专题 1.12 《直角三角形的边角关系》全章复习与巩固

（知识讲解）

【学习目标】

1.了解锐角三角函数的概念，能够正确应用 sinA 、cos A、tanA 表示直角三角形中两边的比；记忆 30°、

45°、60°的正弦、余弦和正切的函数值，并会由一个特殊角的三角函数值求出这个角的度数；

2．能够正确地使用计算器，由已知锐角的度数求出它的三角函数值，由已知三角函数值求出相应的锐角的度数；

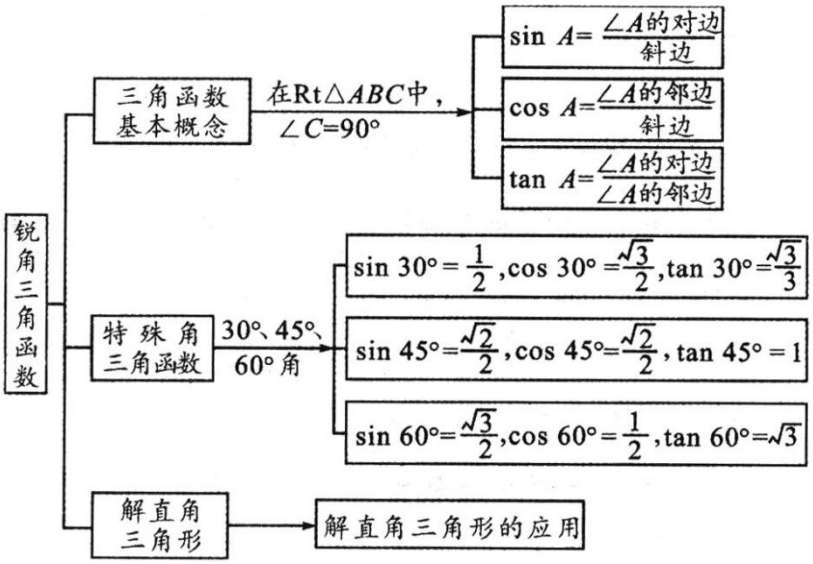
3．理解直角三角形中边与边的关系，角与角的关系和边与角的关系，会运用勾股定理、直角三角形的两

个锐角互余、以及锐角三角函数解直角三角形，并会用解直角三角形的有关知识解决简单的实际问题；

4．通过锐角三角函数的学习，进一步认识函数，体会函数的变化与对应的思想，通过解直角三角的学习，

体会数学在解决实际问题中的作用，并结合实际问题对微积分的思想有所感受.

【知识网络】



【要点梳理】

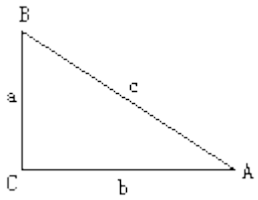
要点一、锐角三角函数

1.正弦、余弦、正切的定义

如右图、在 Rt△ABC 中，∠C=90°，如果锐角 A 确定：

(1) $\sin A=\frac{对}{斜}=\frac{a}{c}$，这个比叫做∠A 的正弦.

(2) $\cos A=\frac{邻}{斜}=\frac{b}{c}$，这个比叫做∠A 的余弦.



(3) tanA=$\frac{对}{邻}=\frac{a}{b}$，这个比叫做∠A 的正切.

要点诠释：

(1)正弦、余弦、正切是在一个直角三角形中定义的，其本质是两条线段的比值，它只是一个数值，其大小只与锐角的大小有关，而与所在直角三角形的大小无关.

(2)sinA、cosA、tanA 是一个整体符号，即表示∠A 三个三角函数值，书写时习惯上省略符号“∠”，

但不能写成 sin·A，对于用三个大写字母表示一个角时，其三角函数中符号“∠”不能省略，应写成 sin∠BAC，而不能写出 sinBAC.

(3)$\sin^2 A$ 表示$(\sin A)^2$，而不能写成 $\sin A^2$.

(4)三角函数有时还可以表示成 $\sin\alpha, \cos\beta$ 等.

