

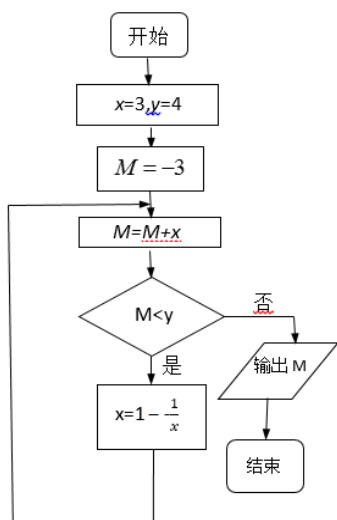
江苏省六校联盟 2024 年高三下学期联合考试数学试题

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 执行如图所示的程序框图，输出的结果为（ ）



- A. $\frac{19}{3}$ B. 4 C. $\frac{25}{4}$ D. $\frac{13}{2}$

2. 设全集 $U=\mathbf{R}$ ，集合 $A=\{x|x^2-3x-4>0\}$ ，则 $\complement_U A=$ （ ）

- A. $\{x|-1<x<4\}$ B. $\{x|-4<x<1\}$ C. $\{x|-1\leq x\leq 4\}$ D. $\{x|-4\leq x\leq 1\}$

3. 已知 i 是虚数单位，则 $(2+i)i=$ （ ）

- A. $1+2i$ B. $-1+2i$ C. $-1-2i$ D. $1-2i$

4. 已知在平面直角坐标系 xOy 中，圆 $C_1: (x-m)^2+(y-m-6)^2=2$ 与圆 $C_2: (x+1)^2+(y-2)^2=1$ 交于 A, B 两点，若 $|OA|=|OB|$ ，则实数 m 的值为（ ）

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

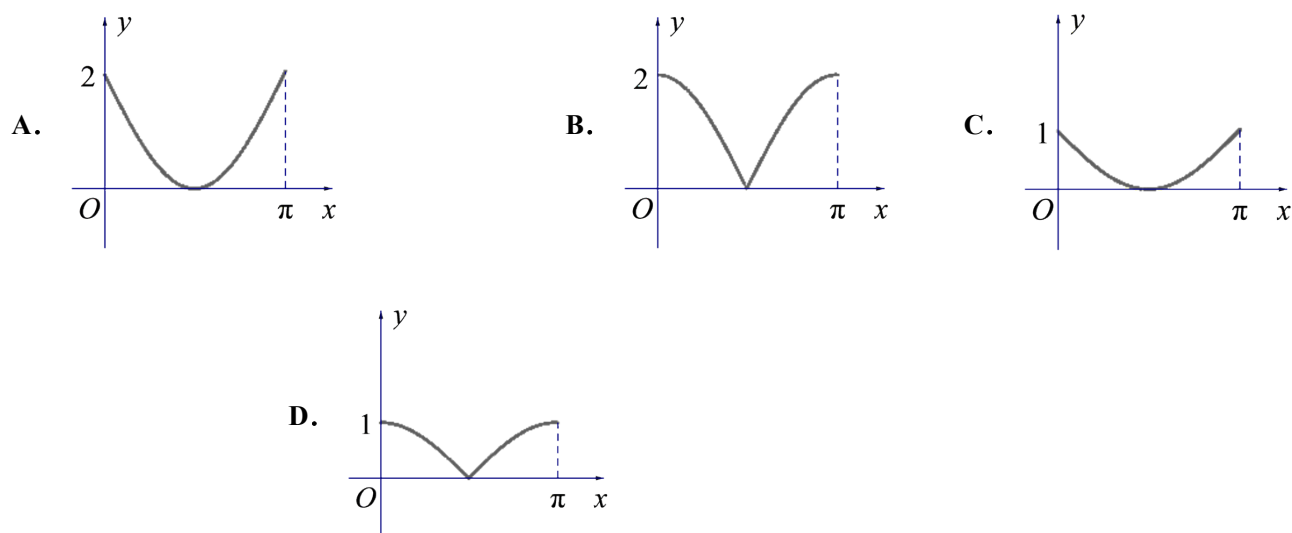
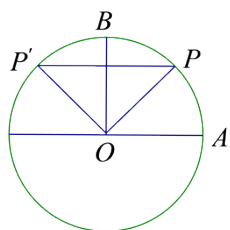
5. 一场考试需要 2 小时，在这场考试中钟表的时针转过的弧度数为（ ）

