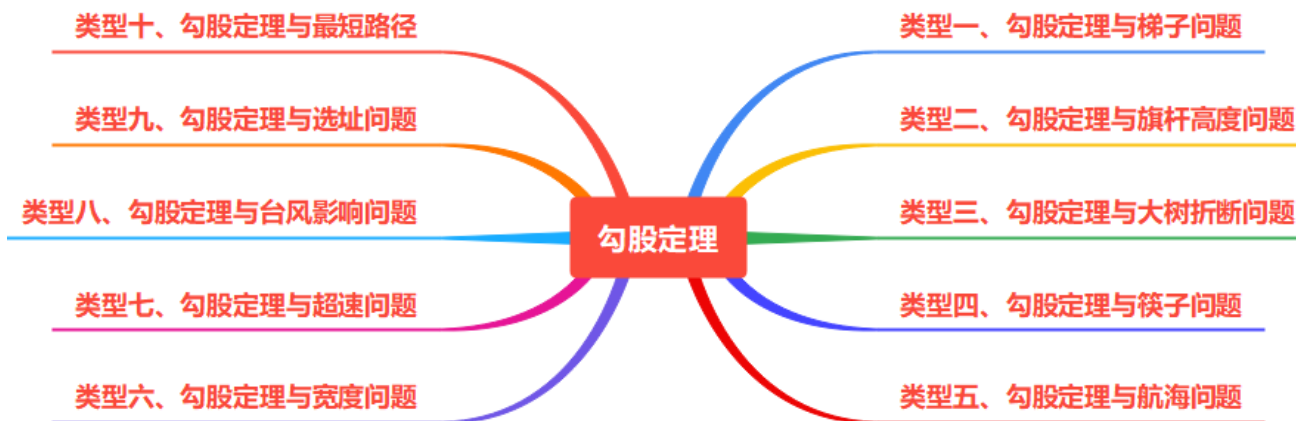
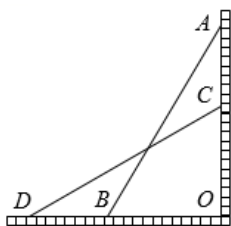


专题 2.4 勾股定理与实际问题的十大类型大题专练（分层培优 30 题）



类型一、勾股定理与梯子问题

1. (2022 秋·陕西西安·八年级校考期中) 如图，一架长 10 米的梯子 AB ，斜靠在竖直的墙上，这时梯子底端离墙 (BO) 6 米



(1) 此时梯子顶端 A 离地面多少米？

(2) 若梯子顶端 A 下滑 3 米到 C 处，那么梯子底端 B 将向左滑动多少米到 D 处？

【答案】(1) 8 米；

(2) $(5\sqrt{3}-6)$ 米.

【分析】(1) 利用勾股定理可以得出梯子的顶端距离地面的高度.

(2) 由 (1) 可以得出梯子的初始高度，下滑 3 米后，可得出梯子的顶端距离地面的高度，再次使用勾股定理即可得出答案.

【详解】(1) 解：∵ $AB = 10$ 米， $BO = 6$ 米，

梯子距离地面的高度 $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = 8$ 米，

答：此时梯子顶端离地面 8 米；

(2) 解: $\because$ 梯子下滑了 3 米, 即梯子距离地面的高度 $CO = 8 - 3 = 5$ 米,

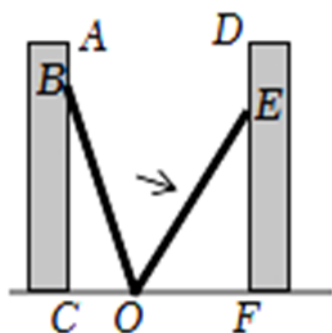
$$\therefore BD + BO = DO = \sqrt{CD^2 - CO^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \text{ 米},$$

$$\therefore DB = DO - OB = (5\sqrt{3} - 6) \text{ 米}, \text{ 即下端滑行了 } (5\sqrt{3} - 6) \text{ 米}.$$

答: 梯子底端将向左滑动了 $(5\sqrt{3} - 6)$ 米.

