

第八章 二元一次方程组

8.3.2 实际问题与二元一次方程组（第2课时）



基础过关练

1. (2023 春·黑龙江哈尔滨·七年级哈尔滨市萧红中学校考阶段练习) 把一根长 9m 的钢管截成 1m 长和 2m 长两种规格均有的短钢管, 且没有余料, 设某种截法中 1m 长的钢管有 a 根, 则 a 的值有 ()

- A. 3 种 B. 4 种 C. 5 种 D. 6 种

【答案】B

【分析】 设 2m 的钢管 b 根, 由题意可列二元一次方程 $a+2b=9$, 根据 a 、 b 均为整数, 求解即可.

【详解】 解: 设 2m 的钢管 b 根, 根据题意得: $a+2b=9$,

∵ a 、 b 均为整数,

$$\therefore \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases}, \begin{cases} a=3 \\ b=3 \end{cases}, \begin{cases} a=5 \\ b=2 \end{cases}, \begin{cases} a=7 \\ b=1 \end{cases}.$$

故选 B.

【点睛】 本题考查了二元一次方程的整数解. 正确的列方程并正确的运算是解题的关键.

2. (2023·黑龙江绥化·校考一模) 小明去买 2 元一支和 3 元一支的两种圆珠笔 (每种圆珠笔至少买一支), 恰好花掉 20 元, 则购买方案有 ()

- A. 3 种 B. 4 种 C. 5 种 D. 6 种

【答案】A

【分析】 根据题意列出二元一次方程, 再结合实际情况求得正整数解.

【详解】 解: 设买 x 支 2 元一支的圆珠笔, y 支 3 元一支的圆珠笔,

根据题意得: $2x+3y=20$, 且 x , y 为正整数,

符合条件的整数解有:

$$\begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases} \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases} \begin{cases} x=7 \\ y=2 \end{cases}$$

故共有 3 种购买方案,

故选: A.

【点睛】 本题考查了二元一次方程的实际应用及解得情况; 解题定关键是找到一元二次方程的整数解.

3. (2023 春·七年级课时练习) 在抗击疫情网络知识竞赛中, 为奖励成绩突出的学生, 学校计划用 180 元购买 A、B、C 三种奖品 (三种都买), A 种每个 10 元, B 种每个 20 元, C 种每个 40 元, 在 C 种奖品不超过两个且钱全部用完的情况下, 共有几种购买方案 ()

- A. 8 种 B. 9 种 C. 10 种 D. 11 种

【答案】C

【分析】有两个等量关系: 购买 A 种奖品钱数 + 购买 B 种奖品钱数 + 购买 C 种奖品钱数 = 180; C 种奖品个数为 1 或 2 个. 设两个未知数, 得出二元一次方程, 根据实际含义确定解.

【详解】解: 设购买 A 种奖品 m 个, 购买 B 种奖品 n 个,

当 C 种奖品个数为 1 个时,

根据题意得 $10m + 20n + 40 = 180$,

整理得: $m + 2n = 14$,

$\because m、n$ 都是正整数, $0 < 2n < 14$,

$\therefore n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$;

当 C 种奖品个数为 2 个时,

根据题意得 $10m + 20n + 2 \times 40 = 180$,

整理得: $m + 2n = 10$,

$\because m、n$ 都是正整数, $0 < 2n < 10$,

$\therefore n = 1, 2, 3, 4$;

$\therefore$ 有 $6 + 4 = 10$ 种购买方案, 故 C 正确.

故选: C.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程的应用, 解题关键是要读懂题目的意思, 根据题目给出的条件, 找出合适的等量关系列出方程, 再求解. 要注意题中未知数的取值必须符合实际意义.

4. (2023 春·七年级课时练习) 某同学去蛋糕店买面包, 面包有 A、B 两种包装, 每个面包品质相同, 且只能整盒购买, 商品信息如下: 若某同学正好买了 40 个面包, 则他最少需要花 () 元.

	A 包装盒	B 包装盒
每盒面包个数 (个)	4	6
每盒价格 (元)	5	8

- A. 50 B. 49 C. 52 D. 51

【答案】A

【分析】设购买 A 包装面包 x 盒， B 包装面包 y 盒，由题意：某同学正好买了 40 个面包，结合表中信息列出二元一次方程，求出非负整数解，即可解决问题.

【详解】解：设购买 A 包装面包 x 盒， B 包装面包 y 盒，

由题意得： $4x+6y=40$ ，

$$\text{解得} \begin{cases} x=7 \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=10 \\ y=0 \end{cases}$$

当 $x=7$ ， $y=2$ 时，费用为： $5 \times 7 + 8 \times 2 = 51$ （元）；

当 $x=4$ ， $y=4$ 时，费用为： $5 \times 4 + 8 \times 4 = 52$ （元）；

当 $x=1$ ， $y=6$ 时，费用为： $5 \times 1 + 8 \times 6 = 53$ （元）；

当 $x=10$ ， $y=0$ 时，费用为： $5 \times 10 = 50$ （元）；

$$\text{Q } 50 < 51 < 52 < 53,$$

$\therefore$ 某同学正好买 40 个面包时，他最少需要花 50 元，故 A 正确.

