 1\}$ 是等比数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

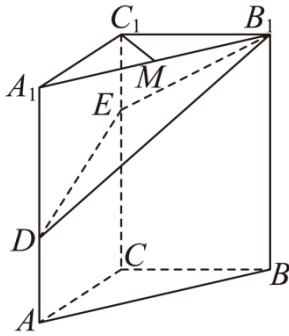
(2) 若 $c_n = \frac{1}{b_n b_{n+1}}$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 P_n , 求证: $P_n < \frac{1}{6}$.

17. 设函数 $f(x) = m(x+1)e^x, m > 0$.

(1) 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 若对任意 $x \in (-1, +\infty)$, 有 $\ln f(x) \leq 2e^x$ 恒成立, 求 m 的最大值.

18. 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $CC_1 \perp$ 平面 ABC , $AC \perp BC$, $AC = BC = 2$, $CC_1 = 3$, 点 D , E 分别在棱 AA_1 和棱 CC_1 上, 且 $AD = 1$, $CE = 2$, M 为棱 A_1B_1 的中点.



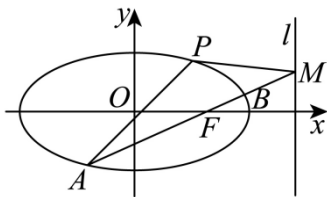
(1) 求证: $C_1M \perp B_1D$;

(2) 求直线 AB 与平面 DEB_1 所成角的正弦值;

(3) 在线段 AB 上是否存在点 H , 使得平面 DEB_1 与平面 HEB_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{3}$? 若

存在, 求出 AH 的长度; 若不存在, 请说明理由.

19. 如图, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $P\left(1, \frac{3}{2}\right)$, 离心率 $e = \frac{1}{2}$.



(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 我们把各边与椭圆的对称轴垂直或平行的内接四边形叫做椭圆的内接矩形, 设四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是椭圆 C 的一个内接矩形, 求矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 的周长的最大值;

(3) 设 AB 是经过右焦点 F 的任一弦 (不经过点 P), 直线 AB 与直线 $l: x = 4$ 相交于点 M , 记 PA , PB , PM 的斜率分别为 k_1 , k_2 , k_3 , 求证: $k_1 + k_2 = 2k_3$.

2024-2025 学年宁夏石嘴山市高三上学期 11 月期中考试数学

检测试题

第 I 卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 每小题只有一项是符合题目要求.

1. 已知复数 z 满足 $(1+i)z=2i$ ，则 $|\bar{z}|=$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

【正确答案】C

【分析】根据复数的四则运算法则得到复数 z ，再求复数 z 的共轭复数的模即可.

【详解】由已知条件， $z = \frac{2i}{1+i} = \frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1+i$,

共轭复数 $\bar{z} = 1-i$,

所以 $|\bar{z}| = \sqrt{2}$.

故选：C.

2. 已知集合 $A = \{(x, y) | y \geq x, x, y \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{(x, y) | y = \log_2(x+2)\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 无数个

【正确答案】B

【分析】根据给定条件，建立不等式，求出不等式的整数解个数即可.

【详解】依题意， $A \cap B = \{(x, y) | \begin{cases} y \geq x \\ y = \log_2(x+2) \end{cases}, x, y \in \mathbf{Z}\}$,

即 $x \in \mathbf{Z}$, $\log_2(x+2) - x \geq 0$ 且 $\log_2(x+2) \in \mathbf{Z}$,

令 $f(x) = \log_2(x+2) - x$ ，求导得 $f'(x) = \frac{1}{(x+2)\ln 2} - 1 = \frac{1-(x+2)\ln 2}{(x+2)\ln 2}$,

当 $-2 < x < \log_2 e - 2$ 时， $f'(x) > 0$ ，函数 $f(x)$ 在 $(-2, \log_2 e - 2)$ 上单调递增

当 $x > \log_2 e - 2$ 时, $f'(x) < 0$, 函数 $f(x)$ 在 $(\log_2 e - 2, +\infty)$ 上单调递减,

$$f(-1)=1, f(0)=1, f(1)=\log_2 3-1, f(2)=0,$$

显然当 $x > 2$ 时, $f(x) < 0$,

所以 $A \cap B = \{(-1,1), (0,1), (2,0)\}$, $A \cap B$ 中元素的个数为 3.

