

专题 9.7 菱形的性质专项提升训练（重难点培优）

班级：_____ 姓名：_____ 得分：_____

注意事项：

本试卷满分 100 分，试题共 24 题，其中选择 8 道、填空 8 道、解答 8 道。答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、班级等信息填写在试卷规定的位置。

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.（2022 秋·江苏苏州·八年级校考期中）菱形具有矩形不一定具有的性质是（ ）

- A. 中心对称图形 B. 对角相等 C. 对边平行 D. 对角线互相垂直

【答案】D

【分析】直接根据中心对称图形的定义（把一个图形绕着某一个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形称为中心对称图形）、菱形的性质、矩形的性质逐项判断即可得。

【详解】解：A、菱形和矩形都是中心对称图形，则此项不符合题意；

B、菱形和矩形都具有对角相等的性质，则此项不符合题意；

C、菱形和矩形都具有对边平行的性质，则此项不符合题意；

D、菱形的对角线互相垂直，而矩形的对角线不一定互相垂直，则此项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了菱形的性质、矩形的性质、中心对称图形，熟练掌握菱形和矩形的性质是解题关键。

2.（2022 秋·江苏苏州·八年级苏州市振华中学校校考期中）在菱形 $ABCD$ 中，若 $\angle B + \angle D = 160^\circ$ ，则 $\angle C$ 是（ ）°

- A. 60 B. 20 C. 80 D. 100

【答案】C

【分析】根据菱形的性质可直接进行求解。

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AD \parallel BC, \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ,$$

$$\because \angle B + \angle D = 160^\circ,$$

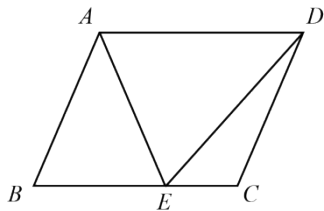
$$\therefore \angle D = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 100^\circ;$$

故选 C.

【点睛】本题主要考查菱形的性质，熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

3. (2022 秋·江苏·八年级专题练习) 如图, 已知 E 为邻边相等的平行四边形 $ABCD$ 的边 BC 上一点, 且 $\angle DAE = \angle B = 80^\circ$, 那么 $\angle CDE$ 的度数为 ()



- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

【答案】C

【分析】依题意得出 $AE = AB = AD$, $\angle ADE = 50^\circ$, 又因为 $\angle B = 80^\circ$ 故可推出 $\angle ADC = 80^\circ$, $\angle CDE = \angle ADC - \angle ADE$, 从而求解.

【详解】 $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle AEB = \angle DAE = \angle B = 80^\circ,$$

$$\therefore AE = AB = AD,$$

在三角形 AED 中, $AE = AD$, $\angle DAE = 80^\circ$,

$$\therefore \angle ADE = 50^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle B = 80^\circ,$$

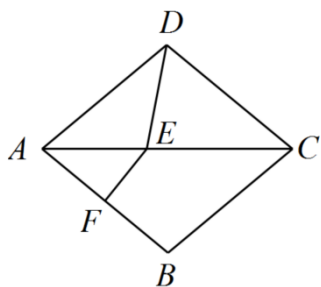
$$\therefore \angle ADC = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle ADC - \angle ADE = 30^\circ.$$

故选: C.

【点睛】考查菱形的边的性质, 同时综合利用三角形的内角和及等腰三角形的性质, 解题关键是利用等腰三角形的性质求得 $\angle ADE$ 的度数.

4. (2022 秋·江苏连云港·八年级统考期中) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 80^\circ$, AB 的垂直平分线交对角线 AC 于点 E , 交 AB 于点 F , 连接 DE , 则 $\angle CDE$ 等于 ()



A. 80°

B. 70°

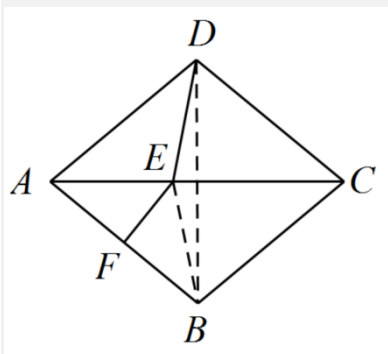
C. 65°

D. 60°

【答案】D

【分析】连接 BD, BE ，先根据菱形的性质可得 $\angle CAD = 40^\circ, AB \parallel CD$ ， AC 垂直平分 BD ，根据平行线的性质、线段垂直平分线的性质可得 $\angle ADC = 100^\circ, DE = BE = AE$ ，再根据等腰三角形的性质可得 $\angle ADE = \angle CAD = 40^\circ$ ，然后根据角的和差即可得.