【点睛】 本题考查的是勾股定理的应用, 熟知勾股定理是解答此题的关键.

2. (2022 秋·山西晋中·八年级统考期中) 如图, 小巷左右两侧是竖直的高度相等的墙, 一根竹竿斜靠在左墙时, 竹竿底端 O 到左墙角的距离 OC 为 0.7 米, 顶端 B 距墙顶的距离 AB 为 0.6 米. 若保持竹竿底端位置不动, 将竹竿斜靠在右墙时, 竹竿底端到右墙角的距离 OF 为 1.5 米, 顶端 E 距墙顶 D 的距离 DE 为 1 米, 点 A 、 B 、 C 在一条直线上, 点 D 、 E 、 F 在一条直线上, $AC \perp CF$, $DF \perp CF$. 求:



(1) 墙的高度;

(2) 竹竿的长度.

【答案】 (1) 墙高 3 米

(2) 竹竿的长 2.5 米

【分析】 (1) 设墙高 x 米, 在 $Rt\triangle BCO$, $Rt\triangle EFO$ 根据勾股定理即可表示出竹竿长度的平方, 联立即可得到答案;

(2) 把 (1) 中的 x 代入勾股定理即可得到答案.

【详解】 (1) 解: 设墙高 x 米,

$$\because AC \perp CF, DF \perp CF,$$

$$\therefore \angle BCO = \angle EFO = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle BCO$, $Rt\triangle EFO$ 根据勾股定理可得,

$$BO^2 = (x - 0.6)^2 + 0.7^2, \quad OE^2 = (x - 1)^2 + 1.5^2,$$

$$\because BO = OE,$$

$$\therefore (x-1)^2 + 1.5^2 = (x-0.6)^2 + 0.7^2,$$

解得： $x = 3$ ，

答：墙高 3 米；

(2) 由 (1 得)，

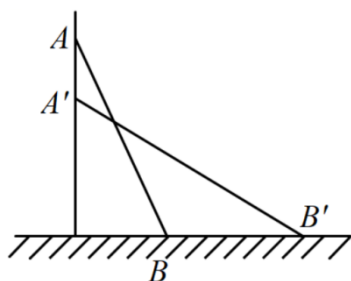
$$BO^2 = (x-0.6)^2 + 0.7^2, \quad x = 3,$$

$$\therefore BO = \sqrt{(3-0.6)^2 + 0.7^2} = 2.5$$

答：竹竿的长 2.5 米.

【点睛】 本题考查勾股定理实际应用题，解题的关键时根据两种不同状态竹竿长不变列等式及正确计算.

3. (2022 秋·江苏扬州·八年级校联考期中) 一架梯子 AB 长 25 米，如图斜靠在一面墙上，梯子底端 B 离墙 7 米.



(1) 这个梯子的顶端距地面有多高？

(2) 如果梯子的顶端下滑了 4 米，那么梯子底部在水平方向滑动了 4 米吗？为什么？

【答案】 (1) 24 米

(2) 不是 4 米，是 8 米，见解析

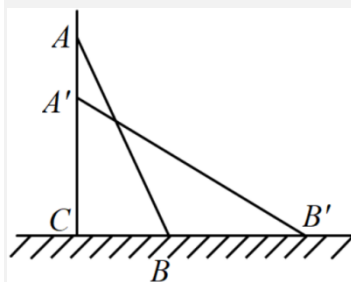
【分析】 (1) 直接利用勾股定理计算即可；

(2) 先求出 $A'C$ 的长度，再利用勾股定理求出 $B'C$ 的长度即可得到 BB' .