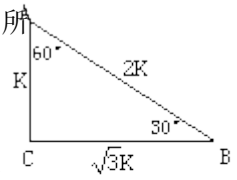
2.锐角三角函数的定义

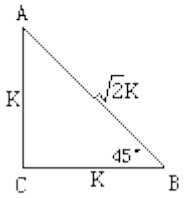
锐角 A 的正弦、余弦、正切都叫做∠A 的锐角三角函数.

要点诠释：

1. 函数值的取值范围

对于锐角 A 的每一个确定的值，sinA 有唯一确定的值与它对应，所以 sinA 是∠A 的函数.同样，cosA、tanA 也是∠A 的函数，其中∠A 是自变量，sinA、cosA、tanA 分别是对应的函数.其中自变量∠A 的取值范围是 0°＜∠A＜90°，函数值的取值范围是 0＜sinA＜1，0＜cosA＜1，tanA＞0.





2. 锐角三角函数之间的关系：

余角三角函数关系：“正余互化公式” 如∠A+∠B=90°，

那么：sinA=cosB； cosA=sinB；

同角三角函数关系：$\sin^2 A+\cos^2 A=1$；$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}$

3.30°、45°、60°角的三角函数值

∠A	30°	45°	60°
sinA	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosA	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tanA	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

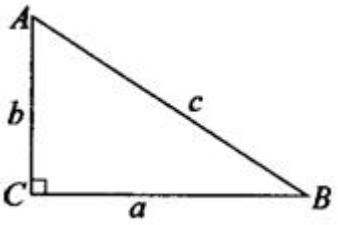
30°、45°、60°角的三角函数值和解 30°、60°直角三角形和解 45°直角三角形为本

章重中之重，是几何计算题的基本工具，三边的比借助锐角三角函数值记熟练.

要点二、解直角三角形

在直角三角形中，由已知元素求出未知元素的过程，叫做解直角三角形.

解直角三角形的依据是直角三角形中各元素之间的一些相等关系，如图：



角角关系：两锐角互余，即∠A+∠B=90°；

边边关系：勾股定理，即$a^2+b^2=c^2$；

边角关系：锐角三角函数，即

$$\sin A=\frac{a}{c},\cos A=\frac{b}{c},\tan A=\frac{a}{b}$$

$$\sin B=\frac{b}{c},\cos B=\frac{a}{c},\tan B=\frac{b}{a}$$

要点诠释：

解直角三角形，可能出现的情况归纳起来只有下列两种情形：

(1)已知两条边(一直角边和一斜边；两直角边)；

(2)已知一条边和一个锐角(一直角边和一锐角；斜边和一锐角)．这两种情形的共同之处：有一条边．因此，直角三角形可解的条件是：至少已知一条边.

要点三、解直角三角形的应用

解直角三角形的知识应用很广泛，关键是把实际问题转化为数学模型，善于将某些实际问题中的数量关系化归为直角三角形中的边角关系是解决实际应用问题的关键.

1.解这类问题的一般过程

(1)弄清题中名词、术语的意义，如仰角、俯角、坡度、坡角、方向角等概念，然后根据题意画出几何图形，建立数学模型.

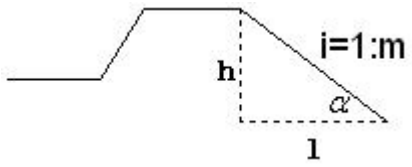
(2)将已知条件转化为几何图形中的边、角或它们之间的关系，把实际问题转化为解直角三角形的问题.

(3)根据直角三角形(或通过作垂线构造直角三角形)元素(边、角)之间的关系解有关的直角三角形.

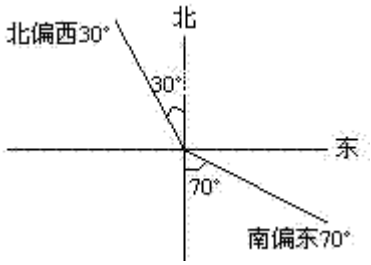
(4)得出数学问题的答案并检验答案是否符合实际意义，得出实际问题的解.

