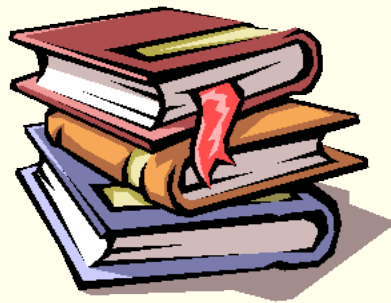
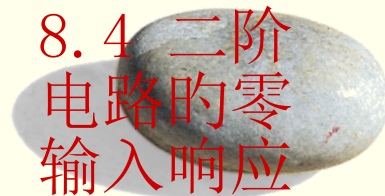


## 第8章 电路的暂态分析

### 8.1 换路定律



### 8.4 二阶电路的零输入响应

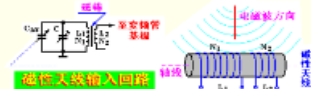


### 8.2 一阶电路的暂态分析



### 8.3 一阶电路的阶跃响应

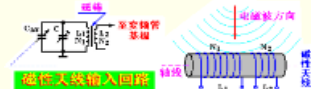




## 本章的学习目的和要求

了解“暂态”与“稳态”之间的区别与联络；熟悉“换路”这一名词的含义；牢固掌握换路定律；了解暂态分析中的“零输入响应”、“零状态响应”“全响应”及“阶跃响应”等概念；充分了解一阶电路中暂态过程的规律；熟练掌握一阶电路暂态分析的三要素法；了解二阶电路自由振荡的过程。





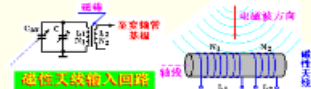
## 8.1 换路定律

**学习目的：** 了解暂态分析中的某些基本概念；了解“换路”的含义；熟悉换路定律的内容及了解其内涵，初步掌握其应用。

### 8.1.1 基本概念

- 状态变量：** 代表物体所处状态的可变化量称为状态变量。如电感元件的 $i_L$ 及电容元件的 $u_C$ 。
- 换路：** 引起电路工作状态变化的多种原因。如：电路接通、断开或构造和参数发生变化等。

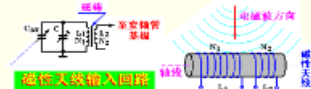




## 8.1 换路定律

- 暂态：**动态元件 $L$ 的磁场能量 $W_L=0.5LI^2$ 和 $C$ 的电场能量 $W_C=0.5CU_C^2$ ，在电路发生换路时肯定产生变化，因为这种变化连续的时间非常短暂，通常称为“暂态”。
- 零输入响应：**电路发生换路前，动态元件中已储有原始能量。换路时，外部输入鼓励为零，仅在动态元件原始能量作用下引起的电路响应。
- 零状态响应：**动态元件的原始储能为零，仅在外部输入鼓励的作用下引起的电路响应。
- 全响应：**电路中既有外部鼓励，动态元件的原始储能也不为零，这种情况下换路引起的电路响应。