故选：A.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程是解题的关键.

5.（2022 秋·八年级课时练习）周末，小明的妈妈让他到药店购买口罩和酒精湿巾，已知口罩每包 3 元，酒精湿巾每包 2 元，共用了 20 元钱（两种物品都买），小明的购买方案共有（ ）

A. 2 种

B. 3 种

C. 4 种

D. 5 种

【答案】B

【分析】设可以买 x 包口罩， y 包酒精湿巾，利用总价 = 单价 $\times$ 数量，即可得出关于 x ， y 的二元一次方程，结合 x ， y 均为正整数，即可得出购买方案的个数.

【详解】解：设可以买 x 包口罩， y 包酒精湿巾，

依题意得： $3x+2y=20$ ，

$$\therefore y = 10 - \frac{3}{2}x.$$

又 $\text{Q } x, y$ 均为正整数，

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=7 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=6 \\ y=1 \end{cases},$$

$\therefore$ 小明共有 3 种购买方案.

故选：B.

【点睛】本题考查了二元一次方程的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程是解题的关键.

6. (2023 春·七年级课时练习) 小明要用 80 元钱买 A 、 B 两种型号的口罩, 两种型号的口罩必须都买, 80 元钱全部用尽, A 型每个 6 元, B 型口罩每个 4 元, 则小明的购买方案有 ()

- A. 4 种 B. 6 种 C. 8 种 D. 10 种

【答案】B

【分析】设买 A 型号的口罩 x 个, B 型号的口罩 y 个, 得 $y = 20 - \frac{3}{2}x$, 根据题意列出符合题目的购买方案即可解答;

【详解】解: 设买 A 型号的口罩 x 个, B 型号的口罩 y 个, 且 x 、 y 均为正整数, 即有 $6x + 4y = 80$,

变形, 得 $y = 20 - \frac{3}{2}x$,

根据题意, 且 x 、 y 均为正整数,

当 $x = 2$ 时, $y = 20 - 3 = 17$;

当 $x = 4$ 时, $y = 20 - 6 = 14$;

当 $x = 6$ 时, $y = 20 - 9 = 11$;

当 $x = 8$ 时, $y = 20 - 12 = 8$;

当 $x = 10$ 时, $y = 20 - 15 = 5$;

当 $x = 12$ 时, $y = 20 - 18 = 2$;

符合题意, 所以小明的购买方案有 6 种;

故选: B.

【点睛】本题主要考查了求解二元一次方程的正整数解的知识, 正确理解题意, 找到两种口罩的数量关系是解题的关键.

7. (2023 春·七年级单元测试) 为迎接 2022 年北京冬奥会, 清华附中初二年级部开展了以“绿色冬奥, 人文冬奥, 科技冬奥”为主题的演讲比赛, 计划拿出 240 元钱全部用于购买奖品, 奖励优胜者, 已知一等奖品每件 15 元, 二等奖品每件 10 元, 则两种奖项齐全的购买方案有 ()

- A. 6 种 B. 7 种 C. 8 种 D. 9 种

【答案】B

【分析】设购买 x 件一等奖品, y 件二等奖品, 由题意: 现计划拿出 240 元钱全部用于购买奖品, 已知一等奖品每件 15 元, 二等奖品每件 10 元, 列出二元一次方程, 求出正整数解即可.

【详解】解: 设购买 x 件一等奖品, y 件二等奖品, 由题意得: $15x + 10y = 240$,

$$\therefore y = \frac{48-3x}{2},$$

又 $\because x, y$ 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=21 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=18 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=6 \\ y=15 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8 \\ y=12 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=12 \\ y=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=14 \\ y=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 购买方案有 7 种,

故选: B.

【点睛】本题考查了二元一次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出二元一次方程是解题的关键.

8. (2022 秋·全国·八年级专题练习) 某同学去蛋糕店买面包, 面包有 A, B 两种包装, 每个面包品质相同, 且只能整盒购买, 商品信息如下: 若某同学正好买了 50 个面包, 则他最少需要花 () 元.

	A 包装盒	B 包装盒
每盒面包个数 (个)	3	8
每盒价格 (元)	5	11

A. 71

B. 74

C. 75

D. 81

【答案】B

【分析】设购买 A 包装面包 x 盒, B 包装面包 y 盒, 由题意: 某同学正好买了 50 个面包, 结合表中信息列出二元一次方程, 求出非负整数解, 即可解决问题.

