2025 年福建省宁德一中等重点中学高三数学试题 4 月联考试题

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0．5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的渐近线与圆 $\left(x-2\right)^2+y^2=1$ 相切，则双曲线的离心率为(　　)

A．2　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\sqrt{3}$

2．设 $\left(1+i\right)a=1+bi$，其中 *a*，*b* 是实数，则 $\left|a+2bi\right|=$（　　）

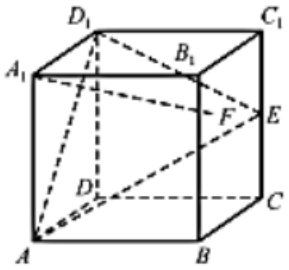
A．1　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$

3．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F，若双曲线 C 的一条渐近线的倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$，且点 F 到该渐近线的距离为 $\sqrt{3}$，则双曲线 C 的实轴的长为

A．1　　B．2

C．4　　D．$\frac{8\sqrt{5}}{5}$

4．在正方体 AC_1 中，*E* 是棱 CC_1 的中点，*F* 是侧面 BCC_1B_1 内的动点，且 A_1F 与平面 D_1AE 的垂线垂直，如图所示，下列说法不正确的是（　　）



A．点 *F* 的轨迹是一条线段　　B．A_1F 与 *BE* 是异面直线

C．A_1F 与 D_1E 不可能平行　　D．三棱锥 $F-ABD_1$ 的体积为定值

5．抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 *F*，点 $P(x,y)$ 为该抛物线上的动点，若点 $A(-1,0)$，则 $\frac{PF}{PA}$ 的最小值为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

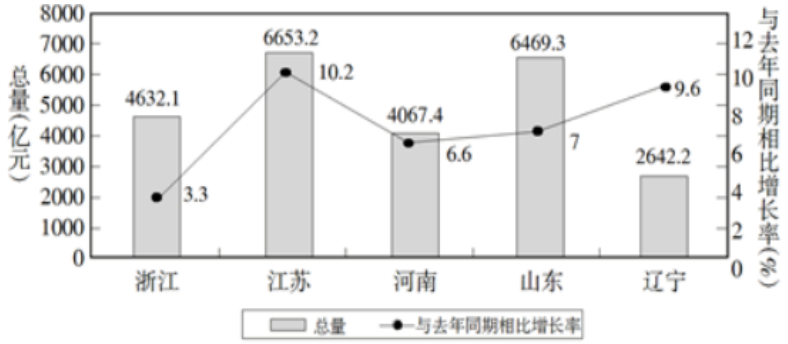
6．函数$f\left(x\right)=\sin 2x+m\sin x+3x$在$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$上单调递减的充要条件是（　　）

A．$m\le -3$　　B．$m\le -4$　　C．$m\le -\frac{8\sqrt{3}}{3}$　　D．$m\le 4$

7．若 *x*，*y* 满足约束条件$\begin{cases}x-y+4\ge 0,\\ x-2\le 0,\\ x+y-2\ge 0,\end{cases}$且$z=ax+y$的最大值为$2a+6$，则 *a* 的取值范围是（　　）

A．$[-1,+\infty)$　　B．$(-\infty,-1]$　　C．$(-1,+\infty)$　　D．$(-\infty,-1)$

8．如图所示是某年第一季度五省 GDP 情况图，则下列说法中不正确的是（　　）



A．该年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 3 的是山东省

B．与去年同期相比，该年第一季度的 GDP 总量实现了增长

C．该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省份有 2 个

D．去年同期浙江省的 GDP 总量超过了 4500 亿元

9．已知$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$是平面内三个单位向量，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$\left|\vec{a}+2\vec{c}\right|+\left|3\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}\right|$的最小值（　　）

A．$\sqrt{29}$　　B．$\sqrt{29}-3\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{19}-2\sqrt{3}$　　D．5

10．已知圆锥的高为 3，底面半径为$\sqrt{3}$，若该圆锥的顶点与底面的圆周都在同一个球面上，则这个球的体积与圆锥的体积的比值为(　　)