## 换路定律

因为能量不能发生跃变，与能量有关的 $i_L$ 和 $u_C$ ，在电路发生换路后的一瞬间，其数值肯定等于换路前一瞬间的原有值不变。

换路定律用公式可表达为：

$$i_L(0+) = i_L(0-)$$

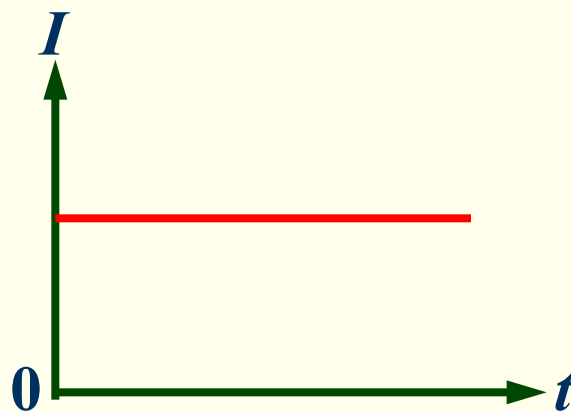
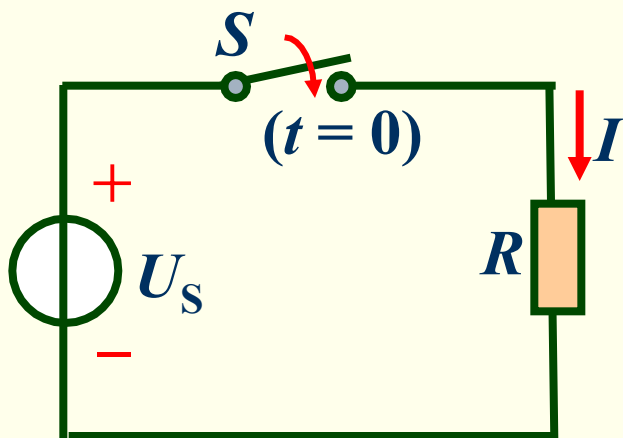
$$u_C(0+) = u_C(0-)$$

换路发生在 $t=0$ 时刻， $(0-)$ 为换路前一瞬间，该时刻  
电  
路还未换路； $(0+)$ 为换路后一瞬间，此时刻电路已经换路。



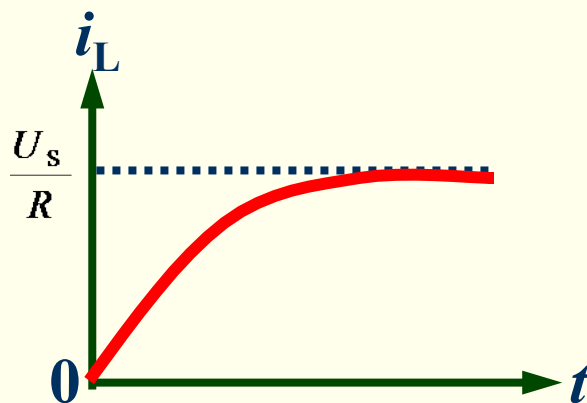
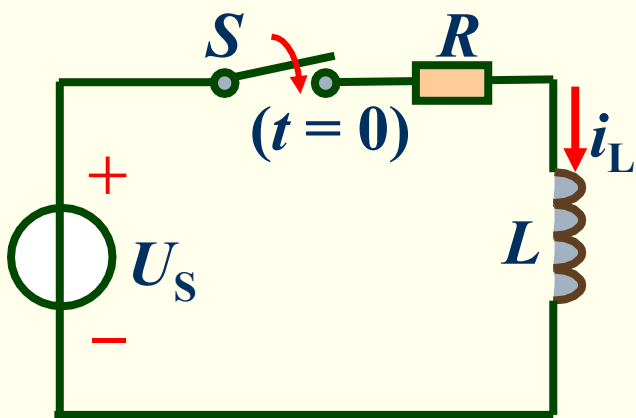
## 暂态过程产生的原因

### 电阻电路



电阻元件是耗能元件，其电压、电流在任一瞬间均遵照欧姆定律的即时相应关系。所以，电阻元件上不存在暂态过程。

## R-L电路

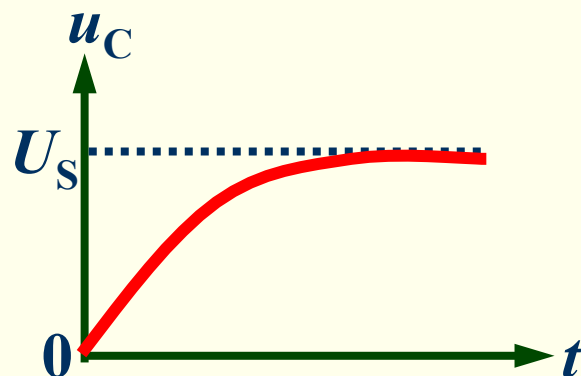
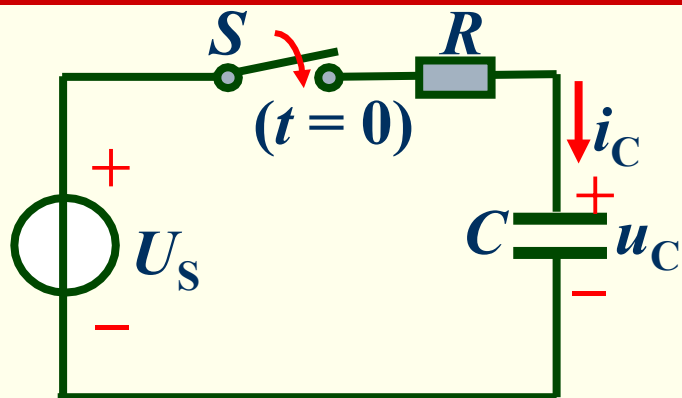