【详解】解: 设购买 A 包装面包 x 盒, B 包装面包 y 盒

由题意得: $3x+8y=50$

$$\text{解得} \begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=14 \\ y=1 \end{cases}$$

当 $x=6, y=4$ 时, 费用为

$$5 \times 6 + 11 \times 4 = 74 \text{ (元)};$$

当 $x=14, y=1$ 时, 费用为

$$5 \times 14 + 11 \times 1 = 81 \text{ (元)};$$

$$74 < 81$$

$\therefore$ 某同学正好买 50 个面包时, 他最少需要花 74 元

故选: B.

【点睛】本题考查了二元一次方程的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程是解题的关键．

9.（2022 秋·山东青岛·八年级山东省青岛实验初级中学校考期末）将一根长 9m 的铁丝截成 2m 和 1m 两种长度的铁丝（两种都有）如果没有剩余，那么截法有_____种．

【答案】4

【分析】先设出未知数，然后根据题意列出方程： $2x + y = 9$ ，然后利用 $y = 9 - 2x$ ，找出方程的正整数解即可求出．

【详解】解：设截成 2m 的有 x 段，1m 的有 y 段，且 $x \neq 0$ ， $y \neq 0$ ，

根据题意可列方程得： $2x + y = 9$ ，

则 $y = 9 - 2x$ ，

$\because x、y$ 均为正整数，

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时， $y = 7$ ；

当 $x = 2$ 时， $y = 5$ ；

当 $x = 3$ 时， $y = 3$ ；

当 $x = 4$ 时， $y = 1$ ；

$\therefore$ 方程的正整数解有 4 组，即截法有 4 种，

故答案为：4．

【点睛】本题考查的主要是二元一次方程的整数解，解题关键：列出方程并找出方程的正整数解．

10.（2023 春·浙江·七年级专题练习）小明在文化用品超市购买单价为 2 元的签字笔和单价为 3 元的笔记本，一共花了 17 元，则购买方案有_____种．

【答案】3

【分析】设购买签字笔 a 只，笔记本 b 本，根据题意列出二元一次方程，故可求解．

【详解】设购买签字笔 a 只，笔记本 b 本，根据题意可得 $2a + 3b = 17$

正整数解为 $\begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=7 \\ b=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=1 \\ b=5 \end{cases}$

故购买方案有 3 种，

故答案为：3

【点睛】本题主要考查二元一次方程的应用，解题的关键是根据题意找到数量关系列方程求解．

11.（2023 春·浙江·七年级专题练习）某班为奖励在校运动会上取得好成绩的同学，花了 200 元钱购买甲、乙两种奖品共 30 件，其中甲种奖品每件 8 元，乙种奖品每件 6 元，则购买了甲种奖品_____件

【答案】10

【分析】设购买甲种奖品 x 件，乙种奖品 y 件，根据甲，乙两种奖品共 30 件和花了 200 元钱购买甲，乙两种奖品，甲种奖品每件 8 元，乙种奖品每件 6 元，列出方程组，再进行求解即可。

【详解】解：设购买甲种奖品 x 件，乙种奖品 y 件，由题意得

$$\begin{cases} x+y=30 \\ 8x+6y=200 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases},$

答：购买了甲种奖品 10 件。

故答案为：10.

【点睛】此题主要考查了二元一次方程组的应用，关键是看懂题意，抓住题目中的关键语句，列出方程。

12. (2023 春·七年级单元测试) “无社团，不青春！”为丰富同学们的校园文化，学校在初一年级开展了丰富多彩的社团活动，某老师对参加音乐社、街舞社、动漫社的同学都准备 A、B 两种礼品。初步预算，三个社团各需两种礼品数量和之比为 1:1:2，需 A 的数量之比为 3:5:8，并且音乐社和街舞社需 B 礼品数量之比为 3:2。在实际购买时，A 的价格比预算低 20%，B 的价格比预算高 20%，A 购买数量减少了 3.125%，结果发现总费用与预算相等。则实际购买 A 的总费用与实际购买 B 的总费用之比为_____。

【答案】 $\frac{31}{54}/31:54$

【分析】设音乐社、街舞社、动漫社需要两种礼品的数量和分别为 x ， x ， $2x$ ，需 A 的数量分别为 $3y$ ， $5y$ ， $8y$ ，根据音乐社和街舞社需 B 礼品数量之比为 3:2 列式求出 $x=9y$ ，然后根据实际总费用与预算相等列方程求出 a 和 b 的关系，再计算实际购买 A 的总费用与实际购买 B 的总费用之比即可。

【详解】解：设音乐社、街舞社、动漫社需要两种礼品的数量和分别为 x ， x ， $2x$ ，需 A 的数量分别为 $3y$ ， $5y$ ， $8y$ ，

∴音乐社和街舞社需 B 礼品数量分别为： $x-3y$ ， $x-5y$ ，

$$\therefore \frac{x-3y}{x-5y} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore x=9y,$$