【详解】解：如图，连接 BD, BE ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，且 $\angle BAD = 80^\circ$ ，

$\therefore \angle CAD = 40^\circ, AB \parallel CD$ ， AC 垂直平分 BD ，

$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle BAD = 100^\circ, BE = DE$ ，

$\because EF$ 垂直平分 AB ，

$\therefore AE = BE$ ，

$\therefore AE = DE$ ，

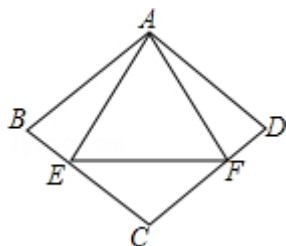
$\therefore \angle ADE = \angle CAD = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle CDE = \angle ADC - \angle ADE = 60^\circ$ ，

故选：D.

【点睛】本题考查了菱形的性质、线段垂直平分线的性质、等腰三角形的性质等知识点，熟练掌握菱形的性质是解题关键.

5. (2022 秋·江苏泰州·八年级校联考期中) 如图，等边 $\triangle AEF$ 的边长与菱形 $ABCD$ 的边长相等，点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上，则 $\angle B$ 的度数是 ()



A. 60°

B. 70°

C. 75°

D. 80°

【答案】D

【分析】根据等边 $\triangle AEF$ 的边长与菱形 $ABCD$ 的边长相等，可以得到 $AB=AE$ ， $AD=AF$ ，则 $\angle BAE=180^\circ-2\angle B$ ， $\angle DAF=180^\circ-2\angle D$ ，再根据菱形的性质得， $\angle B=\angle D$ ，根据平行线的性质得： $\angle BAD+\angle B=180^\circ$ ，即： $\angle BAE+\angle EAF+\angle DAF+\angle B=180^\circ$ ，代入即可求解.

【详解】解： $\because$ 等边 $\triangle AEF$ 的边长与菱形 $ABCD$ 的边长相等，

$\therefore AB=AE$ ， $AD=AF$ ，

$\therefore \angle BAE=180^\circ-2\angle B$ ， $\angle DAF=180^\circ-2\angle D$ ，

$\because$ 在菱形 $ABCD$ 中， $\angle B=\angle D$ ， $AD\parallel BC$ ，

$\therefore \angle BAD+\angle B=180^\circ$ ，又 $\because \angle EAF=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE+\angle EAF+\angle DAF+\angle B=180^\circ$ ，

$\therefore 180^\circ-2\angle B+60^\circ+180^\circ-2\angle D+\angle B=180^\circ$ ，

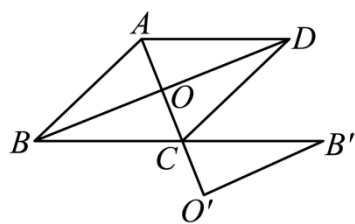
整理得， $3\angle B=240^\circ$ ，

解得 $\angle B=80^\circ$.

故选：D.

【点睛】本题考查了菱形的性质，等腰三角形的性质，等边三角形的性质，根据菱形的邻角互补列出方程是解题的关键.

6. (2022 秋·江苏苏州·八年级苏州工业园区星湾学校校考期中) 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ，将 $\triangle BOC$ 绕着点 C 旋转 180° 得到 $\triangle B'O'C$ ，若 $AC=2$ ， $AB'=5$ ，则菱形 $ABCD$ 的边长是 ()



A. 3

B. 4

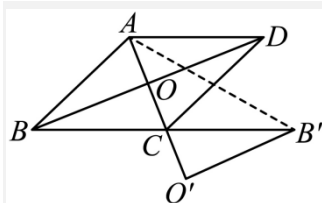
C. $\sqrt{15}$

D. $\sqrt{17}$

【答案】D

【分析】连接 AB' ，根据菱形的性质、旋转的性质，得到 $OA=OC=O'C=1$ ， $OB\perp OC$ ， $O'B'\perp O'C$ 、 $BC=B'C$ ，根据 $AB'=5$ ，利用勾股定理计算 $O'B'$ ，再次利用勾股定理计算 $B'C$ 即可.