A．$\frac{5}{3}$　　B．$\frac{32}{9}$　　C．$\frac{4}{3}$　　D．$\frac{25}{9}$

11．设$a\in R$，$b>0$，则“$3^a>2b$”是“$a>\log_3 b$”的

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

12．

小明有 3 本作业本，小波有 4 本作业本，将这 7 本作业本混放在-起，小明从中任取两本.则他取到的均是自己的作业本的概率为(　　)

A．$\frac{1}{7}$　　B．$\frac{2}{7}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{18}{35}$

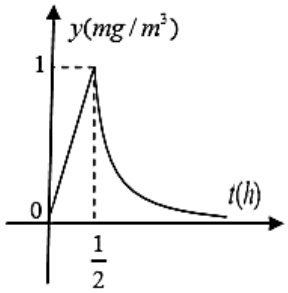
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知多项式$(1+ax)^5(1-2x)^4$的各项系数之和为 32，则展开式中含x项的系数为_____.

14．已知函数$f\left(x\right)=4\sin x+\frac{1}{3}x^3$在$x=0$处的切线与直线$nx-y-6=0$平行，则$n$为_____.

15．已知集合$A=\{2,5\},B=\{3,5\}$，则$A\cup B=$_____.

16．为了抗击新型冠状病毒肺炎，某医药公司研究出一种消毒剂，据实验表明，该药物释放量$y\left(mg/m^3\right)$与时间 t(h)的函数关系为$y=\begin{cases}kt, & 0<t<\frac{1}{2}\\ \frac{1}{kt}, & t\geq\frac{1}{2}\end{cases}$（如图所示），实验表明，当药物释放量$y<0.75\left(mg/m^3\right)$对人体无害.（1）$k=$_____；（2）为了不使人身体受到药物伤害，若使用该消毒剂对房间进行消毒，则在消毒后至少经过_____分钟人方可进入房间.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）在开展学习强国的活动中，某校高三数学教师成立了党员和非党员两个学习组，其中党员学习组有 4 名男教师、1 名女教师，非党员学习组有 2 名男教师、2 名女教师，高三数学组计划从两个学习组中随机各选 2 名教师参加学校的挑战答题比赛.

（1）求选出的 4 名选手中恰好有一名女教师的选派方法数；

（2）记 *X* 为选出的 4 名选手中女教师的人数，求 *X* 的概率分布和数学期望.

18.（12 分）已知函数$f\left(x\right)=\ln x$.

（1）求函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)-x+1$的零点；

（2）设函数$f\left(x\right)$的图象与函数$y=x+\frac{a}{x}-1$的图象交于$A\left(x_1,\ y_1\right)$，$B\left(x_1,\ y_1\right)\left(x_1<x_2\right)$两点，求证：$a<x_1x_2-x_1$；

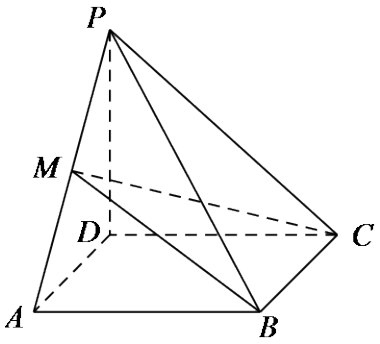
（3）若$k>0$，且不等式$\left(x^2-1\right)f\left(x\right)\geqslant k\left(x-1\right)^2$对一切正实数 *x* 恒成立，求 *k* 的取值范围.

19.（12 分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是矩形，M是PA的中点，$PD\perp$平面$ABCD$，且

$PD = CD = 4$，$AD = 2$．

（1）求 AP 与平面 CMB 所成角的正弦.

（2）求二面角 $M-CB-P$ 的余弦值.

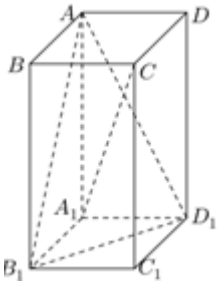


20.（12 分）已知函数 $f(x)=m\sin x+\sqrt{2}\cos x(m>0)$ 的最大值为 2.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调递减区间；

（Ⅱ）ΔABC 中，$f(A-\frac{\pi}{4})+f(B-\frac{\pi}{4})=4\sqrt{6}\sin A\sin B$，角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c，且 $C=60^0,c=3$，求 ΔABC 的面积.