∴音乐社、街舞社、动漫社需要两种礼品的数量和分别为 $9y$ ， $9y$ ， $18y$ ，

∴音乐社、街舞社、动漫社需 B 的数量分别为 $6y$ ， $4y$ ， $10y$ ，

设原先 A 的价格为 a ，B 的价格为 b ，

根据题意可得，

$$a(1-20\%)(3y+5y+8y)(1-3.125\%)+b(1+20\%)(6y+4y+10y)=(3y+5y+8y)a+(6y+4y+10y)b,$$

整理得： $\frac{a}{b} = \frac{10}{9}$ ，

∴实际购买 A 的总费用与实际购买 B 的总费用之比为： $\frac{a(1-20\%)(3y+5y+8y)(1-3.125\%)}{b(1+20\%)(6y+4y+10y)}$

$$= \frac{12.4ay}{24by} = \frac{12.4}{24} \times \frac{10}{9} = \frac{31}{54}.$$

故答案为： $\frac{31}{54}$ 。

【点睛】本题主要考查了三元一次方程的应用，根据题意设出未知数，并表示出其余的未知量，求出 $x=9y$ 及 $\frac{a}{b} = \frac{10}{9}$ 是解题关键。

13. (2021 春·山东济南·七年级济南十四中校考期中) 现有球迷 150 人欲租用客车去观看足球赛，有 A, B, C 三种型号客车若干可供租用，载客量分别为 50 人，30 人，10 人，要求租用的车辆，每辆车必须满载，其中 A 型客车最多租两辆，则球迷们一次性到达赛场的租车方案有_____种。

【答案】12

【分析】设 B、C 两种车分别租 a 辆、 b 辆。然后根据三种情况：A 型号租 0 辆或 1 辆或 2 辆，列方程进行讨论。

【详解】解：设 B、C 两种车分别租 a 辆、 b 辆，

①当 A 型号租用 0 辆时，则有：

$$30a + 10b = 150,$$

$$3a + b = 15.$$

又∵ a, b 是整数，

则 $a=0, b=15$ 或 $a=1, b=12$ 或 $a=2, b=9$ 或 $a=3, b=6$ 或 $a=4, b=3$ 或 $a=5, b=0$ ；

②当 A 型号租用 1 辆时，则有：

$$30a + 10b = 150 - 50,$$

$$3a + b = 10,$$

又 a, b 是整数，

则 $a=0, b=10$ 或 $a=1, b=7$ 或 $a=2, b=4$ 或 $a=3, b=1$ ；

③当 A 型号租用 2 辆时，则有：

$$30a + 10b = 150 - 50 \times 2,$$

$$3a + b = 5,$$

又 a, b 是正整数，

则 $a=0$ ， $b=5$ 或 $a=1$ ， $b=2$ ；

综上所述，共有 12 种。

故答案为：12。

【点睛】本题主要考查的是二元一次方程组的应用，分类讨论是解题的关键。

14. (2023 春·重庆渝中·八年级重庆巴蜀中学校考阶段练习) 疫情之后，为尽快恢复实体经济，某地政府通过专项奖励、税费减免等举措，支持商家开展主题促销，发放消费券等活动来促进消费市场恢复。某票务平台经营飞跃丛林，观光巴士，海洋乐园，马戏城四种游玩票务。一张飞跃丛林票的成本价是一张观光巴士票的 2 倍，一张海洋乐园票和一张马戏城票的成本之和是一张飞跃丛林票成本价的 3 倍，一张海洋乐园票成本价和一张马戏城票之差是一张飞跃丛林票的 2 倍。商家得到支持，响应号召，降低利润之后推出 A，B，C 三种套餐。A 套餐中有观光巴士票若干（数量在 10 到 20 张之间），1 张飞跃丛林票，3 张海洋乐园票，4 张马戏城票。B 套餐中有 5 张观光巴士票，2 张飞跃丛林票，4 张海洋乐园票，6 张马戏城票。C 套餐中有 4 张观光巴士票，3 张飞跃丛林票，4 张海洋乐园票，2 张马戏城票。每种套餐的成本等于四种票的成本之和。每个 A 套餐的利润率为 7.5%，C 套餐利润率为 12.5%，B 套餐的利润率为 A 和 C 套餐利润率的平均数。一公司决定从该平台购买套票为 92 名员工发福利。该公司购买 A 套餐 20 份，最终票务平台获得的总利润率为单个 B 套餐的利润率。因员工需求，该公司需更多购买 B 套餐，则该公司购买 C 套餐_____个。