【详解】解：连接 AB' ，如图：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，且 $\triangle BOC$ 绕着点 C 旋转 180° 得到 $\triangle B'O'C$ ，且 $AC=2$ ，

$\therefore OA=OC=O'C=1$ ， $OB \perp OC$ ， $BC=B'C$

$\therefore O'B' \perp O'C$ ， $O'A=AC+O'C=2+1=3$ ，

$\therefore AB'=5$ ，

$\therefore O'B'=\sqrt{AB'^2-O'A^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ ，

$\therefore B'C=\sqrt{O'B'^2+O'C^2}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$ ，

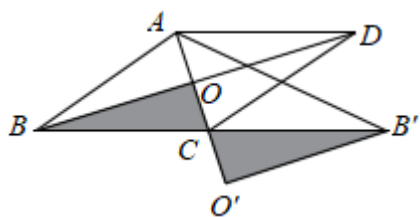
$\therefore BC=B'C=\sqrt{17}$ ，

即菱形 $ABCD$ 的边长是 $\sqrt{17}$ ，

故选：D.

【点睛】本题考查了菱形的性质、旋转的性质以及勾股定理等知识，熟练掌握菱形的基本形式并灵活运用勾股定理是解决本题的关键.

7. (2022 秋·江苏苏州·八年级校考阶段练习) 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $AC=4$ ， $BD=16$ ，将 $\triangle BOC$ 绕着点 C 旋转 180° 得到 $\triangle B'O'C$ ，则点 A 与点 B' 之间的距离为 ()



A. 6

B. 8

C. 10

D. 12

【答案】C

【分析】根据菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $AC=4$ ， $BD=16$ ，可得 $AC \perp BD$ ，所以 $\angle BOC=90^\circ$ ，根据 $\triangle BOC$ 绕着点 C 旋转 180° 得到 $\triangle B'O'C$ ，所以 $\angle CO'B'=\angle BOC=90^\circ$ ， $AO'=6$ ， $OB'=8$ ，再根据勾股定理即可求出点 A 与点 B' 之间的距离.

【详解】解： $\because$ 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $AC=4$ ， $BD=16$ ，

$\therefore AC \perp BD$ ，

$\therefore \angle BOC=90^\circ$ ，

$\because \triangle BOC$ 绕着点 C 旋转 180° 得到 $\triangle B'O'C$,

$\therefore \angle CO'B' = \angle BOC = 90^\circ$,

$\therefore O'C = OC = OA = \frac{1}{2}AC = 2$,

$\therefore AO' = 6$,

$\because OB = OD = O'B' = \frac{1}{2}BD = 8$,

在 $Rt \triangle AO'B'$ 中, 根据勾股定理, 得:

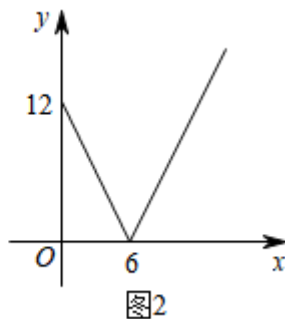
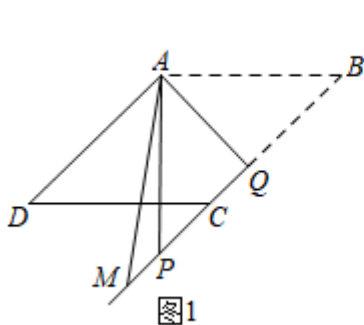
$$AB' = \sqrt{AO'^2 + O'B'^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

则点 A 与点 B' 之间的距离为 10.

故选: C.

【点睛】本题考查了旋转的性质, 菱形的性质, 勾股定理等知识, 解决本题的关键是掌握旋转的性质.

8. (2022 秋·江苏无锡·八年级校联考期中) 如图 1, 点 Q 为菱形 $ABCD$ 的边 BC 上一点, 将菱形 $ABCD$ 沿直线 AQ 翻折, 点 B 的对应点 P 落在 BC 的延长线上. 已知动点 M 从点 B 出发, 在射线 BC 上以每秒 1 个单位长度运动. 设点 M 运动的时间为 x , $\triangle APM$ 的面积为 y . 图 2 为 y 关于 x 的函数图象, 则菱形 $ABCD$ 的面积为 ()



A. 12

B. 24

C. 10

D. 20

【答案】D

【分析】由图 2, 可知 $BP=6$, $S_{\triangle ABP}=12$, 由图 1 翻折可知, $AQ \perp BP$, 进而得出 $AQ=4$, 由勾股定理, 可知 $BC=AB=5$, 菱形 $ABCD$ 的面积为 $BC \times AQ$ 即可求出.