电感元件是储能元件，其电压、电流在任一瞬间均遵照微分(或积分)的动态关系。它储存的磁能：

$$W_L = \int_0^t u i dt = \frac{1}{2} L i_L^2$$

因为能量的存储和释放需要一种过程，所以有电感的电路存在过渡过程。

## R-C电路



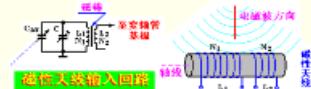
电容元件也是储能元件，其电压、电流在任一瞬间也遵照微分(或积分)的动态关系。它储存的电能：

$$W_C = \int_0^t u i dt = \frac{1}{2} C u_C^2$$

因为能量的存储和释放需要一种过程，所以有电容的电路也存在过渡过程。







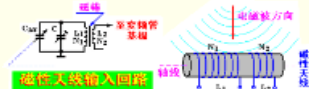
电路初始值的拟定

**初始值（起始值）：** 电路中  $u$ 、 $i$  在  $t=0^+$  时的大小。

## 求解要点

1. 根据换路前一瞬间的电路，应用电路基本定律拟定  $i_L(0^+)$  和  $u_C(0^+)$ 。
2. 根据换路后的等效电路，应用电路基本定律拟定其他电量的初始值。



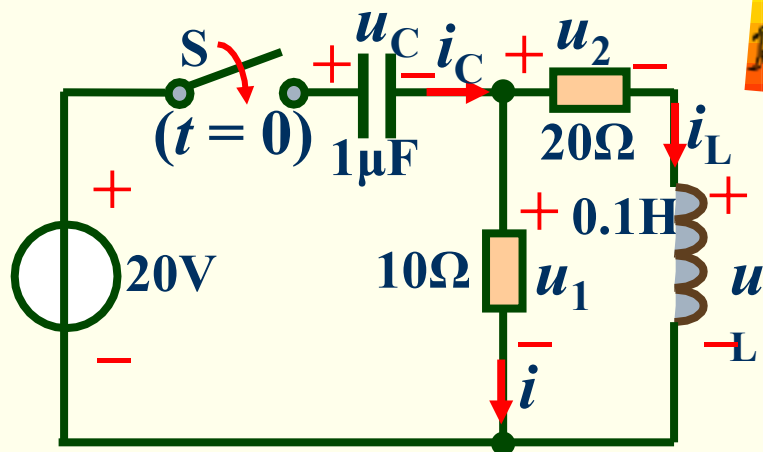


已知  $i_L(0_-) = 0$ ,  $u_C(0_-) = 0$ , 试求 S 闭合瞬间, 电路中所标示的各电压、电流的初始值。



根据换路定律可得:

$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$ , 相当于开路  
 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$ , 相当于短路  
 可得  $t = 0_+$  时等效电路如下