21.（12 分）如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 $AB=1$，$BB_1=2$.



（1）求异面直线 A_1C 与直线 AD_1 所成的角的大小；

（2）求点 C 到平面 AB_1D_1 的距离.

22.（10 分）已知 $f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x-\cos^2 x-\frac{1}{2}$，$x\in\mathbf{R}$.

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间；

（2）$\vee ABC$ 的三个内角 A、B、C 所对边分别为 a、b、c，若 $f\left(A\right)=-\frac{3}{2}$ 且 $a=2$，求 $\vee ABC$ 面积的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．C

【解析】

利用圆心$(2,0)$到渐近线的距离等于半径即可建立a,b,c间的关系.

【详解】

由已知，双曲线的渐近线方程为$bx\pm ay=0$，故圆心$(2,0)$到渐近线的距离等于 1，即$\frac{|2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=1$，

所以$a^2=3b^2$，$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+(\frac{b}{a})^2}=\sqrt{1+\frac{1}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：C.

本题考查双曲线离心率的求法，求双曲线离心率问题，关键是建立a,b,c三者间的方程或不等关系，本题是一道基础题.

2．D

【解析】

根据复数相等，可得a,b，然后根据复数模的计算，可得结果.

【详解】

由题可知：$(1+i)a=1+bi$，

即$a+ai=1+bi$，所以$a=1,b=1$

则$|a+2bi|=|1+2i|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

故选：D

本题考查复数模的计算，考验计算，属基础题.

3．B

【解析】

双曲线C的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$，由题可知$\frac{b}{a}=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$.

设点$F(\mathrm{c},0)$，则点F到直线$y=\sqrt{3}x$的距离为$\frac{|\sqrt{3}c|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=\sqrt{3}$，解得$c=2$，

所以$c^2=a^2+b^2=a^2+3a^2=4a^2=4$，解得$a=1$，所以双曲线$C$的实轴的长为$2a=2$，故选 B.

4．C

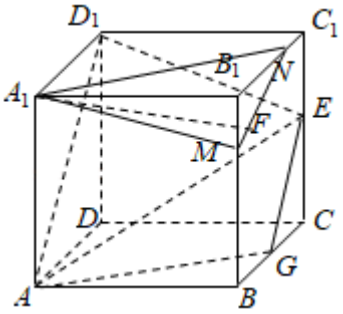
【解析】

分别根据线面平行的性质定理以及异面直线的定义，体积公式分别进行判断．

【详解】

对于 A，设平面 AD_1E 与直线 BC 交于点 G，连接 AG、EG，则 G 为 BC 的中点

分别取 B_1B、B_1C_1 的中点 M、N，连接 AM、MN、AN，



$\because A_1M // D_1E$，$A_1M \not\subset$ 平面 D_1AE，$D_1E \subset$ 平面 D_1AE，

$\therefore A_1M //$ 平面 D_1AE．同理可得 $MN //$ 平面 D_1AE，

$\because A_1M$、MN 是平面 A_1MN 内的相交直线

$\therefore$ 平面 $A_1MN //$ 平面 D_1AE，由此结合 $A_1F //$ 平面 D_1AE，可得直线 $A_1F \subset$ 平面 A_1MN，

即点 F 是线段 MN 上上的动点．$\therefore A$ 正确．

对于 B，$\because$ 平面 $A_1MN //$ 平面 D_1AE，BE 和平面 D_1AE 相交，

$\therefore A_1F$ 与 BE 是异面直线，$\therefore B$ 正确．

对于 C，由 A 知，平面 $A_1MN //$ 平面 D_1AE，

$\therefore A_1F$ 与 D_1E 不可能平行，$\therefore C$ 错误．

对于 D，因为 $MN // EG$，则 F 到平面 AD_1E 的距离是定值，三棱锥 $F-AD_1E$ 的体积为定值，所以 D 正确；

故选：C．

本题考查了正方形的性质、空间位置关系、空间角、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

5．B

【解析】

通过抛物线的定义，转化 $PF=PN$，要使 $\frac{|PF|}{|PA|}$ 有最小值，只需 $\angle APN$ 最大即可，作出切线方程即可求出比值的最小值.