2.常见应用问题

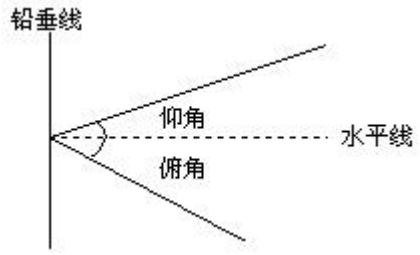
(1)坡度：$i=1:m=\frac{h}{l}=\tan\alpha$；　坡角：$\alpha$.



(2)方位角：

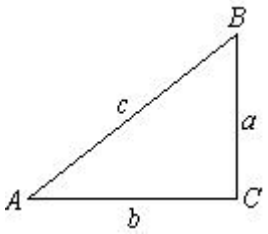


(3)仰角与俯角：



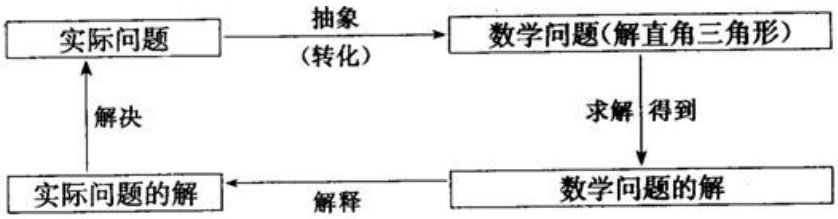
要点诠释：

1．解直角三角形的常见类型及解法

已知和解法 / 三角形类型	已知条件		解法步骤
Rt△ABC 	两边	两直角边(a，b)	由 $\tan A=\frac{a}{b}$ 求∠A， ∠B=90°－∠A， $c=\sqrt{a^2+b^2}$
		斜边，一直角边(如c，a)	由 $\sin A=\frac{a}{c}$ 求∠A， ∠B=90°－∠A， $b=\sqrt{c^2-a^2}$
	一边一	一直角边和一锐角	锐角、邻边(如∠A，b)	∠B=90°－∠A， $a=b\cdot\tan A$，$c=\frac{b}{\cos A}$

	角		锐角、对边(如∠A，a)	∠B=90°－∠A， $c=\frac{a}{\sin A}$，$b=\frac{a}{\tan A}$
		斜边、锐角(如c，∠A)		∠B=90°－∠A， $a=c\cdot\sin A$，$b=c\cdot\cos A$

2．用解直角三角形的知识解决实际问题的基本方法是：



把实际问题抽象成数学问题(解直角三角形)，就是要舍去实际事物的具体内容，把事物及它们的联系转化为图形(点、线、角等)以及图形之间的大小或位置关系.

借助生活常识以及课本中一些概念(如俯角、仰角、倾斜角、坡度、坡角等)的意义，也有助于把实际问题抽象为数学问题.

当需要求解的三角形不是直角三角形时，应恰当地作高，化斜三角形为直角三角形再求解.

3．锐角三角函数的应用

用相似三角形边的比的计算具有一般性，适用于所有形状的三角形，而三角函数的计算是在直角三角形中解决问题，所以在直角三角形中先考虑三角函数，可以使过程简洁.

如：射影定理不能直接用，但是用等角的三角函数值相等进行代换很简单：

$\because \sin\angle 1=\frac{BD}{BC}=\sin\angle A=\frac{BC}{AB}$

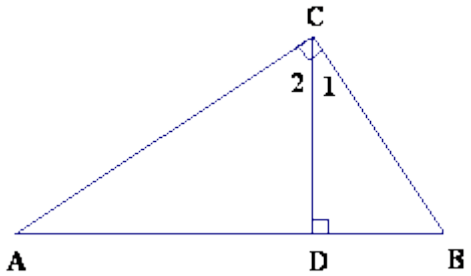
$\therefore BC^2=BD\cdot AB$

$\because \sin\angle 2=\frac{AD}{AC}=\sin\angle B=\frac{AC}{AB}$

$\therefore AC^2=AD\cdot AB$

$\because \tan\angle 1=\frac{BD}{CD}=\tan\angle A=\frac{CD}{AD}$

$\therefore CD^2=AD\cdot BD$



【典型例题】

类型一、锐角三角函数

例 1. 在学习《解直角三角形》一章时，小明同学对一个角的倍角的三角函数值是否具有关系产生了浓厚的兴趣，进行了一些研究.