【详解】解: 由图 2, 得 $BP=6$, $S_{\triangle ABP}=12$

$$\therefore AQ=4$$

由翻折可知, $AQ \perp BP$

由勾股定理, 得 $BC=AB=\sqrt{4^2+3^2}=5$

∴菱形 $ABCD$ 的面积为 $BC \times AQ = 5 \times 4 = 20$

故选：D

【点睛】本题是一道几何变换综合题，解决本题主要用到勾股定理，翻折的性质，根据函数图象找出几何图形中的对应关系是解决本题的关键.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）请把答案直接填写在横线上

9.（2022 春·福建三明·九年级三明市列东中学校考阶段练习）菱形的对角线长分别为 6 和 8，则该菱形的面积是 _____.

【答案】24

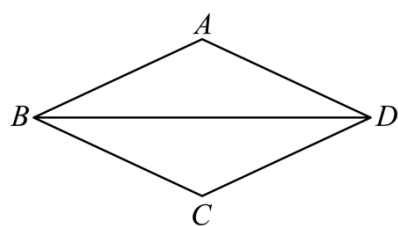
【分析】由菱形的面积公式即可求解.

【详解】解：菱形的面积 $= \frac{6 \times 8}{2} = 24$,

故答案为：24.

【点睛】本题考查了菱形的性质，掌握菱形的面积等于对角线乘积的一半是解题的关键.

10.（2021·四川眉山·校考模拟预测）如图，菱形 $ABCD$ 中，已知 $\angle ABD = 20^\circ$ ，则 $\angle C$ 的大小是 _____.



【答案】 140° ##140 度

【分析】根据菱形的对角线平分一组对角，以及邻角互补，即可得解.

【详解】解：∵菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABD = 20^\circ$,

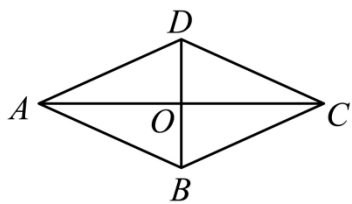
∴ $\angle ABC = 2\angle ABD = 40^\circ$,

∴ $\angle C = 180^\circ - \angle ABC = 140^\circ$;

故答案为： 140° .

【点睛】本题考查菱形的性质. 熟练掌握菱形的对角线平分一组对角，是解题的关键.

11.（2022 春·山东枣庄·九年级校考阶段练习）如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $AC = 24$ ， $BD = 10$ ，则菱形 $ABCD$ 的周长为_____.



【答案】52

【分析】根据菱形的性质，对角线相互垂直且相互平分，则有直角三角形中 OAD ，由此即可求解.

【详解】解： $\because$ 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 交于点 O ，

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 24 = 12, \quad OB = OD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 10 = 5,$$

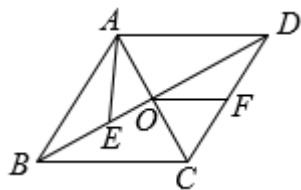
$$\text{在Rt } \triangle OAD \text{ 中, } AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13,$$

$$\therefore \text{菱形} ABCD \text{ 的周长为 } 13 \times 4 = 52,$$

故答案是：52.

【点睛】本题主要考查菱形的性质，熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

12. (2022 春·山东济南·九年级校考阶段练习) 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O ，点 E 在 OB 上，连接 AE ，点 F 为 CD 的中点，连接 OF . 若 $AE = BE, OE = 3, OA = 4$ ，则线段 OF 的长为_____.



【答案】 $2\sqrt{5}$

【分析】根据菱形的性质可得 $AC \perp BD$ ， $OC = OA = 4$ ，由勾股定理可得 $BE = AE = 5$ ，从而得到 $OB = BE + OE = 8$ ，再由勾股定理求出 BC ，然后根据三角形中位线定理，即可求解.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AC \perp BD, \quad OC = OA = 4,$$

