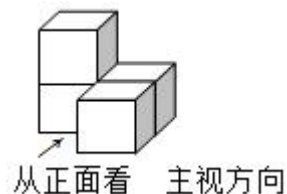


## 2023 年广东省河源市东源县中考数学三模试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图是由 4 个相同的小正方体组成的一个水平放置的立体图形，其箭头所指方向为主视方向，其俯视图是( )



- A.
- B.
- C.
- D.

2. 光在真空中的速度约为每秒 30 万千米，用科学记数法表示为( )

- A.  $0.3 \times 10^6$  千米/秒                      B.  $3 \times 10^5$  千米/秒
- C.  $30 \times 10^4$  千米/秒                      D.  $300 \times 10^3$  千米/秒

3. 下列计算正确的是( )

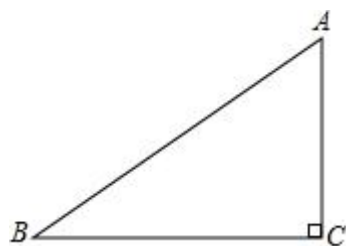
- A.  $a^2 + a^2 = a^4$                               B.  $(a - b)^2 = a^2 - b^2$
- C.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$                               D.  $(a^2)^2 = a^4$

4. 若  $a$  是关于  $x$  的方程  $3x^2 - x - 1 = 0$  的一个根，则  $2021 - 6a^2 + 2a$  的值是( )

- A. 2023                      B. 2022                      C. 2020                      D. 2019

5. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，若  $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，则  $\cos A$  的值为( )

- A.  $\frac{3}{5}$
- B.  $\frac{4}{5}$
- C.  $\frac{3}{4}$



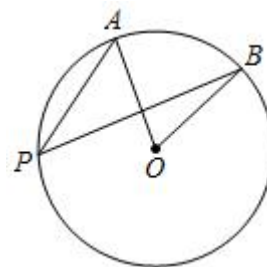
D.  $\frac{4}{3}$

6. “杂交水稻之父”袁隆平培育的超级杂交稻在全世界推广种植. 某种植户为了考察所种植的杂交水稻苗的长势, 从稻田中随机抽取 7 株水稻苗, 测得苗高 (单位:  $cm$ ) 分别是: 23, 24, 23, 25, 26, 23, 25. 则这组数据的众数和中位数分别是( )

- A. 24, 25                      B. 23, 23                      C. 23, 24                      D. 24, 24

7. 如图, 在  $\odot O$  中,  $A, B, P$  为  $\odot O$  上的点,  $\angle AOB = 68^\circ$ , 则  $\angle APB$  的度数是( )

- A.  $136^\circ$   
B.  $34^\circ$   
C.  $22^\circ$   
D.  $112^\circ$



8. 《九章算术》勾股章有一问题, 其意思是: 现有一竖立着的木柱, 在木柱上端系有绳索, 绳索从木柱上端顺木柱下垂后, 堆在地面的部分尚有 3 尺, 牵着绳索退行 (绳索头与地面接触), 在离木柱根部 8 尺处时绳索用尽, 请问绳索有多长? 若设绳索长度为  $x$  尺, 根据题意, 可列方程为( )

- A.  $8^2 + x^2 = (x - 3)^2$                       B.  $8^2 + (x + 3)^2 = x^2$   
C.  $8^2 + (x - 3)^2 = x^2$                       D.  $x^2 + (x - 3)^2 = 8^2$

9. 关于  $x$  的分式方程  $\frac{3x - a}{x - 3} + \frac{x + 1}{3 - x} = 1$  解为正数, 且关于  $y$  的不等式组  $\begin{cases} y + 9 \leq 2(y + 2) \\ \frac{2y - a}{3} > 1 \end{cases}$ , 解集为  $y \geq 5$ ,

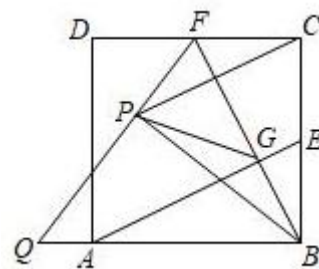
则满足所有条件的整数  $a$  的个数是( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

