

第十二章 分式和分式方程

分式的加减

课件

知识回顾

观察下列算式: $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$ $\frac{1}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1-2}{5} = -\frac{1}{5}$

同分母分数加减法则:分母不变,把分子相加(减)

类比猜想: $\frac{A}{B} \pm \frac{C}{B} = ?$ 与同伴交流.

获取新知

类比同分母分数的加减运算法则，完成下面同分母分式的加减运算。

$$(1) \frac{1}{a} + \frac{2}{a} = \frac{3}{a};$$

$$(2) \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a};$$

$$(3) \frac{5}{a} - \frac{2}{a} = \frac{3}{a};$$

$$(4) \frac{b}{a} - \frac{c}{a} = \frac{b-c}{a};$$

同分母的两个分式相加（减），分母不变，把分子相加（减）。

用式子表示为：

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{B} = \frac{A \pm C}{B}$$

例1 例题讲解

例1 计算下列各式：

$$(1) \frac{4a}{x} - \frac{a}{x}; (2) \frac{a+b}{x+a} + \frac{a-b}{x+a}; (3) \frac{a^2}{a^2-b^2} + \frac{2ab}{b^2-a^2} + \frac{b^2}{a^2-b^2}.$$

解：(1) $\frac{4a}{x} - \frac{a}{x} = \frac{4a-a}{x} = \frac{3a}{x}.$

(2) $\frac{a+b}{x+a} + \frac{a-b}{x+a} = \frac{a+b+a-b}{x+a} = \frac{2a}{x+a}.$

例1 计算下列各式：

$$(1) \frac{4a}{x} - \frac{a}{a}; (2) \frac{a+b}{x+a} + \frac{a-b}{x+a}; (3) \frac{a^2}{a^2-b^2} + \frac{2ab}{b^2-a^2} + \frac{b^2}{a^2-b^2}.$$

解：(3) 原式 $= \frac{a^2}{a^2-b^2} + \frac{-2ab}{a^2-b^2} + \frac{b^2}{a^2-b^2}$

注意符号的变化

$$= \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$$

$$= \frac{(a-b)^2}{(a+b)(a-b)}$$

$$= \frac{a-b}{a+b}$$

结果化为最简分式

同分母分式的加减

归纳：

(1) 分母相同，而分子是多项式，相加减时要把分子看作一个整体，先用括号括起来，再进行加减，能分解因式的要分解因式，最后结果要进行约分化简；

(2) 两个分式的分母互为相反数时，可通过添加负号把两个分式变为同分母的分式，再按照同分母的分式相加减的法则进行计算。

观察与思考——异分母分式相加减法则的探究

(1) 异分母两个分数相加减, 是将其化为同分母分数的加减法来进行的.

如:
$$\frac{1}{2} \pm \frac{2}{3} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} \pm \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{3 \pm 4}{6}$$

最小公倍数: $2 \times 3 = 6$

(2) 类比异分母分数的加减, 异分母分式的加减应当怎样进行呢?

(3) 试计算:
$$\frac{b}{a} \pm \frac{d}{c}$$

获取新知

转化为

$$\frac{b}{a} \pm \frac{d}{c} = \frac{bc}{ac} \pm \frac{ad}{ac}$$

结果为

$$= \frac{bc \pm ad}{ac}$$

异分母分式
相加减

同分母分式
相加减

分母不变，
分子相加减

像这样,把几个**异分母分式**分别化为与它们相等的**同分母分式**,
叫做**分式的通分**,
这个相同的分母叫做这几个**分式的公分母**.

几个分式的公分母不止一个,通分时一般选取**最简公分母**.

归纳：

(1)通分的依据是分式的基本性质;

(2)通分的关键是确定几个分式的最简公分母；

(3) 分式 $\xleftarrow{\text{同除}}$ 约分；分式 $\xrightarrow{\text{同乘}}$ 通分.