【详解】

解：由题意可知，抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程为 $x=-1$， $A(-1,0)$，

过 P 作 PN 垂直直线 $x=-1$ 于 N，

由抛物线的定义可知 $PF=PN$，连结 PA，当 PA 是抛物线的切线时，$\frac{|PF|}{|PA|}$ 有最小值，则 $\angle APN$ 最大，即 $\angle PAF$ 最大，就是直线 PA 的斜率最大，

设在 PA 的方程为：$y=k(x+1)$，所以 $\begin{cases}y=k(x+1)\\ y^2=4x\end{cases}$，

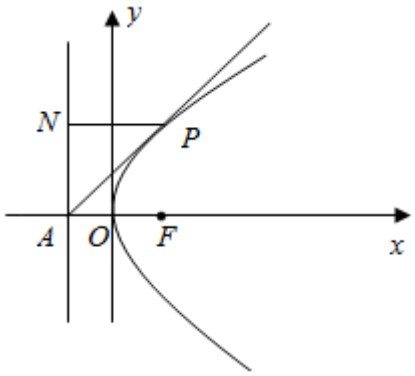
解得：$k^2x^2+(2k^2-4)x+k^2=0$，

所以 $\Delta=(2k^2-4)^2-4k^4=0$，解得 $k=\pm1$，

所以 $\angle NPA=45°$，

$\frac{|PF|}{|PA|}=\cos\angle NPA=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：B.



本题考查抛物线的基本性质，直线与抛物线的位置关系，转化思想的应用，属于基础题.

6．C

【解析】

先求导函数，函数在 $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$ 上单调递减则 $f'(x)\le0$ 恒成立，对导函数不等式换元成二次函数，结合二次函数的性质和图象，列不等式组求解可得.

【详解】

依题意，$f'(x)=2\cos 2x+m\cos x+3=4\cos^2 x+m\cos x+1$，

令$\cos x=t$，则$t\in[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$，故$4t^2+mt+1\le 0$在$[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}]$上恒成立；

结合图象可知，$\begin{cases}4\times\frac{1}{4}+m\times\frac{1}{2}+1\geqslant 0\\ 4\times\frac{3}{4}+m\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1\geqslant 0\end{cases}$，解得$\begin{cases}m\geqslant -4\\ m\geqslant -\frac{8\sqrt{3}}{3}\end{cases}$

故$m\le -\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

故选：C.

本题考查求三角函数单调区间. 求三角函数单调区间的两种方法:

(1)代换法：就是将比较复杂的三角函数含自变量的代数式整体当作一个角u(或t)，利用基本三角函数的单调性列不等式求解；

(2)图象法：画出三角函数的正、余弦曲线，结合图象求它的单调区间.

7．A

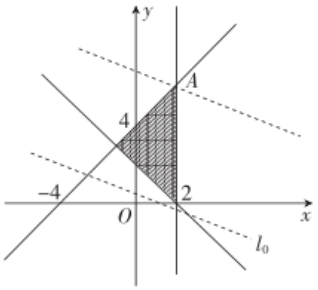
【解析】

画出约束条件的可行域，利用目标函数的最值，判断 a 的范围即可．

【详解】

作出约束条件表示的可行域，如图所示.因为$z=ax+y$的最大值为$2a+6$，所以$z=ax+y$在点$A(2,6)$处取得最大值，则$-a\le 1$，即$a\ge -1$.

故选：A



本题主要考查线性规划的应用，利用 z 的几何意义，通过数形结合是解决本题的关键．

8．D

【解析】

根据折线图、柱形图的性质，对选项逐一判断即可．

【详解】

由折线图可知 A、B 项均正确，该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的

省份有江苏均第一.河南均第四.共 2 个.故 C 项正确；$4632.1\div(1+3.3\%)\approx 4484<4500$.

故 D 项不正确.

故选：D.