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $(S_n+1)(S_{n+2}+1)=(S_{n+1}+1)^2 (n\in\mathbf{N}^*)$ ， $a_1=1, a_2=2$ ，则 $S_n=$ （ ）

- A. $\frac{n(n+1)}{2}$ B. 2^{n+1} C. $2^n - 1$ D. $2^{n+1} + 1$

7. 如图，圆 O 的半径为 1， A, B 是圆上的定点， $OB \perp OA$ ， P 是圆上的动点，点 P 关于直线 OB 的对称点为 P' ，角 x 的始边为射线 OA ，终边为射线 OP ，将 $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP'}|$ 表示为 x 的函数 $f(x)$ ，则 $y = f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的图像大致为 ()



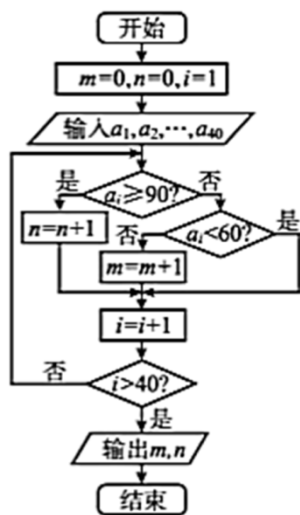
8. “ $\sin x = \frac{1}{2}$ ”是“ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 某校在高一年级进行了数学竞赛（总分 100 分），下表为高一·一班 40 名同学的数学竞赛成绩：

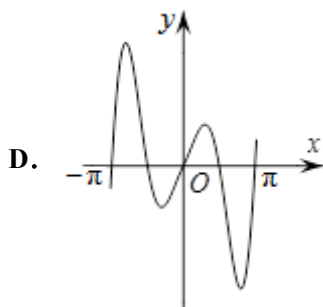
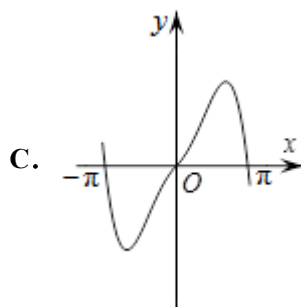
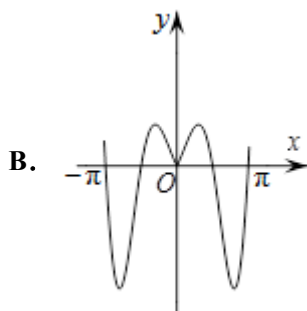
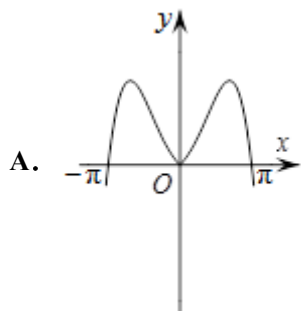
55	57	59	61	68	64	62	59	80	88
98	95	60	73	88	74	86	77	79	94
97	100	99	97	89	81	80	60	79	60
82	95	90	93	90	85	80	77	99	68

如图的算法框图中输入的 a_i 为上表中的学生的数学竞赛成绩，运行相应的程序，输出 m, n 的值，则 $m - n =$ ()



- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

10. 函数 $y=2^{|x|}\sin 2x$ 的图象可能是



11. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$, 满足 $|\vec{a}| = \frac{1}{3}, |\vec{b}| = 1$, 且 $|2\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

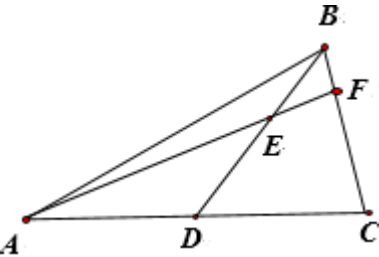
12. 设 i 是虚数单位, 复数 $\frac{1+i}{i} = ()$

- A. $-1+i$ B. $-1-i$ C. $1+i$ D. $1-i$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在平面五边形 $ABCDE$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = AE = 6\sqrt{3}$, $BC \perp CD$, 且 $BC = DE = 6$. 将五边形 $ABCDE$ 沿对角线 BE 折起, 使平面 ABE 与平面 $BCDE$ 所成的二面角为 120° , 则沿对角线 BE 折起后所得几何体的外接球的表面积是_____.

14. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=2$ ， $\overline{AD}=\overline{DC}$ ， $\overline{DE}=2\overline{EB}$ ， AE 的延长线交 BC 边于点 F ，若 $\overline{AF}\cdot\overline{BC}=-\frac{4}{5}$ ，则 $\overline{AE}\cdot\overline{AC}=\underline{\hspace{1cm}}$.



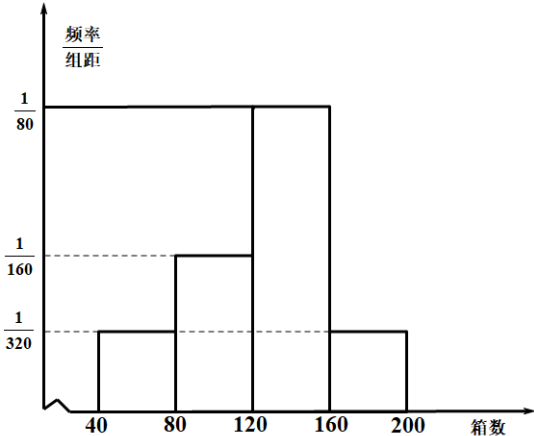
15. 已知实数 x ， y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y\geq 3 \\ y\leq 3x-1 \\ x\leq 2 \end{cases}$ ，则 $z=\frac{y}{x}$ 的最小值为_____.

16. 春节期间新型冠状病毒肺炎疫情在湖北爆发，为了打赢疫情防控阻击战，我省某医院选派 2 名医生，6 名护士到湖北 A、B 两地参加疫情防控工作，每地一名医生，3 名护士，其中甲乙两名护士不到同一地，共有_____种选派方法.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. （12 分）近几年一种新奇水果深受广大消费者的喜爱，一位农户发挥聪明才智，把这种露天种植的新奇水果搬到了大棚里，收到了很好的经济效益. 根据资料显示，产出的新奇水果的箱数 x （单位：十箱）与成本 y （单位：千元）的关系如下：

x	1	3	4	1	2
y	5	1. 5	2	2. 5	8



y 与 x 可用回归方程 $\hat{y}=\hat{b}\lg x+\hat{a}$ （其中 $\hat{a}$ ， $\hat{b}$ 为常数）进行模拟.

- （I）若该农户产出的该新奇水果的价格为 150 元/箱，试预测该新奇水果 100 箱的利润是多少元. |.
- （II）据统计，10 月份的连续 11 天中该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的频率分布直方图如图所示.
 - (i) 若从箱数在 $[40,120)$ 内的天数中随机抽取 2 天，估计恰有 1 天的水果箱数在 $[80,120)$ 内的概率；

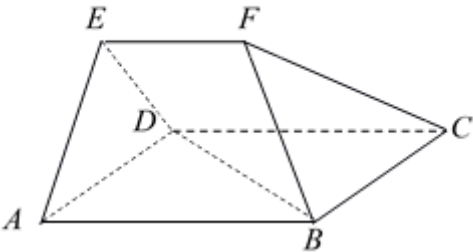
(ii) 求这 11 天该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的平均值。(每组用该组区间的中点值作代表)

参考数据与公式：设 $t = \lg x$ ，则

$\bar{t}$	$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2$
0.54	1.8	1.53	0.45

线性回归直线 $y = \hat{b} \lg x + \hat{a}$ 中， $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{t}$ 。

18. (12 分) 在以 $ABCDEF$ 为顶点的五面体中，底面 $ABCD$ 为菱形， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $AB = AE = ED = 2EF$ ， $EF \parallel AB$ ，二面角 $E-AD-B$ 为直二面角。