即：

$$\frac{A \div M}{B \div M} \xrightarrow{\text{约分}} \frac{A}{B} \xrightarrow{\text{通分}} \frac{A \cdot M}{B \cdot M} (M \neq 0).$$

例2 通分：(1) $\frac{3}{4a^2b}$ 与 $\frac{5}{2ab^2c}$. (2) $\frac{1}{x^2-4}$ 与 $\frac{x}{4-2x}$



解：(1) 最简公分母是 $4a^2b^2c$ ，所以

$$\frac{3}{4a^2b} = \frac{3 \cdot bc}{4a^2b \cdot bc} = \frac{3bc}{4a^2b^2c};$$

$$\frac{5}{2ab^2c} = \frac{5 \cdot 2a}{2ab^2c \cdot 2a} = \frac{10a}{4a^2b^2c}.$$

例2 通分：(1) $\frac{3}{4a^2b}$ 与 $\frac{5}{2ab^2c}$. (2) $\frac{1}{x^2-4}$ 与 $\frac{x}{4-2x}$



解：(2) 最简公分母是 $2(x+2)(x-2)$

$$\frac{1}{x^2-4} = \frac{1 \cdot 2}{(x+2)(x-2) \cdot 2} = \frac{2}{2x^2-8}$$

$$\frac{x}{4-2x} = \frac{x}{-2(x-2)} = -\frac{x \cdot (x+2)}{2(x+2)(x-2)} = -\frac{x^2+2x}{2x^2-8}$$

归纳：

确定几个分式的最简公分母的方法：

(1)如果各分母是**单项式**，那么最简公分母就是由

①各系数的最小公倍数；

②相同字母的最高次幂；

③所有不同字母及其指数的乘积这三部分组成；

(2)如果各分母中有**多项式**，就先把分母是多项式的**分解因式**，再按照分母是单项式时求最简公分母的方法，从系数、相同因式、不同因式三个方面去确定。

获取新知

转化为

$$\frac{b}{a} \pm \frac{d}{c} = \frac{bc}{ac} \pm \frac{ad}{ac}$$

结果为

$$= \frac{bc \pm ad}{ac}$$

异分母分式相加减 同分母分式相加减 分母不变，分子相加减

异分母分式相加减，先通分，化为同分母的分式，再加减.

字母表示为：

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{D} = \frac{AD}{BD} \pm \frac{BC}{BD} = \frac{AD \pm BC}{BD}$$

例3 计算下列各式：

$$(1) \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}; \quad (2) \frac{1}{xz} + \frac{x}{2y}. \quad (3) \frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4};$$

解：

$$(1) \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}.$$

$$(2) \frac{1}{xz} + \frac{x}{2y} = \frac{2y}{2xyz} + \frac{x^2z}{2xyz} = \frac{2y + x^2z}{2xyz}.$$

例3 计算下列各式：

$$(1) \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a};$$

$$(2) \frac{1}{xz} + \frac{x}{2y}.$$

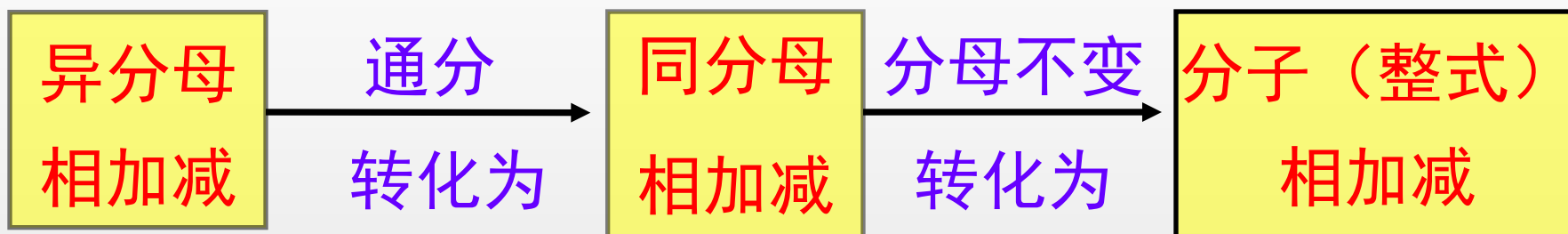
$$(3) \frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4};$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= \frac{x+2}{x(x-2)} - \frac{x-1}{(x-2)^2} \\ &= \frac{(x+2)(x-2)}{x(x-2)^2} - \frac{x(x-1)}{x(x-2)^2} \\ &= \frac{x^2-4-x^2+x}{x(x-2)^2} \\ &= \frac{x-4}{x(x-2)^2}; \end{aligned}$$