【答案】17

【分析】设出四种票务的单价，根据题意得出它们的关系，再求出各个套餐的利润，根据最终票务平台获得的总利润率为单个 B 套餐的利润率列出方程，求整数解即可。

【详解】解：设飞跃丛林，观光巴士，海洋乐园，马戏城四种游玩票务成本价分别为 a 、 b 、 c 、 d ，设 A 套餐中有观光巴士票 m 张，购买 C 套餐 n 个，

$$\text{由题意得，} \begin{cases} a=2b \\ c+d=3a \\ c-d=2a \end{cases}$$

$$\text{解得，} \begin{cases} a=2b \\ c=5b \\ d=b \end{cases}$$

则 A 套餐的成本为 $mb+2b+15b+4b=mb+21b$ ，利润为 $7.5\%(mb+21b)$ ；

则 B 套餐的成本为 $5b+4b+20b+6b=35b$ ，利润为 $\frac{12.5\%+7.5\%}{2} \times 35b = 3.5b$ ；

则 C 套餐的成本为 $4b+6b+20b+2b=32b$ ，利润为 $12.5\% \times 32b = 4b$ ；

由题意得， $20 \times 7.5\%(mb + 21b) + 3.5b(92 - 20 - n) + 4bn = 92 \times 3.5b$ ，

化简得， $3m + n = 77$ ，

公司需更多购买 B 套餐， A 套餐中有观光巴士票数量在 10 到 20 张之间，

当 $m = 20$ ，符合题意，此时 $n = 17$ ，

故答案为：17.

【点睛】本题考查了二元一次方程组及二元一次方程整数解问题，解题关键是设出未知数，根据题目中的数量关系列出方程.

15. (2022 秋·陕西渭南·八年级统考期末) 某学校举行“疫情防控”宣传活动，故购买 A 、 B 两种奖品以鼓励积极参与的学生. 经市场调查发现，若购买 A 种 6 件、 B 种 1 件，共需 100 元；若购买 A 种 5 件、 B 种 2 件，共需 88 元.

(1) A 、 B 两种奖品每件各多少元？

(2) 学校决定现要购买 A 种奖品 8 件、 B 种奖品 15 件，那么总费用是多少元？

【答案】(1) A 种奖品 16 元/件， B 种奖品 4 元/件

(2) 188 元

【分析】(1) 由题意可知两条等量关系分别为： $6 \times A$ 奖品价格 + $1 \times B$ 奖品价格 = 100， $5 \times A$ 奖品价格 + $2 \times B$ 奖品价格 = 88，根据等量关系列出二元一次方程组求解即可；

(2) 根据：总价 = 单价 $\times$ 数量，分别求出 A 、 B 两种奖品的总价，相加即可.

【详解】(1) 解：设 A 种奖品 x 元/件， B 种奖品 y 元/件，

由题意可列方程：
$$\begin{cases} 6x + y = 100 \text{①} \\ 5x + 2y = 88 \text{②} \end{cases}$$

由①得： $y = 100 - 6x$ ③，

将③代入②中得： $5x + 200 - 12x = 88$ ，

解得：
$$\begin{cases} x = 16 \\ y = 4 \end{cases}$$

答： A 种奖品 16 元/件， B 种奖品 4 元/件.

(2) 由题意得： $16 \times 8 + 4 \times 15 = 188$ (元)，

答：总费用为 188 元.

【点睛】本题考查用二元一次方程组解决实际问题，能够根据题意列出等量关系是解题的关键.

16. (2022 秋·全国·八年级专题练习) 某商场上周购进 2022

年冬奥会吉祥物冰墩墩与冬残奥会吉祥物雪容融两种毛绒玩具共100个，共花去12000元，这两种吉祥物毛绒玩具的进价、售价如下表：

	进价（元/个）	售价（元/个）
冰墩墩	150	195
雪容融	75	105

(1)求冰墩墩、雪容融这两种毛绒玩具分别购进了多少个？

(2)上周五售出这两种吉祥物毛绒玩具，共获得利210元．那么这一天售出的冰墩墩、雪容融这两种毛绒玩具分别是多少个？

【答案】(1)购进冰墩墩毛绒玩具60个，雪容融毛绒玩具40个

(2)售出冰墩墩毛绒玩具2个，雪容融毛绒玩具4个或售出冰墩墩毛绒玩具4个，雪容融毛绒玩具1个

【分析】(1)设购进冰墩墩毛绒玩具 x 个，雪容融毛绒玩具 y 个，根据数量关系列方程即可求解；

(2)由(1)可知毛绒玩具的价格，设售出冰墩墩毛绒玩具 m 个，雪容融毛绒玩具 n 个，由此列方程即可求解．

【详解】(1)解：设购进冰墩墩毛绒玩具 x 个，雪容融毛绒玩具 y 个，

$$\text{依题意得：} \begin{cases} x+y=100 \\ 150x+75y=12000 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} x=60 \\ y=40 \end{cases}.$$

