胡不归最值问题

【专题说明】

胡不归模型问题解题步骤如下；

1、将所求线段和改写为“$PA+\frac{b}{a}PB$”的形式$\left(\frac{b}{a}<1\right)$，若$\frac{b}{a}>1$，提取系数，转化为小于1的形式解决。

2、在PB的一侧，PA的异侧，构造一个角度α，使得$\sin\alpha=\frac{b}{a}$

3、最后利用两点之间线段最短及垂线段最短解题

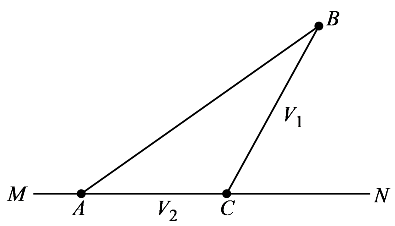
【模型展示】

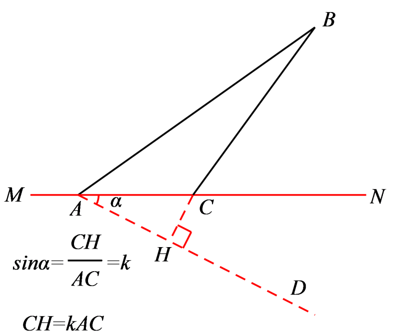
如图，一动点P在直线MN外的运动速度为$V1$，在直线MN上运动的速度为$V2$，且$V1<V2$，A、B为定点，点C在直线MN上，确定点C的位置使$\frac{AC}{V_2}+\frac{BC}{V_1}$的值最小.

$\frac{AC}{V_2}+\frac{BC}{V_1}=\frac{1}{V_1}\left(BC+\frac{V_1}{V_2}AC\right)$，记$k=\frac{V_1}{V_2}$，

即求$BC+kAC$的最小值.

构造射线AD使得$\sin\angle DAN=k$，$CH/AC=k$，$CH=kAC$.



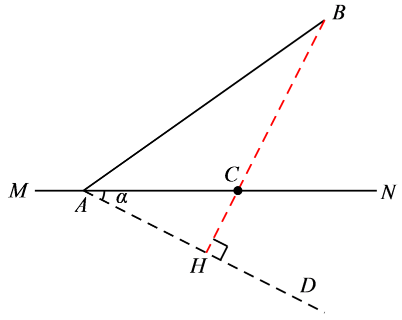


将问题转化为求$BC+CH$最小值，过B点作$BH\perp AD$交MN于点C，交AD于H点，此时$BC+CH$取到最小值，即$BC+kAC$最小.

【模型总结】

在求形如“$PA+kPB$”的式子的最值问题中，关键是构造与kPB相等的线段，将“$PA+kPB$”型问题转化为“$PA+PC$”型.

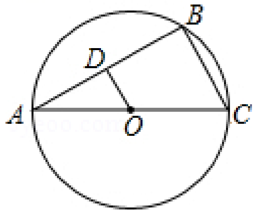
而这里的PB必须是一条方向不变的线段，方能构造定角利用三角函数得到kPB的等线段.



【练习】

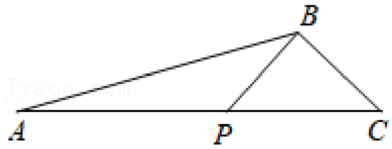
1. 如图，AC 是圆 O 的直径，$AC=4$，弧 $BA=120^{\circ}$，点 D 是弦 AB 上的一个动点，那么 $OD+\frac{1}{2}BD$ 的最小值为(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $1+\sqrt{3}$



2. 如图，在 ΔABC 中，$\angle A=15^{\circ}$，$AB=10$，P 为 AC 边上的一个动点(不与 A、C 重合)，连接 BP，则 $\frac{\sqrt{2}}{2}AP+PB$ 的最小值是(　　)

A. $5\sqrt{2}$　　B. $5\sqrt{3}$　　C. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$　　D. 8



3. ΔABC 中，$\angle A=90^{\circ}$，$\angle B=60^{\circ}$，$AB=2$，若点 D 是 BC 边上的动点，则 $2AD+DC$ 的最小值为(
)

A. 4　　B. $\sqrt{3}+3$　　C. 6　　D. $2\sqrt{3}+3$

4. 如图所示，菱形 $ABCO$ 的边长为 5，对角线 OB 的长为 $4\sqrt{5}$，P 为 OB 上一动点，则 $AP+\frac{\sqrt{5}}{5}OP$ 的最小值为(　　)

A. 4　　B. 5　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $3\sqrt{5}$