10. 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $E, F$  分别为  $BC, CD$  的中点, 连接  $AE, BF$  交于点  $G$ , 将  $\triangle BCF$  沿  $BF$  对折, 得到  $\triangle BPF$ , 延长  $FP$  交  $BA$  延长于点  $Q$ , 下列结论正确的有( )个

- ①  $AE \perp BF$ ; ②  $QB = QF$ ; ③  $\frac{AG}{FG} = \frac{4}{3}$ ; ④  $S_{ECFG} = 3S_{\triangle BGE}$

- A. 1  
B. 4



C. 3

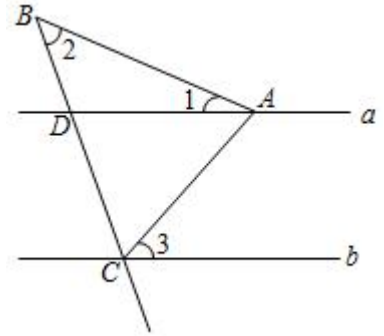
D. 2

二、填空题：本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。

11. 分解因式： $3x^2 - 3y^2 =$ \_\_\_\_\_.

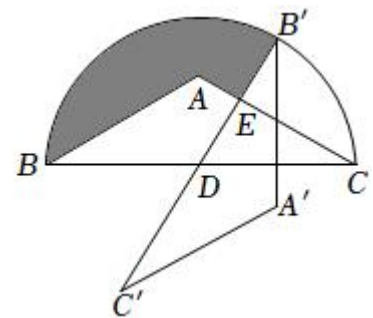
12. 现在从“ $-3, 0, 1, 3$ ”四个数中任选两个数作为一次函数  $y = kx + b$  的系数  $k, b$ ，则一次函数的图象经过一、二、四象限的概率为\_\_\_\_\_.

13. 如图，直线  $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 30^\circ$ ， $\angle 2 = 40^\circ$ ，且  $AD = AC$ ，则  $\angle 3$  的度数是\_\_\_\_\_.



14. 函数  $y = -3x^2 + \frac{1}{2}$  的图象关于  $x$  轴对称的图象的解析式为\_\_\_\_\_.

15. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 120^\circ$ ， $AB = AC = 2\sqrt{3}$ ，将  $\triangle ABC$  绕  $BC$  的中点  $D$  顺时针旋转  $120^\circ$  得到  $\triangle A'B'C'$ ，其中点  $B$  的运动路径为  $\widehat{BB'}$ ，则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



三、解答题：本题共 8 小题，共 75 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. (本小题 8 分)

计算： $(-\frac{1}{3})^{-2} - |\sqrt{3} - 2| + 3 \tan 30^\circ - 6\sqrt{\frac{1}{3}} + (2023 - \pi)^0$ .

17. (本小题 8 分)

先化简，再求值： $(\frac{2x-1}{x+1} - x + 1) \div \frac{x-2}{x^2+2x+1}$ ，其中  $x = -3$ .

18. (本小题 8 分)

本期开学以来，初 2015 级开展了轰轰烈烈的体育锻炼，为了解考体育科目训练的效果，九年级学生中随机抽取了部分学生进行了以此中考体育科目测试 (把测试结果分为四个等级，A 等：优秀；B 等：良好；C 等：及格；D 等：不及格)，并将结果汇成了如图 1、2 所示两幅不同统计图，请根据统计图中的信息解答下列

问题：

- (1) 本次抽样测试的学生人数是\_\_\_\_\_；
- (2) 图 1 扇形图中  $D$  等所在的扇形的圆心角的度数是\_\_\_\_\_，并把图 2 条形统计图补充完整；
- (3) 我校九年级有 1800 名学生，如果全部参加这次中考体育科目测试，请估计不及格的人数为\_\_\_\_\_；
- (4) 已知得  $A$  等的同学有一位男生，体育老师想从 4 为同学中随机选择两位同学向其他同学介绍经验，请用列表法或画树形图的方法求出选中的两人刚好是一男一女的概率。