注意：分母是多项式
先分解因式

先找出最简公分母，再正确通分，
转化为同分母的分式相加减。

分式的加减法的思路



备注：体会转化思想，将异分母转化为同分母，再计算

随堂演练

1. 计算 $\frac{1}{a-1} - \frac{a}{a-1}$ 的结果为 (C)

A. $\frac{1+a}{a-1}$

B. $\frac{a}{a-1}$

C. -1

D. 2

2. 化简 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x}$ 的结果是 (A)

A. $x+1$

B. $\frac{1}{1+x}$

C. $x-1$

D. $\frac{x}{x-1}$

3.已知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{ab}{a-b}$ 的值是(C)

A. $\frac{1}{3}$

B. $-\frac{1}{3}$

C. 3

D. -3

4.对于任意的x值都有 $\frac{2x+7}{x^2+x-2} = \frac{M}{x+2} + \frac{N}{x-1}$, 则M, N的值为(B)

A. M=1, N=3

B. M=-1, N=3

C. M=2, N=4

D. M=1, N=4

5.三个分式 $\frac{y}{2x}$, $\frac{x}{3y^2}$, $\frac{1}{4xy}$ 的最简公分母是 (C)

- A. $4xy$ B. $3y^2$ C. $12xy^2$ D. $12x^2y^2$

6.计算 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的结果是(D)

- A. $a+b$ B. $\frac{1}{a+b}$ C. $\frac{2}{a+b}$ D. $\frac{a+b}{ab}$

7.计算: (1) $\frac{b}{3a} + \frac{a}{2b}$; (2) $\frac{1}{a-1} - \frac{2}{1-a^2}$.

解: (1)原式 = $\frac{2b^2}{6ab} + \frac{3a^2}{6ab} = \frac{2b^2 + 3a^2}{6ab}$;

(2)原式 = $\frac{1}{a-1} + \frac{2}{a^2-1}$
 $= \frac{1}{a-1} + \frac{2}{(a+1)(a-1)}$
 $= \frac{a+1}{(a+1)(a-1)} + \frac{2}{(a+1)(a-1)}$
 $= \frac{a+3}{(a+1)(a-1)} = \frac{a+3}{a^2-1}$.

»» 课堂小结

分式的加减

同分母的两个分式相加（减），分母不变，把分子相加（减）

分式的通分：

把几个异分母分式分别化为与它们相等的同分母分式

最简公分母：

从系数、相同因式、不同因式三个角度确定

异分母分式相加减，先通分，化为同分母的分式，再加减

分式的加减

第1课时



课件

学习目标

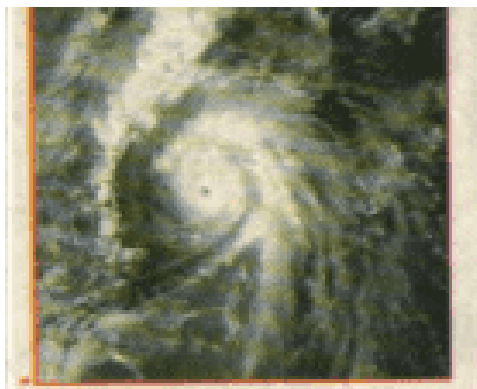
1 课堂讲解

- ◆ 同分母分式的加减法
- ◆ 通分
- ◆ 异分母的分式加减法

2 课时流程



课时导入



台风中心距 A 市 s 千米, 正以 b 千米/时的速度向 A 市移动. 教授车队从 B 市出发, 以4倍于台风中心移动的速度向 A 市前进. 已知 A, B 两地的路程为 $3s$ 千米, 问教授车队能否在台风中心到来前赶到 A 市?



感悟新知

知识点

1

同分母分式的加减

知1—导

1. 类比同分母分数的加减运算法则，完成下面同分母分式的加减运算

$$(1) \frac{1}{a} + \frac{2}{a} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad (2) \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) \frac{5}{a} - \frac{2}{a} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad (4) \frac{b}{a} - \frac{c}{a} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 同分母分式的加减运算应当怎样进行呢？

结论：同分母的两个分式相加(减)，分母不变，把分

子相加(减).
$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{B} = \frac{A \pm C}{B}.$$



要点精析：“把分子相加减”就是把各个分式的“分子整体”相加减，特别是分式相减，分子是多项式时要注意加括号。

易错警示：同分母分式相减，当减式的分子是多项式时，容易出现符号错误。

(来自《点拨》)



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/496155051034010221>