（1）初步尝试：我们知道：$\tan 60°=$_____，$\tan 30°=$_____，发现结论：$\tan A$_____$2\tan\frac{1}{2}A$；（选填“=”或“≠”）

（2）实践探究：如图 1，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=2, BC=1$，求 $\tan\frac{1}{2}A$ 的值；

小明想构造包含 $\frac{1}{2}\angle A$ 的直角三角形：延长 CA 至点 D，使得 $DA=AB$，连接 BD，所以得到 $\angle D=\frac{1}{2}\angle A$，即转化为求 $\angle D$ 的正切值．请按小明的思路进行余下的求解；

（3）拓展延伸：如图 2，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°, AC=3, \tan A=\frac{1}{3}$．求 $\tan 2A$ 的值.

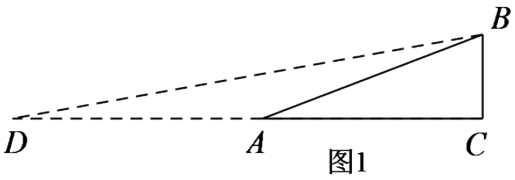


图1

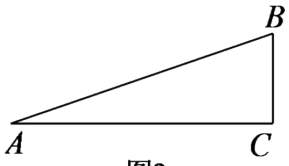


图2

【答案】（1）$\sqrt{3}$，$\frac{\sqrt{3}}{3}$，≠；（2）见解析；（3）$\frac{3}{4}$

【分析】（1）直接利用特殊角的三角函数值得出结论；

（2）根据题意，利用勾股定理求 AB，即可得结论；

（3）作 AB 的垂直平分线交 AC 于点 E，连接 BE，则∠BEC=2∠A，在 $Rt\triangle EBC$ 中，利用勾股定理求出 EC，求 $\tan\angle BEC$ 即可得结果.

解：（1）∵$\tan 60°=\sqrt{3}$，$\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$\tan A\neq 2\tan\frac{1}{2}A$，

故答案为：$\sqrt{3}$，$\frac{\sqrt{3}}{3}$，≠；

（2）在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°, AC=2, BC=1$，

∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5}$，

如图 1，延长 CA 至点 D，使 $DA=AB$，

∴$AD=AB=\sqrt{5}$，

$\therefore \angle D=\angle ABD=\frac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore CD=AD+AC=2+\sqrt{5}$，

$\therefore \tan\frac{1}{2}\angle BAC=\tan D=\frac{BC}{CD}=\sqrt{5}-2$；

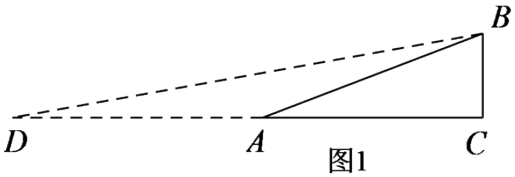


图1

（3）如图 2，作 AB 的垂直平分线交 AC 于点 E，连接 BE．

则 $\angle BEC=2\angle A, AE=BE, \angle A=\angle ABE$．

$\because Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°, AC=3, \tan A=\frac{1}{3}$．

$\therefore BC=1, AB=\sqrt{10}$．

设 $AE=x$，则 $EC=3-x, BE=x$，

在 $Rt\triangle EBC$ 中，$BE^2=EC^2+BC^2$，

即 $x^2=(3-x)^2+1$，解得 $x=\frac{5}{3}$，

$\therefore AE=BE=\frac{5}{3}, EC=\frac{4}{3}$，

$\therefore \tan 2A=\tan\angle BEC=\frac{BC}{EC}=\frac{3}{4}$．

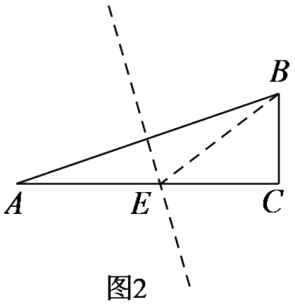
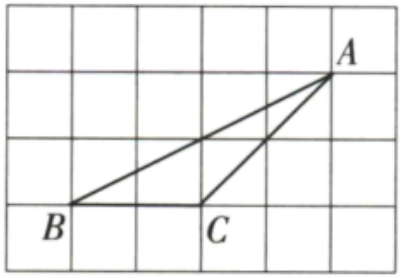