体育测试各等级学生人数扇形统计图

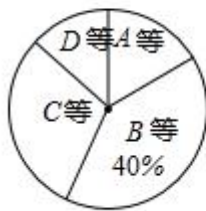


图1

体育测试各等级学生人数条形统计图

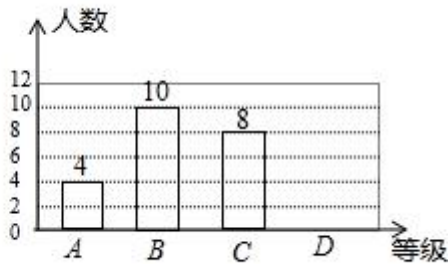
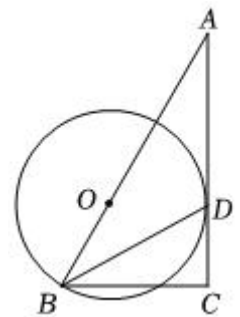


图2

19. (本小题 9 分)

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BD$  平分  $\angle ABC$  交  $AC$  于点  $D$ ，点  $O$  是  $AB$  边上一点，以  $OB$  为半径的圆恰好经过点  $D$ 。

- (1) 求证： $AC$  是  $\odot O$  的切线；
- (2) 若  $AD = 300$ ， $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$ ，求  $\odot O$  的半径。



20. (本小题 9 分)

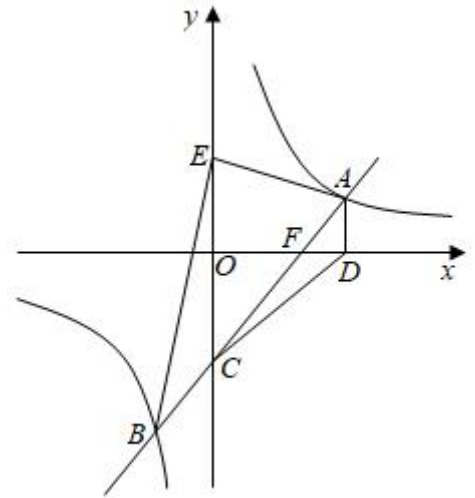
一中集团某兄弟学校计划组织师生共 556 人参加一次秋季研学活动，如果租用 7 辆大巴车和 5 辆中巴车恰好全部坐满。已知每辆大巴车的乘客座位数比中巴车多 16 个。

- (1) 求每辆大巴车和每辆中巴车的乘客座位数；
- (2) 由于最后参加活动的人数增加了 20 人，学校决定调整租车方案，在保持租用车辆总数不变的情况下，为将所有参加活动的师生装载完成，最多可以租用多少辆中巴车？

21. (本小题 9 分)

如图，一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象与反比例函数  $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$  的图象交于点  $A$ 、 $B$ ，与  $x$  轴交于点  $F$ ，与  $y$  轴交于点  $C$ 。过点  $A$  作  $AD \perp x$  轴于点  $D$ ， $\angle CAD = 45^\circ$ ，连接  $CD$ ，已知  $\triangle ADC$  的面积等于 6，点  $A$  的坐标为  $(n, 2)$ ，点  $B$  的坐标为  $(a, -6)$ 。

- (1) 请直接写出一次函数的关系式为\_\_\_\_\_，反比例函数的关系式为\_\_\_\_\_；
- (2) 若点  $E$  是点  $C$  关于  $x$  轴的对称点，求  $\triangle ABE$  的面积；
- (3) 根据图象直接写出关于  $x$  的不等式  $kx > \frac{m}{x} - b$  的解集是\_\_\_\_\_。



22. (本小题 12 分)