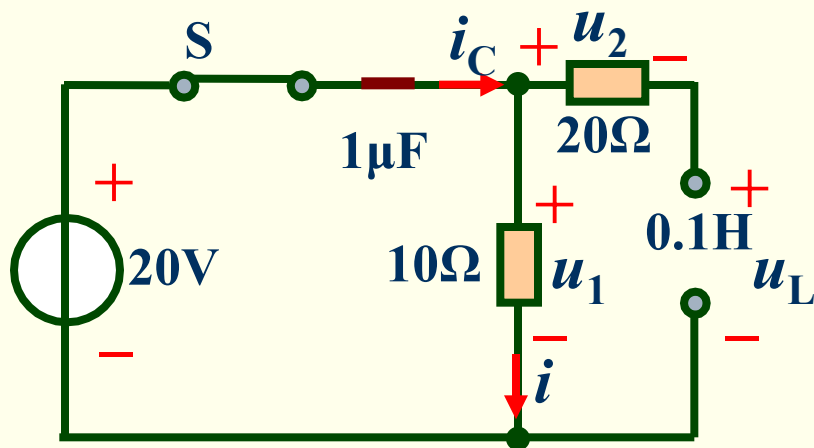


其他各量的初始值为:

$$u_L(0_+) = u_1(0_+) = 20V$$

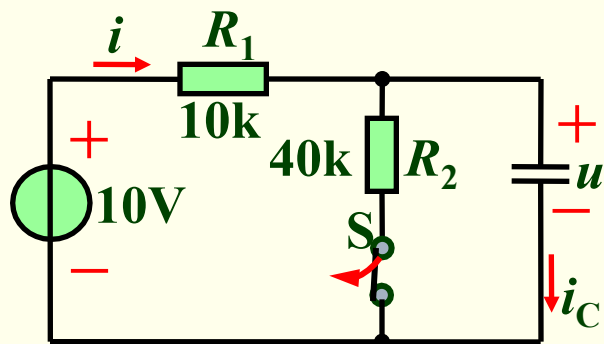
$$u_2(0_+) = 0$$

$$i_C(0_+) = i(0_+) = \frac{20}{10} = 2A$$





换路前电路已达稳态， $t=0$ 时S打开，求  $i_C(0+)$ 。



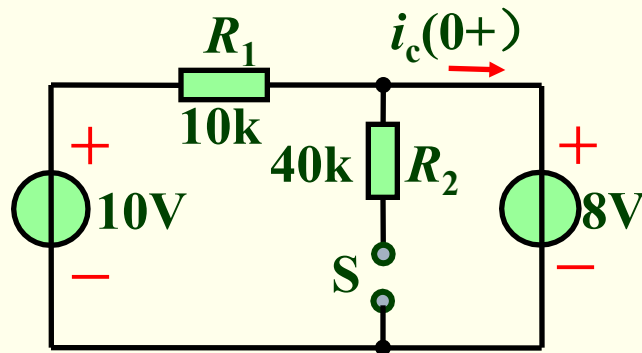
根据换路前电路求  $u_C(0+)$

$$u_C(0+) = u_C(0-) = u_{R_2}(0-) = 10 \frac{40}{10 + 40} = 8V$$

画出  $t=0+$  等效电路图如下：

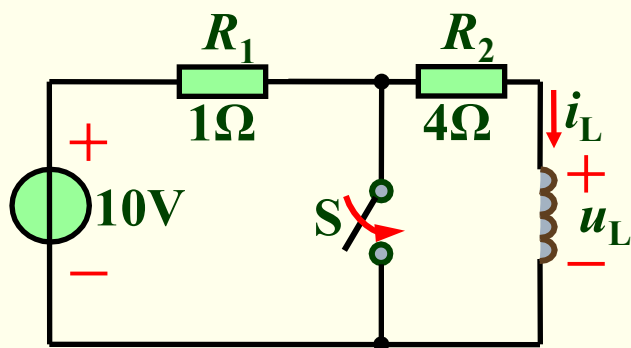
根据  $t=0+$  等效电路可求得  $i_C(0+)$  为：

$$i_C(0+) = \frac{U_S - u_C(0-)}{R_1} = \frac{10 - 8}{10} = 0.2\text{mA}$$





换路前电路已达稳态， $t=0$ 时S闭合，求  $u_L(0+)$ 。

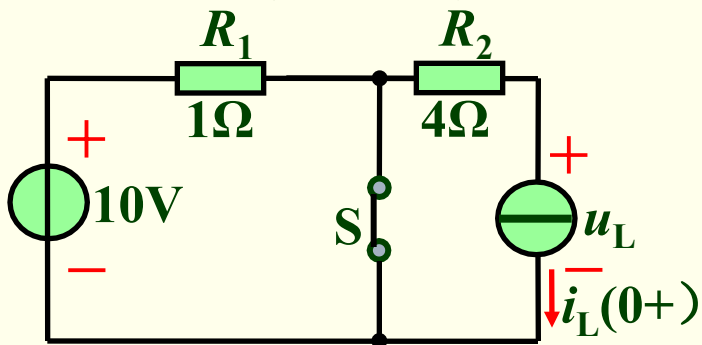


根据换路前电路求  $i_L(0+)$

$$i_L(0+) = i_L(0-) = \frac{U_s}{R_1 + R_2} = \frac{10}{1 + 4} = 2A$$

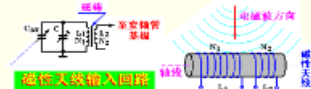
根据  $t=0+$  等效电路可求  $u_L(0+)$  为