图2

【点拨】本题考查了锐角三角函数，勾股定理，等腰三角形的性质等知识，难度较大，在直角三角形中作辅助线构造 $2\angle A$ 是解决本题的关键．

举一反三：

【变式 1】如图，$\triangle ABC$ 的顶点都是正方形网格的格点，求 $\angle BAC$ 的三角函数值．



【答案】$\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$\cos\angle BAC=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\tan\angle BAC=\frac{1}{3}$.

【分析】利用网格构造直角三角形，再根据勾股定理、逆定理求出三角形的边长，最后根据三角函数的定义求解即可.

解：不妨设小正方形的边长为 1，如图，过点 C 作 $CF\perp AB$ 于点 F，$AE\perp BC$，交 BC 的延长线于点 E，

则 $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}, BC=2$，

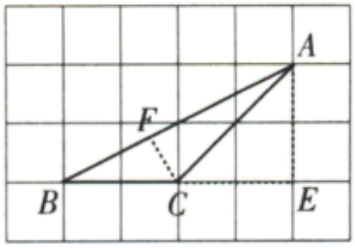
$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\times CF=\frac{1}{2}BC\times AE$，

即 $2\sqrt{5}\times CF=2\times 2$，解得 $CF=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore$在 $Rt\triangle AFC$ 中，$AF=\sqrt{AC^2-CF^2}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore\sin\angle BAC=\frac{CF}{AC}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$\cos\angle BAC=\frac{AF}{AC}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\tan\angle BAC=\frac{CF}{AF}=\frac{1}{3}$，

故答案为：$\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$\cos\angle BAC=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，$\tan\angle BAC=\frac{1}{3}$.

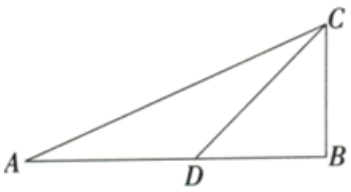


【点拨】此题考查的是求网格问题中锐角的三角函数值，掌握利用网格构造直角三角形、勾股定理、勾股定理的逆定理和三角函数的定义是解决此题的关键.

【变式 2】.如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°,\sin A=\frac{5}{13}$，点 D 在 AB 边上，且 $\angle BDC=45°, BC=5$.

（1）求 AD 长；

（2）求 $\angle ACD$ 的正弦值.



【答案】（1）$AD=7$；（2）$\sin\angle ACD=\dfrac{7\sqrt{2}}{26}$.

【分析】（1）利用等腰直角三角形的性质求得BD，再根据三角函数的定义求得AC，勾股定理求得AB，即可求解；

（2）过点A作$AE\perp CD$交CD延长线于点E，根据等腰直角三角形的性质求得AE，根据三角函数的定义即可求解.

解：（1）$\angle B=90°,\angle BDC=45°$，

$\therefore BC=BD=5$，

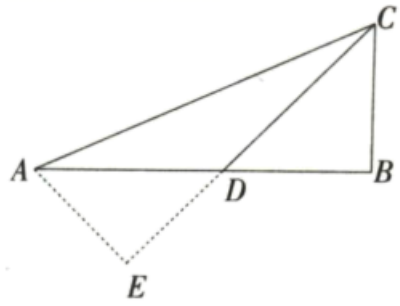
$\because \sin A=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{5}{13}$

$\therefore AC=13$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=12$，

$\therefore AD=AB-BD=12-5=7$；

（2）如图，过点A作$AE\perp CD$交CD延长线于点E，



$\because \angle ADE=\angle BDC=45°$，

$\therefore \triangle ADE$是等腰直角三角形，

$\therefore AE=DE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AD=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$，

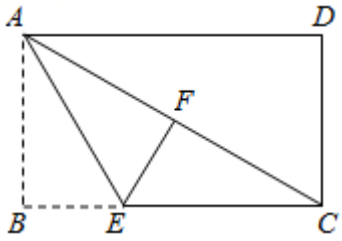
$\therefore \sin\angle ACD=\dfrac{AE}{AC}=\dfrac{7\sqrt{2}}{26}$.