- (I) 证明： $BD \perp FC$ ；
(II) 求二面角 $A-CF-B$ 的余弦值。

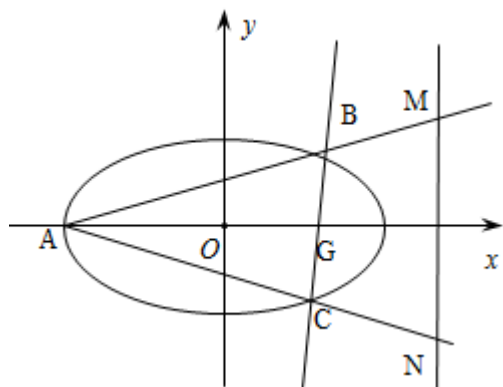
19. (12 分) 已知函数 $f(x) = \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \sin^2 x$ 。

- (1) 求函数 $y = f(x)$ 的最小正周期以及单调递增区间；
(2) 已知 $\triangle ABC$ ，若 $f(C) = 1$ ， $c = 2$ ， $\sin C + \sin(B - A) = 2 \sin 2A$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积。

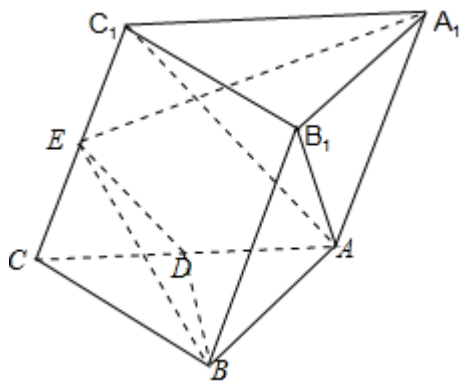
20. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数)，以原点为极点， x 轴的非负半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{4}{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}$ 。

- (1) 求曲线 C_1 的极坐标方程以及曲线 C_2 的直角坐标方程；
(2) 若直线 $l: y = kx$ 与曲线 C_1 、曲线 C_2 在第一象限交于 P, Q 两点，且 $|OP| = 2|OQ|$ ，点 M 的坐标为 $(2, 0)$ ，求 $\triangle MPQ$ 的面积。

21. (12 分) 已知椭圆 $T: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 直线 $l: x + y - \sqrt{6} = 0$ 与以原点为圆心, 以椭圆 C 的短半轴长为半径的圆相切. A 为左顶点, 过点 $G(1, 0)$ 的直线交椭圆 T 于 B, C 两点, 直线 AB, AC 分别交直线 $x = 4$ 于 M, N 两点.



- (1) 求椭圆 T 的方程;
- (2) 以线段 MN 为直径的圆是否过定点? 若是, 写出所有定点的坐标; 若不是, 请说明理由.
22. (10 分) 如图, 在斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 已知 $\triangle ABC$ 为正三角形, D, E 分别是 AC, CC_1 的中点, 平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 ABC , $A_1E \perp AC_1$.



- (1) 求证: $DE \parallel$ 平面 AB_1C_1 ;
- (2) 求证: $A_1E \perp$ 平面 BDE .

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

模拟执行程序框图，依次写出每次循环得到的 x, M 的值，当 $x=3$ ， $M=\frac{19}{3}>4$ ，退出循环，输出结果.

【详解】

程序运行过程如下：

$$x=3, M=0; x=\frac{2}{3}, M=\frac{2}{3}; x=-\frac{1}{2}, M=\frac{1}{6};$$

$$x=3, M=\frac{19}{6}; x=\frac{2}{3}, M=\frac{23}{6};$$

$$x=-\frac{1}{2}, M=\frac{10}{3}; x=3, M=\frac{19}{3}>4, \text{退出循环, 输出结果为 } \frac{19}{3},$$

故选：A.

【点睛】

该题考查的是有关程序框图的问题，涉及到的知识点有判断程序框图输出结果，属于基础题目.