$\therefore$ 购进冰墩墩毛绒玩具60个，雪容融毛绒玩具40个．

(2)解：设售出冰墩墩毛绒玩具 m 个，雪容融毛绒玩具 n 个，

$$\text{依题意得：} (195-150)m + (105-75)n = 210,$$

$$\therefore n = 7 - \frac{3}{2}m.$$

又 $\because m, n$ 均为正整数，

$$\therefore \begin{cases} m=2 \\ n=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=4 \\ n=1 \end{cases}.$$

$\therefore$ 售出冰墩墩毛绒玩具2个，雪容融毛绒玩具4个或售出冰墩墩毛绒玩具4个，雪容融毛绒玩具1个．

【点睛】本题主要考查二元一次方程组与销售问题的综合，理解题意中的数量关系列方程是解题的关键．

17. (2023春·全国·七年级专题练习)某商场计划拨款9万元购进50台电视机．已知厂家生产三种不同型号的电视机，出厂价分别为：甲种电视机每台1500元，乙种电视机每台2100元，丙种电视机每台2500元．

(1)若商场同时购进其中两种不同型号的电视机共 50 台，用去 9 万元，问有多少种不同的进货方案？并写出这些方案.

(2)若商场销售一台甲种电视机可获利 150 元，销售一台乙种电视机可获利 200 元，销售一台丙种电视机可获利 250 元. 在第 (1) 小题的几个方案中，为使销售时获得利润最多，你选择哪种方案？并说明理由.

【答案】(1)两种方案: 方案 1: 甲, 乙两种电视机各 25 台. 方案 2: 购买甲种电视机 35 台, 乙种电视机 15 台

(2)选择方案 2, 见解析

【分析】(1) 设购买电视机甲种 x 台, 乙种 y 台, 丙种 z 台, 由题意分别列出二元一次方程组, 解方程组即可求解;

(2) 根据 (1) 的结论分别求得获得的利润, 比较大小即可求解.

【详解】(1) 解: 设购买电视机甲种 x 台, 乙种 y 台, 丙种 z 台, 由题意得:

$$\textcircled{1} \begin{cases} x + y = 50 \\ 1500x + 2100y = 90000 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = 25 \\ y = 25 \end{cases};$

$$\textcircled{2} \begin{cases} y + z = 50 \\ 2100y + 2500z = 90000 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} y = 87.5 \\ z = -37.5 \end{cases}$ (舍去)

$$\textcircled{3} \begin{cases} x + z = 50 \\ 1500x + 2500z = 90000 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = 35 \\ z = 15 \end{cases}.$

故两种方案: 方案 1: 甲, 乙两种电视机各 25 台.

方案 2: 购买甲种电视机 35 台, 乙种电视机 15 台;

(2) 选择方案 2, 理由:

$\because$ 商场销售一台甲种电视机可获利 150 元, 销售一台乙种电视机可获利 200 元, 销售一台丙种电视机可获利 250 元,

$\therefore$ 方案 1: $25 \times 150 + 25 \times 200 = 8750$ (元),

方案 2: $35 \times 150 + 15 \times 250 = 9000$ (元),

故选择方案 2.

$\therefore$ 共有 5 种购买方案.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的应用, 根据题意列出方程组是解题的关键.

18. (2023 春·全国·七年级专题练习) 已知, 某医用材料厂商有甲、乙两条口罩生产线, 在原有产能下, 每天甲生产线比乙生产线少生产 56 万只, 两条生产线 3 天共生产口罩 336 万只.

(1) 在原有产能下, 求甲、乙两条生产线每天各生产口罩多少万只?

(2) 该厂家收到订单, 需要生产 840 万只口罩, 两条生产线同时工作了 2 天后, 该厂家加快了生产速度, 又用 5 天时间完成了全部订单, 求提升产能后, 该厂家的日产量增加了多少万只?

【答案】(1) 甲、乙两条生产线每天分别生产口罩 28 万只、84 万只;

(2) 提升产能后, 该厂家的日产量增加了 11.2 万只.

【分析】(1) 设甲、乙两条生产线每天分别生产口罩 x 万只、 y 万只, 根据“每天甲生产线比乙生产线少生产 56 万只, 两条生产线 3 天共生产口罩 336 万只”列二元一次方程组, 求解即可;

(2) 设提升产能后, 该厂家的日产量增加了 m 万只, 列一元一次方程求解即可.

【详解】(1) 解: 设甲、乙两条生产线每天分别生产口罩 x 万只、 y 万只,

$$\text{由题意得: } \begin{cases} 3(x+y)=336 \\ x+56=y \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=28 \\ y=84 \end{cases},$$

答: 甲、乙两条生产线每天分别生产口罩 28 万只、84 万只;

(2) 解: 设提升产能后, 该厂家的日产量增加了 m 万只,

$$\text{由题意得: } 2 \times (28+84) + 5 \times (28+84+m) = 840,$$

$$\text{解得: } m=11.2,$$

答: 提升产能后, 该厂家的日产量增加了 11.2 万只.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的应用, 一元一次方程的应用, 根据已知得出正确方程组或方程是解决本题的关键.