本题考查折线图、柱形图的识别，考查学生的阅读能力、数据处理能力，属于中档题.

9．A

【解析】

由于 $\vec{a}\perp\vec{b}$，且为单位向量，所以可令 $\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(0,1)$，再设出单位向量 $\vec{c}$ 的坐标，再将坐标代入 $|\vec{a}+2\vec{c}|+|3\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}|$ 中，利用两点间的距离的几何意义可求出结果.

【详解】

解：设 $\vec{c}=(x,y)$，$\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(0,1)$，则 $x^2+y^2=1$，从而

$$|\vec{a}+2\vec{c}|+|3\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}|=\sqrt{(2x+1)^2+(2y)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2}$$

$$=\sqrt{3(x^2+y^2)+x^2+y^2+4x+1}+\sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2}$$

$$=\sqrt{(x+2)^2+y^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2}\geq\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$$，等号可取到.

故选：A

此题考查的是平面向量的坐标、模的运算，利用整体代换，再结合距离公式求解，属于难题.

10．B

【解析】

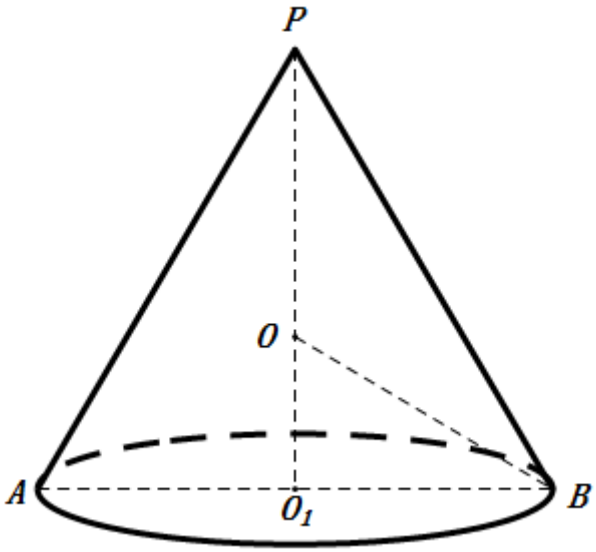
计算求半径为 $R=2$，再计算球体积和圆锥体积，计算得到答案.

【详解】

如图所示：设球半径为 R，则 $R^2=(3-R)^2+\sqrt{3}^2$，解得 $R=2$.

故求体积为：$V_1=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{32}{3}\pi$，圆锥的体积：$V_2=\frac{1}{3}\pi\sqrt{3}^2\times 3=3\pi$，故 $\frac{V_1}{V_2}=\frac{32}{9}$.

故选：B.



本题考查了圆锥，球体积，圆锥的外接球问题，意在考查学生的计算能力和空间想象能力.

11．A

【解析】

根据对数的运算分别从充分性和必要性去证明即可.

【详解】

若$3^a > 2b$，　$b > 0$，则$a > \log_3 2b$，可得$a > \log_3 b$；

若$a > \log_3 b$，可得$3^a > b$，无法得到$3^a > 2b$，

所以“$3^a > 2b$”是“$a > \log_3 b$”的充分而不必要条件.

所以本题答案为 A.

本题考查充要条件的定义，判断充要条件的方法是：

① 若$p \Rightarrow q$为真命题且$q \Rightarrow p$为假命题，则命题p是命题q的充分不必要条件；

② 若$p \Rightarrow q$为假命题且$q \Rightarrow p$为真命题，则命题p是命题q的必要不充分条件；

③ 若$p \Rightarrow q$为真命题且$q \Rightarrow p$为真命题，则命题p是命题q的充要条件；

④ 若$p \Rightarrow q$为假命题且$q \Rightarrow p$为假命题，则命题p是命题q的即不充分也不必要条件.

⑤ 判断命题p与命题q所表示的范围，再根据“谁大谁必要，谁小谁充分”的原则，判断命题p与命题q的关系.

12．A

【解析】

利用$P = \frac{n_A}{n}$计算即可，其中n_A表示事件A所包含的基本事件个数，n为基本事件总数.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/497053040125006146