画出  $t=0+$  等效电路图如下：



$$u_L(0+) = -i_L(0+)R_2 = -2 \times 4 = -8V$$

$u_L(0+)$  为负值，阐明它的真实方向与图上标示的参照方向相反，即与  $i_L(0+)$  非关联，实际向外供出能量。



## 求初始值的一般环节

- 1、由换路前电路（稳定状态）求  $u_C(0^-)$  和  $i_L(0^-)$ ;
- 2、由换路定律得  $u_C(0^+)$  和  $i_L(0^+)$ ;
- 3、画出  $t=0^+$  的等效电路图：  
 $u_C(0^+)=0$  时相当短路； $u_C(0^+) \neq 0$  时相当电压源；  
 $i_L(0^+)=0$  时相当开路； $i_L(0^+) \neq 0$  时相当电流源；电  
压源或电流源的方向与原电路假定的电容电压、电感  
电流的参照方向应保持相同。
- 4、由  $t=0^+$  的等效电路图进而求出其他响应的  $0^+$  值。



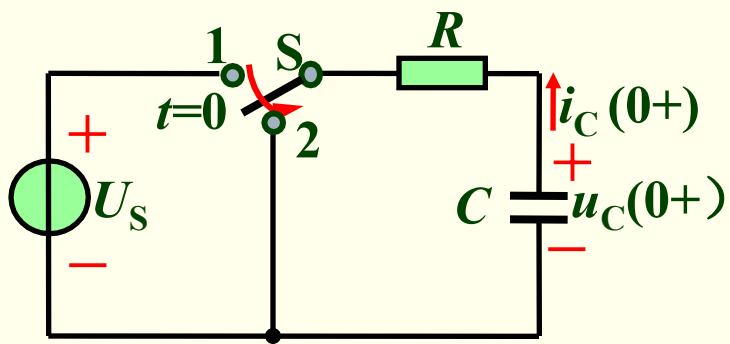
## 8.2 一阶电路的暂态分析

**学习目的：**了解一阶电路暂态分析中响应的规律；深刻了解时间常数  $\tau$  的概念及物理意义；牢固掌握一阶电路的三要素法。

### 一阶电路的零输入响应

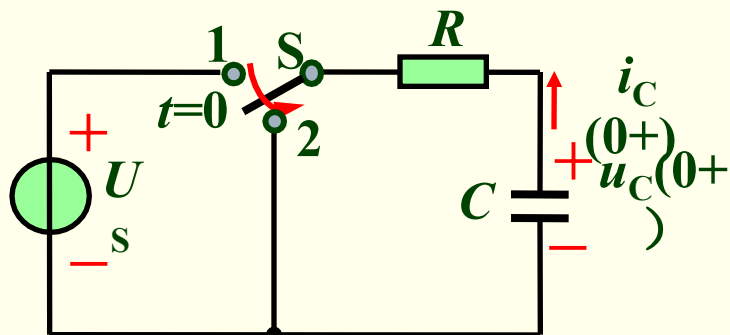
只具有一种动态元件（因变量）的一阶微分方程描述的电路，称为**一阶电路**。

#### 1. RC电路的零输入响应



左图所示电路在换路前已达稳态。 $t=0$ 时开关由位置1迅速投向位置2，之后由 $u_C(0+)$ 经 $R$ 引起的电路响应称为**RC电路的零输入响应**。