19. (2023 春·全国·七年级专题练习) 某医药超市销售 A、B 两种品牌的消毒液, 购买 2 瓶 A 品牌和 3 瓶 B 品牌的消毒液共需 160 元; 购买 3 瓶 A 品牌和 1 瓶 B 品牌的消毒液共需 135 元.

(1) 求这两种品牌消毒液的单价;

(2)某学校为了给教室进行充分消杀，准备花1050元购进A,B两种品牌的消毒液，且要求A品牌的消毒液的数量比B品牌多，请你给出有哪几种购买方案？

【答案】(1)A品牌消毒液的单价是35元，B品牌消毒液的单价是30元

(2)购买方案有两种，分别是：A品牌消毒液24瓶，购买B品牌消毒液7瓶；A品牌消毒液18瓶，购买B品牌消毒液14瓶

【分析】(1) 购买2瓶A品牌和3瓶B品牌共需160元；购买3瓶A品牌和1瓶B品牌共需135元，设A品牌的单价是 x 元，B品牌的单价是 y 元，根据数量关系列方程，即可求解；

(2) 由(1)中的单价可知，设购买A品牌消毒液 a 瓶，购买B品牌消毒液 b 瓶，且 $a > b > 0$ ，列出方程，通过试值的方法即可求解。

【详解】(1) 解：设A品牌消毒液的单价是 x 元，B品牌消毒液的单价是 y 元，

$$\therefore \begin{cases} 2x+3y=160 \\ 3x+y=135 \end{cases}, \text{解方程组得}, \begin{cases} x=35 \\ y=30 \end{cases},$$

$\therefore$ A品牌消毒液的单价是35元，B品牌消毒液的单价是30元。

(2) 解：设购买A品牌消毒液 a 瓶，购买B品牌消毒液 b 瓶，且 $a > b > 0$ ，

$$\therefore 35a+30b=1050, \text{即 } 7a+6b=210,$$

经过计算，当 b 的值取1,2,3,4,5,6是 a 为分数，不满足条件，

$$\therefore \text{当 } b=7 \text{ 时}, a=\frac{210-6b}{7}=\frac{168}{7}=24, \text{ 满足条件};$$

$$\text{当 } b=8 \text{ 时}, a=\frac{210-6\times 8}{7}=\frac{162}{7}=23\frac{1}{7}, \text{ 不满足条件};$$

$$\text{当 } b=9 \text{ 时}, a=\frac{210-6\times 9}{7}=\frac{156}{7}=22\frac{2}{7}, \text{ 不满足条件};$$

$$\text{当 } b=10 \text{ 时}, a=\frac{210-6\times 10}{7}=\frac{150}{7}=21\frac{3}{7}, \text{ 不满足条件};$$

...

$$\text{当 } b=14 \text{ 时}, a=\frac{210-6\times 14}{7}=\frac{126}{7}=18, \text{ 满足条件};$$

...

$$\text{当 } b=17 \text{ 时}, a=\frac{210-6\times 17}{7}=\frac{108}{7}=15\frac{3}{7}, \text{ 则 } a < b, \text{ 不满足条件};$$

综上所述，购买方案有两种，分别是A品牌消毒液24瓶，购买B品牌消毒液7瓶；A品牌消毒液18瓶，购买B品牌消毒液14瓶。

【点睛】本题主要考查二元一次方程组在实际中的运用，理解题目中的数量关系，列方程组，掌握解方程组，根据实际情况考虑未知数的取值是解题的关键。

20. (2023 春·浙江·七年级专题练习) 为更好地开展阳光体育活动，学校准备到某体育用品店购进一批 A 型篮球和 B 型篮球. 已知 A 型篮球的标价比 B 型篮球的标价每个贵 30 元，购买 8 个 A 型篮球和 10 个 B 型篮球共需 1320 元.

(1) A 型篮球和 B 型篮球的标价各是多少？

(2) 该体育用品店推出了以下优惠方案：

方案一：所有商品按标价的九折销售；

方案二：所有商品按标价购买，总费用超过 2000 元时，超过部分按七折收费.

学校计划在该店购买 20 个 A 型篮球和 30 个 B 型篮球，选择哪种方案更合算？请说明理由.

【答案】(1) A 型篮球的标价是 90 元， B 型篮球的标价是 60 元；

(2) 方案二更合算，理由见解析

【分析】(1) 设 A 型篮球的标价是 x 元， B 型篮球的标价是 y 元，根据“ A 型篮球的标价比 B 型篮球的标价每个贵 30 元，购买 8 个 A 型篮球和 10 个 B 型篮球共需 1320 元”，列出方程组，即可求解；

(2) 先求得按标价购买 20 个 A 型篮球和 30 个 B 型篮球的总费用为 3600 元，再分别求出选择方案一的总费用和选择方案二的总费用并且对两个结果比较大小，即可得到问题的答案.

