

充分条件与必要条件

知识点

1

充分条件、必要条件

思维导航

1. 当 $x > 3$ 时, $x > 5$ 成立吗? 当 $x > 5$ 时, $x > 3$ 成立吗?
2. 对于任意角 α 、 β , 由 $\alpha > \beta$ 能得出 $\sin\alpha > \sin\beta$ 吗? 对于 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B , 当 $A > B$ 时, $\sin A > \sin B$ 成立吗?

新知导学

1. 如果命题“若 p ，则 q ”为真，则记为 $p \Rightarrow q$ ，“若 p 则 q ”为假，记为 $p \nRightarrow q$.

2. 如果已知 $p \Rightarrow q$ ，则称 p 是 q 的 充分条件， q 是 p 的 必要条件.

知识点

2

充要条件

新知导学

3. 如果既有 $p \Rightarrow q$, 又有 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的 充要条件, 记为 $p \Leftrightarrow q$.
4. 如果 $p \not\Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的 既不充分也不必要条件.
5. 如果 $p \Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$, 则称 p 是 q 的 充分不必要 条件.
6. 如果 $p \not\Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 则称 p 是 q 的 必要不充分 条件.

命题方向

1

充分条件

例题

1

已知 $p: 2x + m > 0$, $q: x^2 - 4x > 0$, 若 p 是 q 的充分条件, 则实数 m 的取值范围是_____.

[答案] $(-\infty, -8]$

[解析] $p: x > -\frac{m}{2}$, $q: x < 0$ 或 $x > 4$, 由条件知 $p \Rightarrow q$,

$$\therefore -\frac{m}{2} \geq 4, \therefore m \leq -8.$$

[方法规律总结] 1. 判断 p 是 q 的充分条件，就是判断命题“若 p ，则 q ”为真命题.

2. p 是 q 的充分条件说明：有了条件 p 成立，就一定能得出结论 q 成立. 但条件 p 不成立时，结论 q 未必不成立.

例如，当 $x=2$ 时， $x^2=4$ 成立，但当 $x \neq 2$ 时， $x^2=4$ 也可能成立，即当 $x=-2$ 时， $x^2=4$ 也可以成立，所以“ $x=2$ ”是“ $x^2=4$ ”成立的充分条件，“ $x=-2$ ”也是“ $x^2=4$ ”成立的充分条件.

命题方向

2

必要条件

例题

2

下列命题中是真命题的是()

①“ $x > 3$ ”是“ $x > 4$ ”的必要条件；

②“ $x = 1$ ”是“ $x^2 = 1$ ”的必要条件；

③“ $a = 0$ ”是“ $ab = 0$ ”的必要条件；

④“函数 $f(x)$ 的定义域关于坐标原点对称”是“函数 $f(x)$ 为奇函数”的必要条件.

A. ①②

B. ②③

C. ②④

D. ①④

[答案] D

[分析] 根据必要条件的定义进行判断.

[解析] $x > 4 \Rightarrow x > 3$, 故①是真命题; $x = 1 \Rightarrow x^2 = 1$, $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$, 故②是假命题; $a = 0 \Rightarrow ab = 0$, $ab = 0 \Rightarrow a = 0$, 故③是假命题; 函数 $f(x)$ 的定义域关于坐标原点对称且函数 $f(x)$ 为奇函数, 函数 $f(x)$ 为奇函数 \Rightarrow 函数 $f(x)$ 的定义域关于坐标原点对称, 故④是真命题, \therefore 选D.

[方法规律总结] 1.判断 p 是 q 的必要条件，就是判断命题“若 q ，则 p ”成立；

2. p 是 q 的必要条件理解要点：

①有了条件 p ，结论 q 未必会成立，但是没有条件 p ，结论 q 一定不成立.

②如果 p 是 q 的充分条件，则 q 一定是 p 的必要条件.

真命题的条件是结论的充分条件；真命题的结论是条件的必要条件. 假命题的条件不是结论的充分条件，但是有可能是必要条件. 例如：命题“若 $p: x^2=4$ ，则 $q: x=-2$ ”是假命题. p 不是 q 的充分条件，但 $q \Rightarrow p$ 成立，所以 p 是 q 的必要条件.

3. 推出符号“ \Rightarrow ”

只有当命题“若 p ，则 q ”为真命题时，才能记作“ $p \Rightarrow q$ ”

命题方向

3

充要条件

例题

3

方程 $x^2 + y^2 + 4mx - 2y + 5m = 0$ 表示圆的充要条件是()

A. $\frac{1}{4} < m < 1$

B. $m < \frac{1}{4}$ 或 $m > 1$

C. $m < \frac{1}{4}$

D. $m > 1$

[答案] B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/497144011044006060>