某“数学学习兴趣小组”成员在复习《图形的变化》时，对下面的图形背景产生了浓厚的兴趣，并尝试运用由“特殊到一般”的思想进行了探究：

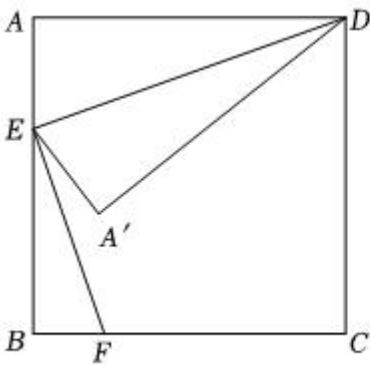


图1

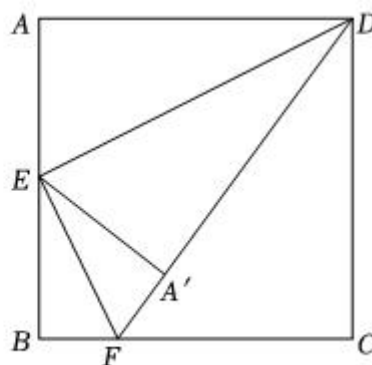


图2

**【问题背景】** 如图 1，正方形  $ABCD$  中，点  $E$  为  $AB$  边上一点，连接  $DE$ ，过点  $E$  作  $EF \perp DE$  交  $BC$  边于点  $F$ ，将  $\triangle ADE$  沿直线  $DE$  折叠后，点  $A$  落在点  $A'$  处，当  $\angle BEF = 25^\circ$ ，则  $\angle FEA' =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ 。

**【特例探究】** 如图 2，连接  $DF$ ，当点  $A'$  恰好落在  $DF$  上时，求证： $AE = 2A'F$ 。

【深入探究】如图 3，若把正方形  $ABCD$  改成矩形  $ABCD$ ，且  $AD = mAB$ ，其他条件不变，他们发现  $AE$  与  $A'F$  之间也存在着一定的数量关系，请直接写出  $AE$  与  $A'F$  之间的数量关系式.

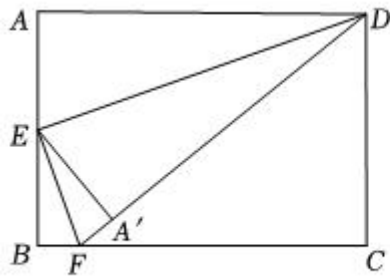


图3

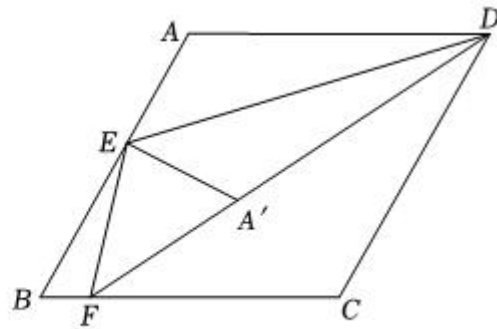


图4

【拓展探究】如图 4，若把正方形  $ABCD$  改成菱形  $ABCD$ ，且  $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle DEF = 120^\circ$ ，其他条件不变，他们发现  $AE$  与  $A'F$  之间也存在着一定的数量关系，请直接写出  $AE$  与  $A'F$  之间的数量关系式.

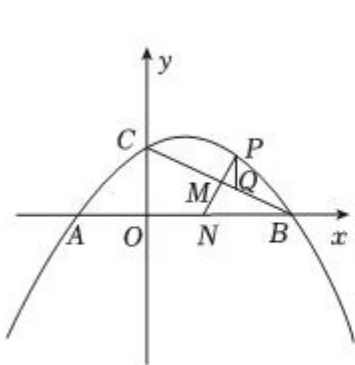
23. (本小题 12 分)

如图，二次函数  $y = ax^2 + bx + 4$  与  $x$  轴交于  $A(-4, 0)$ 、 $B(8, 0)$  两点，且与  $y$  轴交于点  $C$ .