【点拨】此题考查了三角函数的有关性质，涉及了勾股定理、等腰直角三角形的性质，熟练掌握三角函数的定义以及相关基本性质是解题的关键.

【变式 3】.如图，矩形 $ABCD$ 中为边 BC 上一点，将△ABE 沿 AE 翻折后，点 B 恰好落在对角线 AC 的中点 F 上.

（1）证明：$\triangle AEF \cong \triangle CEF$；

（2）若 $AB=\sqrt{3}$，求折痕 AE 的长度



【答案】（1）证明见解析；（2）2.

【分析】（1）由折叠的性质证明 $\angle CFE=\angle AFE=90°$，再证明 $AF=CF$，从而可得结论；

（2）利用折叠与三角形全等的性质求解 $\angle BAE=30°$，再利用 $30°$ 的余弦求解 AE 即可.

解：（1）∵ 矩形 $ABCD$，

$\therefore \angle B=90°$,

由对折可得：$\angle AFE=\angle B=90°$,

$\therefore \angle CFE=\angle AFE=90°$,

∵ F 为 AC 的中点，

$\therefore AF=CF$,

∵ $EF=EF$,

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CEF$.

（2）∵ $\triangle AEF \cong \triangle CEF$，

$\therefore \angle EAF=\angle ECF$,

由折叠可得：$\angle BAE=\angle FAE$,

$\therefore \angle BAE=\angle FAE=\angle ECF$,

Q $\angle B=90°$,

$\therefore \angle BAE+\angle FAE+\angle ECF=90°$,

$\therefore \angle BAE=30°$,

∵ $AB=\sqrt{3}$,

$\therefore AE=\dfrac{AB}{\cos 30°}=2.$

【点拨】本题考查的是矩形的性质，轴对称的性质，三角形全等的判定与性质，锐角三

角函数的应用，灵活应用以上知识解题是解题的关键.

类型二、 特殊角三角函数值的计算

例 1. **先化简，再求值：** $\dfrac{x^2-1}{x^2+x}\div\left(\dfrac{x^2+1}{x}-2\right)$，**其中** $x=4\sin 45^\circ+2\cos 60^\circ$

【答案】 $\dfrac{1}{x-1}$，$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

【分析】先将分式化简，然后利用特殊角的三角函数值化简 $x=4\sin 45^\circ+2\cos 60^\circ$，得到，再代入原式即可求出答案.

解：$\dfrac{x^2-1}{x^2+x}\div\left(\dfrac{x^2+1}{x}-2\right)$

$=\dfrac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)}\div\left(\dfrac{x^2+1-2x}{x}\right)$

$=\dfrac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)}\cdot\dfrac{x}{(x-1)^2}$

$=\dfrac{1}{x-1}$

$\because x=4\sin 45^\circ+2\cos 60^\circ$

$=4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+2\times\dfrac{1}{2}$

$=2\sqrt{2}+1$

$\therefore$原式$=\dfrac{1}{2\sqrt{2}+1-1}$

$=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

【点拨】本题考查分式的化简求值，特殊角的三角函数值，熟练运用分式的运算法则是解题的关键.

举一反三：

【变式 1】**求下列各式的值；**

（1） $3\tan 30^\circ+\sin 45^\circ-2\sin 60^\circ$；　　**（2）** $\sin^2 60^\circ-\tan 30^\circ\cdot\cos 30^\circ+\tan 45^\circ$.

【答案】（1）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；（2）$\dfrac{5}{4}$

【分析】结合三角函数值计算即可.

解：（1）原式$=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}-2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；

（2）原式$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}+1=\frac{5}{4}$.

【点拨】本题主要考察三角函数值的计算，属于基础的计算题型，难度不大．解题的关键是掌握特殊的三角函数值即可．

【变式 2】.**先化简，再求代数式$\frac{x^2-2x}{x^2-4}\div\left(x-2-\frac{2x-4}{x+2}\right)$的值，其中$x=4\cos30°+2$．**

【答案】$\frac{1}{x-2}$，$\frac{\sqrt{3}}{6}$.