$$\because OE = 3, OA = 4,$$

$$\therefore AE = \sqrt{OA^2 + OE^2} = 5,$$

$$\because BE = AE,$$

$$\therefore BE = AE = 5,$$

$$\therefore OB = BE + OE = 8,$$

$$\therefore BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5},$$

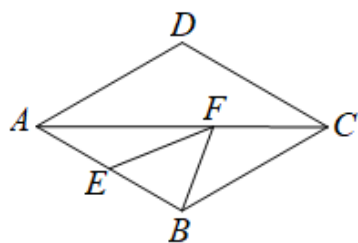
$\because$ 点 F 为 CD 的中点，

$$\therefore OF = \frac{1}{2}BC = 2\sqrt{5}.$$

故答案为： $2\sqrt{5}$

【点睛】 本题主要考查了菱形的性质，勾股定理，三角形中位线定理，熟练掌握菱形的性质，勾股定理，三角形中位线定理是解题的关键．

13.（2022 春·广东梅州·九年级校考阶段练习）如图，在边长为 6 的菱形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ， E 为 AB 的中点， F 是 AC 上的一动点，则 $EF + BF$ 的最小值为_____



【答案】 $3\sqrt{3}$

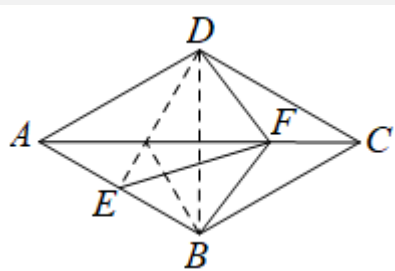
【分析】 连接 DE ， DF 根据题意得出 DE 就是所求的 $EF + BF$ 的最小值的线段，根据等边三角形的性质，结合 $\angle DAB = 60^\circ$ ，得出 $\triangle ABD$ 为等边三角形，根据 E 为 AB 的中点，得出 $DE \perp AB$ ，根据勾股定理，计算出 DE 即可．

【详解】 $\because$ 在菱形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 互相垂直平分，

$\therefore$ 点 B 、 D 关于 AC 对称，

连接 ED ，则 $EF + BF = DF + BF \geq DE$ ，

则 ED 就是所求的 $EF + BF$ 的最小值的线段，



$\because E$ 为 AB 的中点， $\angle DAB = 60^\circ$ ，

$\therefore DE \perp AB$ ， $\angle ADE = 30^\circ$ ，

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AD = 3,$$

$$\therefore ED = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3},$$

$\therefore EF + BF$ 的最小值为 $3\sqrt{3}$ ．

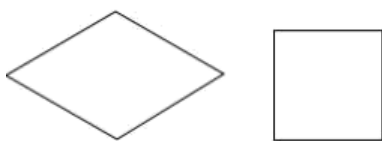
故答案为： $3\sqrt{3}$.

【点睛】本题主要考查了菱形的性质，等边三角形的判定和性质，勾股定理，根据题意得出 ED 就是所求的 $EF + BF$ 的最小值的线段，是解题的关键.

14. (2022 春·四川成都·九年级成都七中校考阶段练习) 我们规定菱形与正方形接近程度称为“接近度”，设菱形相邻两个内角的度数分别为 α° , β° ，将菱形的“接近度”定义为 $|\alpha - \beta|$ ，于是 $|\alpha - \beta|$ 越小，菱形越接近正方形.

①若菱形的一个内角为 80° ，则该菱形的“接近度”为_____；

②当菱形的“接近度”等于_____时，菱形是正方形.



【答案】 20 0

【分析】由菱形的性质可得出 $\alpha + \beta = 180$ ，即可求出 $\beta = 100$ ，再根据“接近度”的定义求解即可；由正方形的判定可得出当 $\alpha = \beta = 90$ 时，菱形是正方形，从而得出当 $|\alpha - \beta| = 0$ 时，菱形是正方形.

【详解】 $\because$ 菱形相邻两个内角的度数和为 180° ,

$\therefore \alpha + \beta = 180$, 即 $80 + \beta = 180$,

解得: $\beta = 100$

$\therefore$ 该菱形的“接近度”为 $|\alpha - \beta| = |80 - 100| = 20$;

$\because$ 四个角都为直角的菱形是正方形,

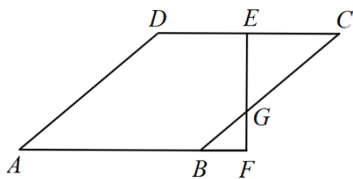
$\therefore$ 当 $\alpha = \beta = 90$ 时, 菱形是正方形,

$\therefore |\alpha - \beta| = 0$ 时, 菱形是正方形.