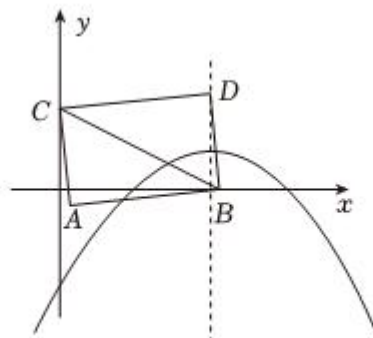
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点  $P$  是直线  $BC$  上方抛物线上一动点，过点  $P$  作  $PM \perp BC$  于点  $M$ ，交  $x$  轴于点  $N$ ，过点  $P$  作  $PQ \parallel y$  轴交  $BC$  于点  $Q$ ，求  $PQ + \frac{2\sqrt{5}}{5}PN$  的最大值及此时  $P$  点坐标;

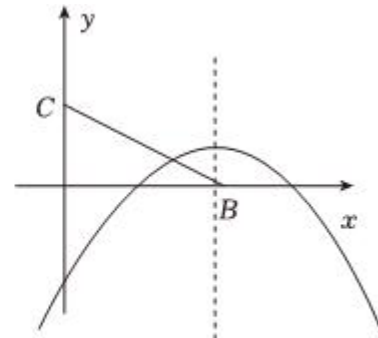
(3) 将抛物线  $y = ax^2 + bx + 4$  沿射线  $CB$  平移  $2\sqrt{5}$  个单位，平移后得到新抛物线  $y'$ ， $D$  是新抛物线对称轴上一动点. 在平面内确定一点  $E$ ，使得以  $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  四点为顶点的四边形是矩形. 直接写出点  $E$  的坐标.



(图1)



(图2)



(备用图)

## 答案和解析

### 1. 【答案】C

【解析】解：从上边看有两层，底层右边是一个小正方形，上层是两个小正方形，  
故选：C.

根据从上边看得到的图形是俯视图，可得答案.

本题考查了简单组合体的三视图，从上边看得到的图形是俯视图.

### 2. 【答案】B

【解析】解：30万千米/秒 = 300000千米/秒 =  $3 \times 10^5$ 千米/秒，  
故选：B.

科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 10$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数.

此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数，表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

### 3. 【答案】D

【解析】解：A.  $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，故本选项不合题意；

B.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，故本选项不合题意；

C.  $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故本选项不合题意；

D.  $(a^2)^2 = a^4$ ，故本选项符合题意；

故选：D.

分别根据合并同类项法则，完全平方公式，同底数幂的除法法则以及幂的乘方运算法则逐一判断即可.

本题考查了完全平方公式，合并同类项，同底数幂的乘法以及幂的乘法，熟记相关公式与运算法则是解答本题的关键.

### 4. 【答案】D

【解析】解： $\because a$  是关于  $x$  的方程  $3x^2 - x - 1 = 0$  的一个根，

$$\therefore 3a^2 - a - 1 = 0,$$

$$\therefore 3a^2 - a = 1,$$

$$\therefore 2021 - 6a^2 + 2a = 2021 - 2(3a^2 - a)$$

$$= 2021 - 2 \times 1$$

$$= 2019.$$

故选：D.

先根据一元二次方程根的定义得到  $3a^2 - a = 1$ ，再把  $2021 - 6a^2 + 2a$  变形为  $2021 - 2(3a^2 - a)$ ，然后利用整体代入的方法计算.

本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 利用整体代入的方法计算可简化计算.

#### 5. 【答案】A

【解析】解：由勾股定理得，

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 10,$$

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5},$$

故选：A.

根据勾股定理求出斜边  $AB$ ，再根据锐角三角函数的定义求出答案即可.

本题考查锐角三角函数，掌握锐角三角函数的定义以及勾股定理是解决问题的前提.

#### 6. 【答案】C

【解析】解：这组数据中，出现次数最多的是 23，共出现 3 次，因此众数是 23，

将这组数据从小到大排列，处在中间位置的一个数是 24，因此中位数是 24，

即：众数是 23，中位数是 24，

故选：C.

根据众数、中位数的定义进行解答即可.

本题考查众数、中位数，掌握众数、中位数的定义是正确解答的前提.

#### 7. 【答案】B

【解析】解： $\because \angle AOB = 68^\circ$ ，

$$\therefore \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB = 34^\circ,$$

故选：B.

利用圆周角与圆心角的关系即可解答.

本题考查圆周角定理，熟练同弧所对的圆周角等于圆心角的一半是解答的关键.

#### 8. 【答案】C



**【解析】【分析】**

本题考查了勾股定理的应用，找准等量关系，正确列出方程是解题的关键.