故选: B

3. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则“ $S_n = n^2 - n$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【正确答案】A

【分析】利用 S_n 与 a_n 的关系, 得到 $a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - n - [(n-1)^2 - (n-1)] = 2n - 2$,

进而利用等差数列的性质进行判断即可

【详解】已知 $S_n = n^2 - n$, 所以 $a_1 = 0$, 当 $n \geq 2$ 时,

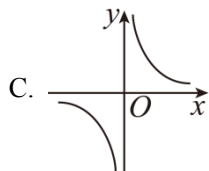
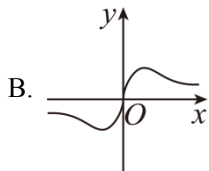
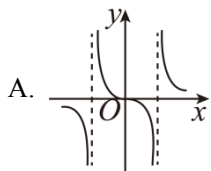
$$a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - n - [(n-1)^2 - (n-1)] = 2n - 2,$$

所以数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列; 当数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列时, 因为不知首

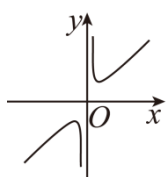
项, 所以数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 不确定, 所以是充分不必要条件

故选: A

4. 函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + a}$ 的图象不可能是 ()



D.



【正确答案】D

【分析】函数表达式中含有参数 a ，要对参数进行分类讨论，

【详解】若 $a = 0$ ，则 $f(x) = \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}$ ，选项 C 符合；

若 $a > 0$ ，则函数定义域为 R ，选项 B 符合

若 $a < 0$ ，则 $x \neq \pm\sqrt{-a}$ ，选项 A 符合，所以不可能是选项 D.

故选：D.

5. 已知 $\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\cos(\alpha - \beta) = \frac{5}{6}$, $\tan \alpha \cdot \tan \beta = 4$ ，则 $\alpha + \beta =$ ()

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{2\pi}{3}$

【正确答案】D

【分析】利用两角差的余弦定理和同角三角函数的基本关系建立等式求解，再由两角和的余弦公式求解即可.

【详解】由已知可得
$$\begin{cases} \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{5}{6}, \\ \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} = 4 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} \cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{6}, \\ \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{2}{3}, \end{cases}$$

$$\therefore \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta = -\frac{1}{2},$$

$$\because \alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right),$$

$$\therefore \alpha + \beta \in (0, \pi),$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{2\pi}{3},$$

故选：D.

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2 = 1$, $a_5 = -\frac{1}{8}$, 若 $S_k = -\frac{11}{8}$, 则 $k =$ ()

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【正确答案】B

【分析】由题意, 根据等比数列通项公式基本量的计算可得
$$\begin{cases} a_1 = -2 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$$
, 结合等比数列前 n 项

求和公式计算即可求解.

【详解】设等比数列的公比为 q ,

$$\text{由 } \begin{cases} a_2 = 1 \\ a_5 = -\frac{1}{8} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a_1 = -2 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\text{所以 } S_k = \frac{-2[1 - (-\frac{1}{2})^k]}{1 - (-\frac{1}{2})} = -\frac{11}{8}, \text{ 解得 } k = 5.$$

故选: B

7. 已知 $Rt\triangle ABC$ 的斜边为 BC , 且 $B(-2, 0)$, $C(2, 0)$, 则直角边 AC 中点 M 的轨迹方程是 ()

A. $x^2 + y^2 - 2x = 0$

B. $x^2 + y^2 + 2x = 0 (y \neq 0)$

C. $x^2 + y^2 - 2x = 0$ ($x \neq 0$ 且 $x \neq 2$)

D. $x^2 + y^2 + 2x = 0$ ($x \neq 0$ 且

$x \neq -2$)

【正确答案】C

【分析】设 $M(x, y)$, $A(x_0, y_0)$, 根据 M 是线段 AC 的中点, 得到 $x_0 = 2x - 2, y_0 = 2y$, 根据 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ 计算即可求得 M 的轨迹方程.