【分析】先运用特殊角的三角函数求出x，然后运用化简分式，最后代入计算即可．

解：$x=4\cos30°+2=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2=2\sqrt{3}+2$

$$\frac{x^2-2x}{x^2-4}\div\left(x-2-\frac{2x-4}{x+2}\right)$$

$$=\frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)}\div\left[\frac{(x-2)(x+2)}{x+2}-\frac{2x-4}{x+2}\right]$$

$$=\frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)}\div\left(\frac{x^2-4}{x+2}-\frac{2x-4}{x+2}\right)$$

$$=\frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)}\div\frac{x(x-2)}{x+2}$$

$$=\frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)}\times\frac{x+2}{x(x-2)}$$

$$=\frac{1}{x-2};$$

当$x=2\sqrt{3}+2$时，$\frac{1}{x-2}=\frac{1}{2\sqrt{3}+2-2}=\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

【点拨】本题主要考查了分式的化简求值和特殊角的三角函数值，灵活运用分式混合运算的法则化简分式成为解答本题的关键．

【变式 3】.**计算：**

（1）$3\tan30°-\frac{1}{\cos60°}+\sqrt{8}\cos45°+\sqrt{(1-\tan60°)^2}$ ．

（2）$\sqrt{2}\cos45°+\left|1-\sqrt{3}\right|-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}-\tan60°+(\pi-2020)^0$ ．

【答案】（1）$2\sqrt{3}$ ﹣1；（2）3．

【分析】（1）直接利用二次根式的性质以及特殊角的三角函数值分别化简得出答案；

（2）直接利用二次根式的性质以及特殊角的三角函数值、负整数指数幂的性质、零指数幂的性质分别化简得出答案.

解：（1）原式＝$3\times\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{\frac{1}{2}}+2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}-1$，

＝$\sqrt{3}$ ﹣2+2+$\sqrt{3}$ ﹣1，

＝2$\sqrt{3}$ ﹣1；

（2）原式＝$\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}-1-(-2)-\sqrt{3}+1$，

＝$1+\sqrt{3}-1+2-\sqrt{3}+1$，

＝3.

【点拨】本题主要考查了二次根式的计算、特殊角的三角函数值、零指数幂、负指数幂，准确计算是解题的关键.

类型三、 解直角三角形

例 1. **在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90°,\angle A,\angle B,\angle C$的对边分别为*a*，*b*，*c*，根据下列条件解直角三角形.**

（1）已知$a=5,\angle B=60°$；

（2）已知$a=5\sqrt{2},b=5\sqrt{6}$.

【答案】（1）$\angle A=30°$，$c=10,b=5\sqrt{3}$；（2）$c=10\sqrt{2}$，$\angle A=30°,\angle B=60°$.

【分析】（1）根据直角三角形性质，可得$\angle A$，然后根据$\cos B=\frac{a}{c},\tan B=\frac{b}{a}$可求得*b*，*c*的值；

（2）根据勾股定理可求得*c*，然后根据$\sin A=\frac{a}{c}$，$\sin B=\frac{b}{c}$，可得$\angle A,\angle B$的度数.

解：（1）∵$\angle C=90°,a=5,\angle B=60°$，

∴$\angle A=180°-\angle C-\angle B=30°,\cos B=\frac{a}{c},\tan B=\frac{b}{a}$，

∴$c=\frac{a}{\cos B}=10,b=a\tan B=5\sqrt{3}$；

（2）∵$\angle C=90°,a=5\sqrt{2},b=5\sqrt{6}$.

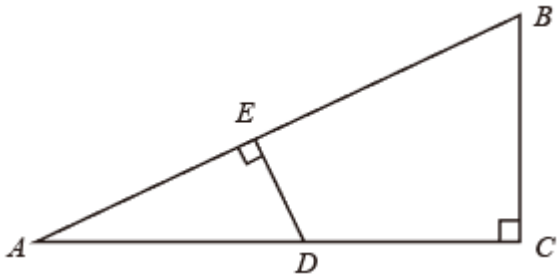
$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=10\sqrt{2}$，$\sin A=\dfrac{a}{c}=\dfrac{5\sqrt{2}}{10\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$，$\sin B=\dfrac{b}{c}=\dfrac{5\sqrt{6}}{10\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \angle A=30°,\angle B=60°$.