设绳索长为  $x$  尺，根据勾股定理列出方程解答即可.

**【解答】**

解：设绳索长为  $x$  尺，可列方程为  $(x-3)^2 + 8^2 = x^2$ ，

故选  $C$ .

**9. 【答案】  $D$**

**【解析】**解：解分式方程得： $x = a - 2$ ，

$\therefore x > 0$  且  $x \neq 3$ ，

$\therefore a - 2 > 0$  且  $a - 2 \neq 3$ ，

$\therefore a > 2$  且  $a \neq 5$ ，

解不等式组得：
$$\begin{cases} y \geq 5 \\ y > \frac{a+3}{2} \end{cases}$$

$\therefore$  不等式组的解集为  $y \geq 5$ ，

$\therefore \frac{a+3}{2} < 5$ ，

$\therefore a < 7$ ，

$\therefore 2 < a < 7$  且  $a \neq 5$ ，

$\therefore$  所有满足条件的整数  $a$  的值有 3, 4, 6 共 3 个，

故选： $D$ .

解分式方程得出  $x = a - 2$ ，结合题意及分式方程的意义求出  $a > 2$  且  $a \neq 5$ ，解不等式组得出 
$$\begin{cases} y \geq 5 \\ y > \frac{a+3}{2} \end{cases}$$

结合题意得出  $a < 7$ ，进而得出  $2 < a < 7$  且  $a \neq 5$ ，继而得出所有满足条件的整数  $a$  的值，即可得出答案.

本题考查了分式方程的解，解一元一次不等式组，解一元一次不等式，一元一次不等式的整数解，正确求解分式方程，一元一次不等式组，一元一次不等式是解决问题的关键.

**10. 【答案】  $C$**

**【解析】**解：①  $\because$  四边形  $BCD$  是正方形，

$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ， $AB = BC = CD$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\therefore E, F$  分别是正方形  $ABCD$  边  $BC, CD$  的中点，

$\therefore CF = BE$ ，

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle BCF$  中,

$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle ABE = \angle BCF, \\ BE = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF(SAS)$ ,

$\therefore \angle BAE = \angle CBF, AE = BF$ ,

又  $\because \angle BAE + \angle BEA = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle CBF + \angle BEA = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BGE = 90^\circ$ ,

$\therefore AE \perp BF$ , 故①正确;

由折叠的性质得:  $FP = FC, \angle PFB = \angle BFC, \angle FPB = 90^\circ$

$\because CD \parallel AB$ ,

$\therefore \angle CFB = \angle ABF$ ,

$\therefore \angle ABF = \angle PFB$ ,

$\therefore QB = QF$ , 故②正确;

③  $\because AE \perp BF, \angle ABE = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle BEG \sim \triangle ABG \sim \triangle AEB$ ,

$$\therefore \frac{GE}{BG} = \frac{BG}{AG} = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{2}$$

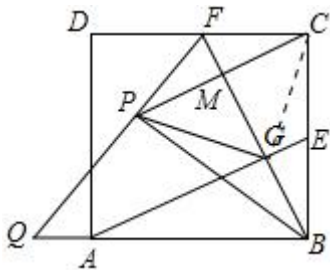
设  $GE = x$ , 则  $BG = 2x, AG = 4x$ ,

$\therefore BF = AE = AG + GE = 5x$ ,

$\therefore FG = BF - BG = 3x$ ,

$\therefore \frac{AG}{FG} = \frac{4}{3}$ , 故③正确;

④如图所示: 连接  $CG$ ,



$\because PC \perp BF, AE \perp BF$ ,

$\therefore PC \parallel AE, \triangle BGE \sim \triangle BMC$ ,

∵  $E$  是  $BC$  的中点,

∴  $BE = CE$ ,

∴  $\triangle BGE$  的面积:  $\triangle BMC$  的面积 = 1: 4,

∴  $\triangle BGE$  的面积: 四边形  $ECMG$  的面积 = 1: 3,

连接  $CG$ , 则  $\triangle PGM$  的面积 =  $\triangle CGM$  的面积 =  $2\triangle CGE$  的面积 =  $2\triangle BGE$  的面积,

∴ 四边形  $ECPG$  的面积:  $\triangle BGE$  的面积 = 5: 1,

∴  $S_{\text{四边形}ECPG} = 5S_{\triangle BGE}$ , 故④错误.