【详解】设 $M(x, y)$, $A(x_0, y_0)$,

因为 $C(2, 0)$, M 是线段 AC 的中点,

由中点坐标公式得 $x = \frac{x_0 + 2}{2}, y = \frac{y_0 + 0}{2}$, 所以 $x_0 = 2x - 2, y_0 = 2y$,

即 $A(2x - 2, 2y)$, 所以 $\overrightarrow{AC} = (4 - 2x, -2y), \overrightarrow{AB} = (-2x, -2y)$,

由 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, 得 $(4 - 2x)(-2x) + (-2y)(-2y) = -8x + 4x^2 + 4y^2 = 0$,

即 $x^2 + y^2 - 2x = 0$,

又 A 不能与 B, C 重合, 所以 $2x - 2 \neq -2$ 且 $2x - 2 \neq 2$, 解得 $x \neq 0$ 且 $x \neq 2$,

动点 M 的轨迹方程为 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ ($x \neq 0$ 且 $x \neq 2$).

故选: C

8. 已知函数 $f(x) = \left| \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$, 则下列说法错误的是 ()

A. $\frac{\pi}{2}$ 是函数 $f(x)$ 的周期

B. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{6} \right)$ 上单调递增

C. 函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $y = |\sin 2x|$ 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度得到

D. 函数 $f(x)$ 的对称轴方程为 $x = \frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{8} (k \in \mathbf{Z})$

【正确答案】B

【分析】利用正弦函数的图象与性质逐一判断选项即可.

【详解】A: 因为 $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \left| \sin \left(2x + \pi + \frac{\pi}{4} \right) \right| = \left| \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right| = f(x)$,

所以 $\frac{\pi}{2}$ 是函数 $f(x)$ 的周期, 故 A 正确;

B: $\because x \in \left(0, \frac{\pi}{6} \right), \therefore u = 2x + \frac{\pi}{4} \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12} \right)$,

又 $y = |\sin u| = \sin u$ 在 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{12} \right)$ 上不单调, 故 B 错误;

C: 函数 $y = |\sin 2x|$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度得到 $y = \left| \sin 2 \left(x + \frac{\pi}{8} \right) \right| = \left| \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$

的图象，故 C 正确；

D: 令 $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{k}{2}\pi$, 得 $x = \frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{8} (k \in \mathbf{Z})$, 故 D 正确,

故选: B

思路点睛: 解答选项 A 的思路为验证 $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = f(x)$; 选项 BD 为整体代换法的应用; 选

项 C 为函数图象的平移变换.

二、多项选择题 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每个小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 = 9$ 与圆 $C_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$, 下列说法正确的是 ()

A. C_1 与 C_2 的公切线恰有 4 条

B. C_1 与 C_2 相交弦的方程为 $3x + 4y - 9 = 0$

C. C_1 与 C_2 相交弦的弦长为 $\frac{12}{5}$

D. 若 P, Q 分别是圆 C_1, C_2 上的动点, 则 $|PQ|_{\max} = 12$

【正确答案】 BD

【分析】 由根据两圆之间的位置关系确定公切线个数; 如果两圆相交, 进行两圆方程的做差可以得到相交弦的直线方程; 通过垂径定理可以求弦长; 两圆上的点的最长距离为圆心距和两半径之和, 逐项分析判断即可.

【详解】 由已知得圆 C_1 的圆心 $C_1(0,0)$, 半径 $r_1 = 3$,

圆 C_2 的圆心 $C_2(3,4)$, 半径 $r_2 = 4$,

$$|C_1C_2| = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = 5, r_2 - r_1 < d < r_1 + r_2,$$

故两圆相交, 所以 C_1 与 C_2 的公切线恰有 2 条, 故 A 错误;

做差可得 C_1 与 C_2 相交弦的方程为 $3x + 4y - 9 = 0$,

C_1 到相交弦的距离为 $\frac{9}{5}$, 故相交弦的弦长为 $2\sqrt{9 - \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{24}{5}$, 故 C 错误;

若 P, Q 分别是圆 C_1, C_2 上的动点, 则 $|PQ|_{\max} = |C_1C_2| + r_1 + r_2 = 12$, 故 D 正确.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/495112020112012010>