## RC电路的零输入响应



根据RC零输入响应电路可列写出电路方程为：

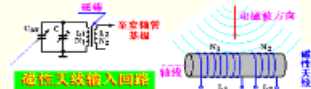
$$RC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

这是一种一阶的常系数齐次微分方程，对其求解可得：

$$u_c(t) = u_c(0+)e^{-\frac{t}{\tau}} = U_s e^{-\frac{t}{RC}}$$

式中的 $\tau=RC$ 称为一阶电路的**时间常数**。假如让电路中的 $U_s$ 不变而取几组不同数值的 $R$ 和 $C$ ，观察电路响应的变化可发现： $RC$ 值越小，放电过程进行得越快； $RC$ 值越大，放电过程进行得越慢，这阐明 $RC$ 放电的快慢程度取决于时间常数 $\tau$ —— $R$ 和 $C$ 的乘积。





$$u_C(t) = u_C(0+)e^{-\frac{t}{\tau}} = U_S e^{-\frac{t}{RC}}$$

式中 $R$ 用 $\Omega$ ， $C$ 用 $F$ 时，时间常数 $\tau$ 的单位是秒 $[s]$ 。假如我们让上式中的时间 $t$ 分别取 $1\tau$ 、 $2\tau$ 直至 $5\tau$ ，可得到如下表所示的电容电压在各个时刻的数值：

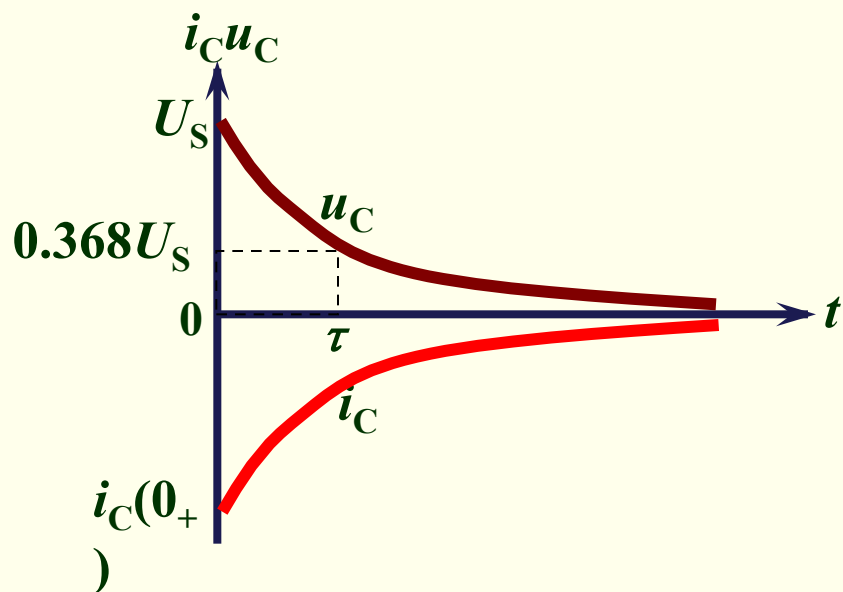
$1\tau$	$2\tau$	$3\tau$	$4\tau$	$5\tau$
$e^{-1}$	$e^{-2}$	$e^{-3}$	$e^{-4}$	$e^{-5}$
$0.368U_S$	$0.135U_S$	$0.050U_S$	$0.018U_S$	$0.007U_S$

由表可知，经历一种 $\tau$ 的时间，电容电压衰减到初始值的36.8%；经因两个 $\tau$ 的时间，电容电压衰减到初始值的13.5%；经历3~5 $\tau$ 时间后，电容电压的数值已经微不足道，虽然理论上暂态过程时间为无穷，但在工程上一般认为3~5 $\tau$ 暂态过程基本结束。