故答案为: 20, 0.

【点睛】本题考查菱形的性质，正方形的判定，对新定义的理解. 读懂题意，理解“接近度”是解题关键.

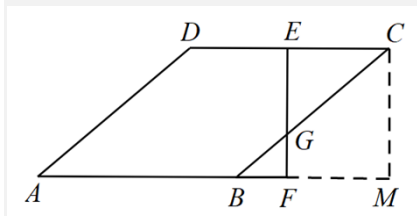
15. (2022 春·广东深圳·九年级深圳市宝安中学(集团)校考期末) 如图，菱形 $ABCD$ 中，点 E 是边 CD 的中点， EF 垂直 AB 交 AB 的延长线于点 F ，若 $BF:CE = 1:2$ ， $EF = \sqrt{7}$ ，则菱形 $ABCD$ 的边长是_____.



【答案】4

【分析】过 C 作 $CM \perp AB$ 延长线于 M ，根据 $BF:CE = 1:2$ 设 $BF = x, CE = 2x$ ，由菱形的性质表示出 $BC = 4x$ ， $BM = 3x$ ，根据勾股定理列方程计算即可。

【详解】过 C 作 $CM \perp AB$ 延长线于 M ，



$$\because BF:CE = 1:2$$

$$\therefore \text{设 } BF = x, CE = 2x$$

$\because$ 点 E 是边 CD 的中点

$$\therefore CD = 2CE = 4x$$

$\because$ 菱形 $ABCD$

$$\therefore CD = BC = 4x, CE \parallel AB$$

$$\because EF \perp AB, CM \perp AB$$

$\therefore$ 四边形 $EFMC$ 是矩形

$$\therefore CM = EF = \sqrt{7},$$

$$MF = CE = 2x$$

$$\therefore BM = 3x$$

在 $Rt \triangle BCM$ 中， $BM^2 + CM^2 = BC^2$

$$\therefore (3x)^2 + (\sqrt{7})^2 = (4x)^2,$$

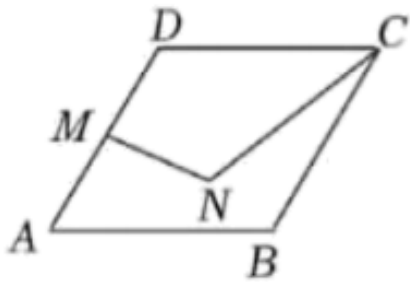
解得 $x = 1$ 或 $x = -1$ (舍去)

$$\therefore CD = 4x = 4$$

故答案为：4.

【点睛】本题考查了菱形的性质、矩形的判定与性质、勾股定理，关键在于熟悉各个知识点在本题的灵活运用。

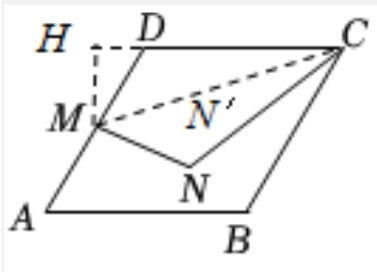
16. (2022 春·福建福州·九年级统考期中) 如图，在边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ，点 M 是 AD 边的中点，点 N 是菱形内一动点，且满足 $MN = 1$ ，连接 CN ，则 CN 的最小值为_____.



【答案】 $\sqrt{7}-1$

【分析】过点 M 作 $MH \perp CD$ 交 CD 的延长线于点 H ，根据菱形的性质以及直角三角形的性质求出 $CM = \sqrt{7}$ ，当点 N 运动到线段 CM 上的点 N' 时， CN 取得最小值，进一步求解即可．

【详解】过点 M 作 $MH \perp CD$ 交 CD 的延长线于点 H ，如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形， $\angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle HDM = \angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle HMD = 30^\circ$ ，

$\because$ 点 M 是 AD 边的中点，

$\therefore DM = \frac{1}{2}AD = 1$ ，

$\therefore DH = \frac{1}{2}DM = \frac{1}{2}$ ，

根据勾股定理，得： $HM = \sqrt{DM^2 - DH^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore CD = 2$ ，

$\therefore CH = CD + DH = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ ，

根据勾股定理，得： $CM = \sqrt{HM^2 + CH^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{7}$ ，

$\therefore MN = 1$ ，

当点 N 运动到线段 CM 上的点 N' 时， CN 取得最小值，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/497133123062010006>