综上所述, 共有 3 个结论正确,

故选:  $C$ .

①首先证明  $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ , 再利用角的关系求得  $\angle BGE = 90^\circ$ , 即可得到  $AE \perp BF$ ;

②①  $\triangle BCF$  沿  $BF$  对折, 得到  $\triangle BPF$ , 利用角的关系求出  $QF = QB$ ;

③证明  $\triangle BEG \sim \triangle ABG \sim \triangle AEB$ , 得出  $\frac{GE}{BG} = \frac{BG}{AG} = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{2}$ , 设  $GE = x$ , 则  $BG = 2x$ ,  $AG = 4x$ ,

∴  $BF = AE = AG + GE = 5x$ , ∴  $FG = BF - BG = 3x$ , 得出  $\frac{AG}{FG} = \frac{4}{3}$ , 即可得出结论;

④可证  $\triangle BGE$  与  $\triangle BMC$  相似, 进一步得到相似比, 再根据相似三角形的性质和三角形的面积关系即可求解.

本题主要考查了翻折变换, 正方形的性质, 全等三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 勾股定理等知识; 熟练掌握正方形和折叠变换的性质, 证明三角形全等和三角形相似是解题关键.

11. 【答案】  $3(x+y)(x-y)$

【解析】 【分析】

此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

原式提取 3, 再利用平方差公式分解即可.

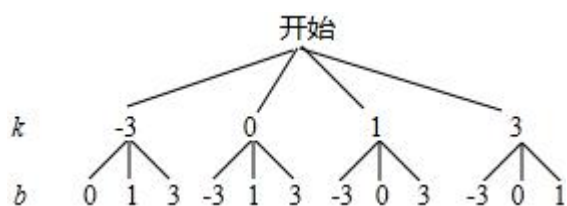
【解答】

解: 原式 =  $3(x^2 - y^2) = 3(x+y)(x-y)$ ,

故答案为:  $3(x+y)(x-y)$

12. 【答案】  $\frac{1}{6}$

【解析】解：画树状图如下：



共有 12 种等可能的结果，其中一次函数的图象经过一、二、四象限 ( $k < 0, b > 0$ ) 的结果有 2 种，

$\therefore$  一次函数的图象经过一、二、四象限的概率为  $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ，

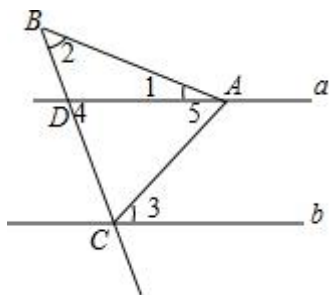
故答案为：  $\frac{1}{6}$  .

画树状图，共有 12 种等可能的结果，其中一次函数的图象经过一、二、四象限 ( $k < 0, b > 0$ ) 的结果有 2 种，再由概率公式求解即可.

此题考查的是用树状图法求概率以及一次函数的图象与性质. 树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合两步或两步以上完成的事件；解题时要注意此题是放回试验还是不放回试验. 用到的知识点为： 概率=所求情况数与总情况数之比.

13. 【答案】  $40^\circ$

【解析】解：如图，



$$\therefore \angle 4 = \angle 1 + \angle 2 = 70^\circ,$$

$$\therefore AD = AC,$$

$$\therefore \angle 5 = 180^\circ - 2\angle 4 = 40^\circ,$$

$$\therefore \text{直线 } a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 5 = 40^\circ,$$

故答案为：  $40^\circ$  .

根据三角形的外角的性质得到  $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2 = 70^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得到  $\angle 5 = 180^\circ - 2\angle 4 = 40^\circ$ ，根据平行线的性质即可得到结论.

本题考查了平行线的性质和三角形外角的性质，熟练掌握性质定理是解题的关键.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/496053021131011001>