【点拨】本题考查了解直角三角形，利用勾股定理以及特殊角三角函数值求解是解题的关键.

举一反三：

【变式 1】**已知：如图，** Rt△ABC **中，** $\angle C=90°$. D **是** AC **边上一点，** $DE\perp AB$ **于** E **点.** $BC:AC=1:2$. **求：** $\sin\angle ADE$、$\cos\angle ADE$、$\tan\angle ADE$.



【答案】 $\sin\angle ADE=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$，$\cos\angle ADE=\dfrac{1}{5}\sqrt{5}$，$\tan\angle ADE=2$

【分析】设 $BC=x$，则 $AC=2x$，利用勾股定理求出 AB 的长，证明△ADE∽△ABC，得到∠ADE=∠ABC，利用公式计算即可.

解：设 $BC=x$，则 $AC=2x$，

在 Rt△ABC 中，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5}x$

$\because DE\perp AB$，

$\therefore \angle AED=\angle C=90°$，

又∵∠A=∠A，

∴△ADE∽△ABC，

∴∠ADE=∠ABC，

$\therefore \sin\angle ADE=\sin\angle ABC=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{2x}{\sqrt{5}x}=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$，

$\cos\angle ADE=\cos\angle ABC=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{x}{\sqrt{5}x}=\dfrac{1}{5}\sqrt{5}$，

$\tan\angle ADE=\tan\angle ABC=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{2x}{x}=2$.

【点拨】此题考查解直角三角形，勾股定理，熟记角的三角函数值的计算公式及掌握勾股定理的计算公式是解题的关键.

【变式 2】.已知$\triangle ABC$的一边AC为关于x的一元二次方程$x^2+mx+4=0$的两个正整数解之一，且另两边长为$BC=4, AB=6$，求$\cos A$的值.

【答案】$\frac{3}{4}$

【分析】设方程$x^2+mx+4=0$的两个正整数解分别为x_1, x_2，则根据根与系数的关系得到$x_1 \cdot x_2=4$，根据x_1、x_2为正整数解，求得x_1，x_2可为 1、4 或 2、2，在根据三角形三边关系得到$\triangle ABC$为等腰三角形，过点C作$CD \perp AB$，根据余弦的定义求解即可；

解：设方程$x^2+mx+4=0$的两个正整数解分别为x_1, x_2，则根据根与系数的关系可知：$x_1 \cdot x_2=4$，

又$\because x_1$、x_2为正整数解，

$\therefore x_1$，x_2可为 1、4 或 2、2，

又$\because BC=4$，$AB=6$，

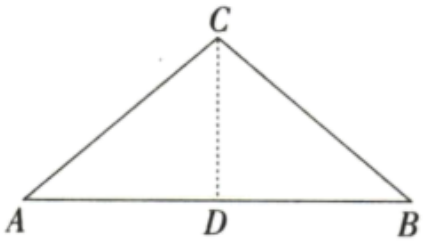
$\therefore 2<AC<10$，

$\therefore AC=4$，

$\therefore AC=BC=4$，$\triangle ABC$为等腰三角形.

如图，过点C作$CD \perp AB$于点D，则$AD=\frac{1}{2}AB=3$，

$\therefore \cos A=\frac{AD}{AC}=\frac{3}{4}$.



【点拨】本题主要考查了解直角三角形，一元二次方程根与系数的关系，三角形三边关系，等腰三角形的判定，准确计算是解题的关键.

【变式 3】.在平面直角坐标系中，点O为坐标系的原点，直线$y=kx-\frac{15}{2}$交x轴于点A，交y轴于点B，$\tan \angle OAB=\frac{3}{4}$.

（1）求直线AB的解析式；

（2）在线段AB上有一点P，连接OP，设点P的横坐标为t，$\triangle AOP$的面积为S，求S

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/497121040044006062