2、C

【解析】

解一元二次不等式求得集合 A ，由此求得 $\complement_{\mathbb{R}} A$

【详解】

$$\text{由 } x^2 - 3x - 4 = (x-4)(x+1) > 0, \text{ 解得 } x < -1 \text{ 或 } x > 4.$$

$$\text{因为 } A = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 4\}, \text{ 所以 } \complement_{\mathbb{R}} A = \{x \mid -1 \leq x \leq 4\}.$$

故选：C

【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法，考查集合补集的概念和运算，属于基础题.

3、B

【解析】

根据复数的乘法运算法则，直接计算，即可得出结果.

【详解】

$$(2+i)i = 2i - 1 = -1 + 2i.$$

故选 B

【点睛】

本题主要考查复数的乘法，熟记运算法则即可，属于基础题型.

4、D

【解析】

由 $|OA|=|OB|$ 可得，O 在 AB 的中垂线上，结合圆的性质可知 O 在两个圆心的连线上，从而可求.

【详解】

因为 $|OA|=|OB|$ ，所以 O 在 AB 的中垂线上，即 O 在两个圆心的连线上， $O(0,0)$ ， $C_1(m, m+6)$ ， $C_2(-1,2)$ 三点共线，所以 $\frac{m+6}{m}=-2$ ，得 $m=-2$ ，故选 D.

【点睛】

本题主要考查圆的性质应用，几何性质的转化是求解的捷径.

5、B

【解析】

因为时针经过 2 小时相当于转了一圈的 $\frac{1}{6}$ ，且按顺时针转所形成的角为负角，综合以上即可得到本题答案.

【详解】

因为时针旋转一周为 12 小时，转过的角度为 2π ，按顺时针转所形成的角为负角，所以经过 2 小时，时针所转过的弧度数为 $-\frac{1}{6} \times 2\pi = -\frac{1}{3}\pi$.

故选：B

【点睛】

本题主要考查正负角的定义以及弧度制，属于基础题.

6、C

【解析】

根据已知条件判断出数列 $\{S_n+1\}$ 是等比数列，求得其通项公式，由此求得 S_n .

【详解】

由于 $(S_n+1)(S_{n+2}+1)=(S_{n+1}+1)^2$ ($n \in \mathbb{N}^*$)，所以数列 $\{S_n+1\}$ 是等比数列，其首项为 $S_1+1=a_1+1=2$ ，第二项为

$S_2+1=a_1+a_2+1=4$ ，所以公比为 $\frac{4}{2}=2$ ，所以 $S_n+1=2^n$ ，所以 $S_n=2^n-1$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查等比数列的证明，考查等比数列通项公式，属于基础题.

7、B

【解析】

根据图象分析变化过程中在关键位置及部分区域,即可排除错误选项,得到函数图象,即可求解.

【详解】

由题意,当 $x=0$ 时, P 与 A 重合,则 P' 与 B 重合,

所以 $|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP'}| = |\overrightarrow{BA}| = 2$,故排除 C,D 选项;

当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, $|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP'}| = |P'P| = 2\sin(\frac{\pi}{2}-x) = 2\cos x$, 由图象可知选 B.

故选: **B**

【点睛】

本题主要考查三角函数的图像与性质,正确表示函数的表达式是解题的关键,属于中档题.

8、 **B**

【解析】

$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ 或 $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$, 从而明确充分性与必要性.

【详解】

,
由 $\sin x = \frac{1}{2}$ 可得: $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ 或 $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$,

即 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ 能推出 $\sin x = \frac{1}{2}$,

但 $\sin x = \frac{1}{2}$ 推不出 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$

$\therefore$ “ $\sin x = \frac{1}{2}$ ”是“ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$ ”的必要不充分条件

故选 **B**

【点睛】

本题考查充分性与必要性,简单三角方程的解法,属于基础题.

9、 **D**

【解析】

根据程序框图判断出 n, m 的意义,由此求得 m, n 的值,进而求得 $m-n$ 的值.

【详解】

由题意可得 n 的取值为成绩大于等于 90 的人数, m 的取值为成绩大于等于 60 且小于 90 的人数,故 $m = 24$, $n = 12$,

所以 $m-n = 24-12 = 12$.

故选: **D**

【点睛】

本小题考查利用程序框图计算统计量等基础知识；考查运算求解能力，逻辑推理能力和数学应用意识.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/496135203142010140>