【详解】(1) 解：设 A 型篮球的标价是 x 元， B 型篮球的标价是 y 元，根据题意得：

$$\begin{cases} x - y = 30 \\ 8x + 10y = 1320 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} x = 90 \\ y = 60 \end{cases},$

答： A 型篮球的标价是 90 元， B 型篮球的标价是 60 元；

(2) 解：方案二更合算，理由如下：

$$90 \times 20 + 60 \times 30 = 3600 \text{ 元},$$

即按标价购买 20 个 A 型篮球和 30 个 B 型篮球的总费用为 3600 元，

方案一：总费用为 $3600 \times 0.9 = 3240$ 元，

$$\text{方案二：总费用为 } 2000 + \frac{7}{10} \times (3600 - 2000) = 3120 \text{ 元},$$

$$\because 3240 > 3120,$$

∴方案二更合算.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程组的应用、方案选择型问题的求解等知识与方法，正确的用代数式表示购买 A 型篮球的总费用和购买 B 型篮球的总费用是解题的关键.

拓展培优练

1. (2022 春·湖南永州·七年级统考期中) 某水果店需要把 60 个一样的苹果分装到一些同样的水果篮里, 要求每个水果篮要有 4 个或者 5 个苹果, 请问有 () 种不同的分法.

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】C

【分析】将装 4 个苹果和 5 个苹果的水果篮的个数分别设出来, 然后列出所有情况即可求解.

【详解】解: 设装 4 个苹果的水果篮的个数为 x 个, 装 5 个苹果的水果篮的个数为 y 个,

$$\therefore 4x+5y=60,$$

当 $x=0$ 时, $y=12$, 满足条件,

当 $x=5$ 时, $y=8$, 满足条件,

当 $x=10$ 时, $y=4$, 满足条件,

当 $x=15$ 时, $y=0$, 满足条件,

$\therefore$ 有 4 种不同的分法.

故选 C.

【点睛】本题考查了二元一次方程的运用, 解题的关键是根据等量关系列出方程, 列出所有的情况.

2. (2022 秋·八年级课时练习) 为了更好做好防疫工作, 七年级一班班委商议, 用 210 元购买口罩和酒精湿巾 (两种物品都买), 其中口罩每包 10 元, 酒精湿巾每包 3 元, 在钱恰好用完的条件下, 则购买的方案种数为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【答案】D

【分析】设购进口罩 x 包, 酒精湿巾 y 包, 利用总价=单价 $\times$ 数量, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程, 结合 x, y 均为正整数, 即可得出购买方案的种数.

【详解】解: 设购进口罩 x 包, 酒精湿巾 y 包,

依题意得: $10x+3y=210$,

【答案】D

【分析】有两个等量关系：购买A种奖品钱数+购买B种奖品钱数+购买C种奖品钱数=200；C种奖品个数为1或2个．设两个未知数，得出二元一次方程，根据实际含义确定解．

【详解】解：设购买A种奖品 m 个，购买B种奖品 n 个，

当C种奖品个数为1个时，

根据题意得 $10m+20n+30=200$ ，

整理得 $m+2n=17$ ，

$\because m、n$ 都是正整数， $0<2n<17$ ，

$\therefore n=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ ；

当C种奖品个数为2个时，

根据题意得 $10m+20n+60=200$ ，

整理得 $m+2n=14$ ，

$\because m、n$ 都是正整数， $0<2n<14$ ，

$\therefore n=1, 2, 3, 4, 5, 6$ ；

$\therefore$ 有 $8+6=14$ 种购买方案．

故选：D．

【点睛】本题考查了二元一次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程，再求解．要注意题中未知数的取值必须符合实际意义．

5.（2022 秋·全国·八年级专题练习）随着“低碳生活，绿色出行”理念的普及，新能源汽车正逐步成为人们喜爱的交通工具．某汽车公司计划正好用 190 万元购买 A，B 两种型号的新能源汽车（两种型号的汽车均购买），其中 A 型汽车进价为 20 万元/辆，B 型汽车进价为 30 万元/辆，则 A，B 型号两种汽车一共最多购买（ ）

A. 9 辆

B. 8 辆

C. 7 辆

D. 6 辆

【答案】A

【分析】设购买 A，B 型号汽车分别购买 m ， n 辆，列出二元一次方程，根据 m ， n 的实际意义，分别求出 m ， n 的对应值，即可求解．

【详解】设购买 A，B 型号汽车分别购买 m ， n 辆，

$\because$ 两种型号的汽车均购买，

$\therefore m \geq 1, n \geq 1$ ，且 m, n 均为整数，

由题意得： $20m+30n=190$ ，即 $2m+3n=19$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/496213012042010234>