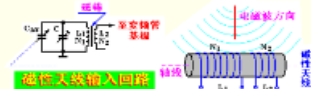


## RC过渡过程中的响应规律曲线

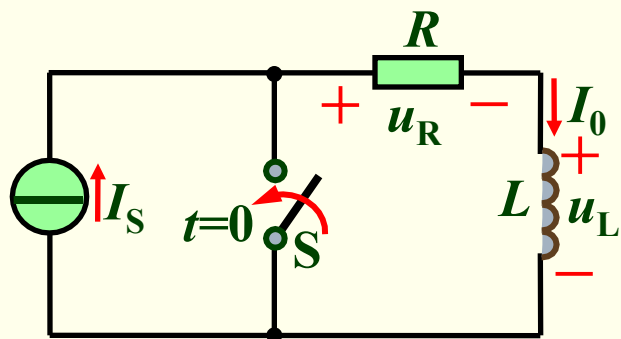


RC过渡过程响应的波形图告诉我们：它们都是按指数规律变化，其中电压在横轴上方，电流在横轴下方，阐明两者方向上非关联，电容放电电流为：

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{U_S e^{-\frac{t}{RC}}}{dt} = \frac{u_C(0_+)}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$



## 2. $RL$ 电路的零输入响应



左图所示电路在换路前已达稳态。 $t=0$ 时开关闭合，之后电流源不起作用，暂态过程在 $R$ 和 $L$ 构成的回路中进行，仅由 $i_L(0+) = I_0$ 在电路中

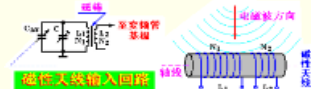
引起的响应称为 $RL$ 电路的零输入

响应。根据 $RL$ 零输入响应电路可列写出方程为  $Ri + L \frac{di}{dt} = 0$

若以 $i_L$ 为待求响应，可得上式的解为：

$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = i_L(0+) e^{-\frac{R}{L}t}$$

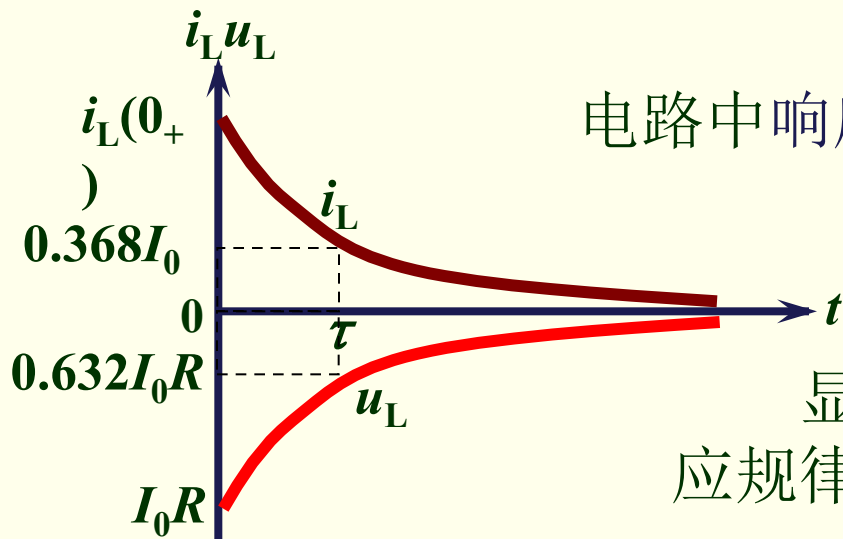




$$i_L(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = i_L(0+)e^{-\frac{R}{L}t}$$

式中  $\tau = \frac{L}{R}$  称为  $RL$  一阶电路的**时间常数**，其大小同样反应了  $RL$  一阶电路暂态过程进行的快慢程度。

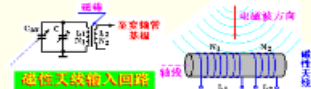
电感元件两端的电压：
$$u_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = -RI_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$



电路中响应的波形图如左下图所示：

显然  $RL$  一阶电路的零输入响应规律也是**指数规律**。

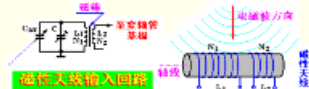




## 一阶电路的零输入响应分析归纳

- 1、一阶电路的零输入响应都是随时间按指数规律衰减到零的，这实际上反应了在没有电源作用下，储能元件的原始能量逐渐被电阻消耗掉的物理过程；
- 2、零输入响应取决于电路的原始能量和电路特征，对于一阶电路来说，电路的特征是经过时间常数  $\tau$  来体现的；
- 3、原始能量增大A倍，则零输入响应将相应增大A倍，这种原始能量与零输入响应的线性关系称为零线性。

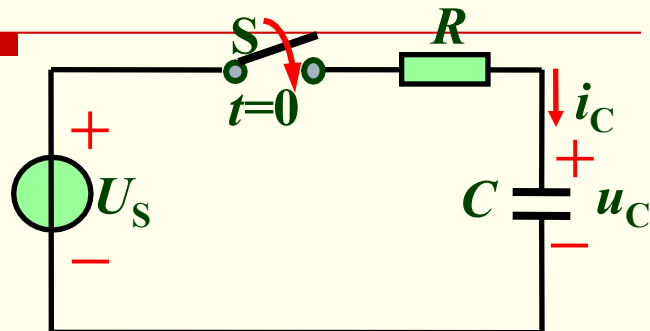




## 一阶电路的零状态响应

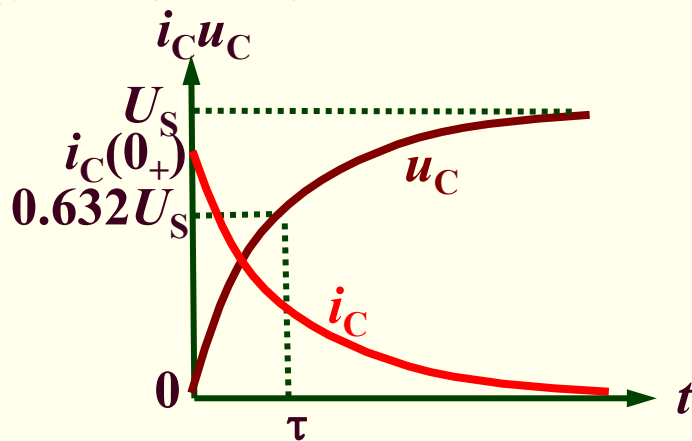
### 1. RC电路的零状态响应

图示电路在换路前电容元件的原始能量为零， $t=0$ 时开关S闭合之后电容上电压、电流的变化称为**RC电路的零状态响应**。

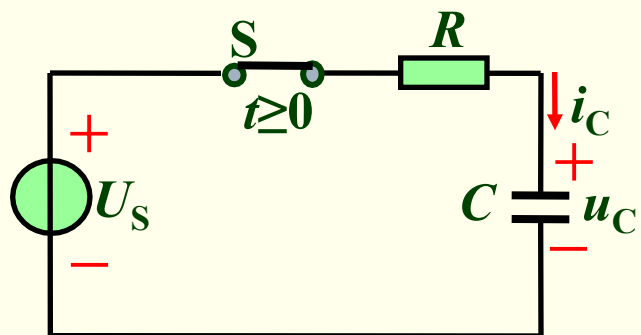


RC电路的零状态响应和零输入响应一样，都是按指数规律变化，显然这个暂态过程是电容元件的充电过程：充电电流 $i_C$ 按指数规律衰减；电容电压 $u_C$ 按指数规律增长，用曲线可描述为：

可见在RC充电电路中，电容元件上的电压与电流**方向关联**，元件向电路**吸收电能建立电场**。



## RC零状态响应电路中的计算公式



由RC零状态响应电路图可得过渡过程结束时电容的极间电压(即换路后的新稳态值)

$$u_C(\infty) = U_S$$

则电容电压的零状态响应为:

$$u_C(t) = u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = U_S(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

电容支路电流的零状态响应:

$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{d[u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{RC}})]}{dt}$$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/497104114160006156>