【详解】 (1) 解：由题意得： $AB = 25$ 米， $BC = 7$ 米，

$$\therefore AC = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24 \text{ (米)},$$

答：这个梯子的顶端距地面有 24 米；



(2) 梯子底部不是水平方向滑动了 4 米，

由题意得： $AA' = 4$ 米，

$$\therefore A'C = 24 - 4 = 20 \text{ 米，}$$

$$\therefore B'C = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15 \text{ (米)，}$$

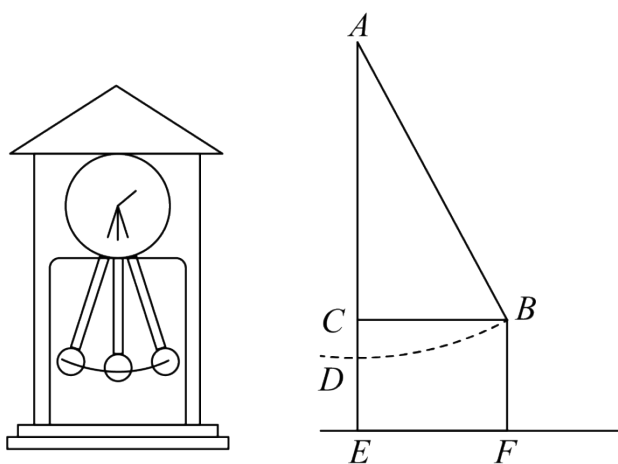
$$\text{则：} BB' = 15 - 7 = 8 \text{ (米)，}$$

答：梯子的底端在水平方向滑动了 8 米。

【点睛】此题考查了勾股定理的实际应用，正确理解题意确定直角三角形，利用勾股定理解决问题是解题的关键。

类型二、勾股定理与旗杆高度问题

4. (2022 秋·山东济南·七年级校考期中) 如图，有一只摆钟，摆锤看作一个点，当它摆动到离底座最近时，摆锤离底座的垂直高度 $DE = 4\text{cm}$ ，当它来回摆动到离底座的距离最高与最低时的水平距离为 8cm 时，摆锤离底座的垂直高度 $BF = 6\text{cm}$ ，求钟摆 AD 的长度。



【答案】15cm

【分析】根据勾股定理可知 $AB^2 = AC^2 + BC^2$ 列方程即可请求解。

【详解】解：设 $AB = x\text{cm}$ ，依题意得： $BC = 8\text{cm}$ ， $CD = CE - DE = 6 - 4 = 2(\text{cm})$ ， $AC = AD - CD = (x - 2)(\text{cm})$ ，
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

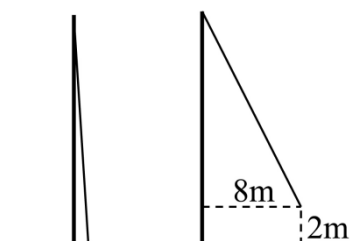
$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2, \text{ 即 } (x - 2)^2 + 8^2 = x^2,$$

$$\text{解得：} x = 15$$

答：钟摆 AD 的长 15cm

【点睛】本题考查了利用勾股定理解决实际问题，正确构造直角三角形利用勾股定理列方程是解题的关键。

5. (2022 秋·山东济宁·七年级校考期中) 如图, 小亮将升旗的绳子拉到旗杆底端, 绳子末端刚好接触地面, 然后将绳子末端拉到距离旗杆8m处, 发现此时绳子末端距离地面2m, 请你求出旗杆的高度(滑轮上方的部分忽略不计).



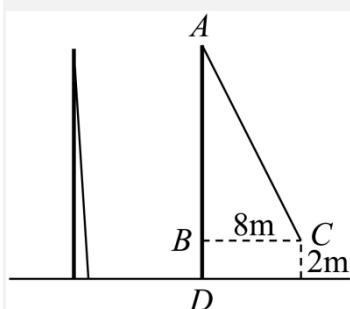
【答案】17m

【分析】根据题意画出示意图, 设旗杆高度为 x 米, 可得 $AC = AD = x(\text{m})$, $AB = (x-2)(\text{m})$, 而 $BC = 8\text{m}$, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中利用勾股定理可求出 x 即可.

【详解】解: 如图, 设旗杆高度为 x 米, 则 $AC = AD = x(\text{m})$, $AB = (x-2)(\text{m})$, 而 $BC = 8\text{m}$, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $AB^2 + BC^2 = AC^2$, 即 $(x-2)^2 + 8^2 = x^2$,

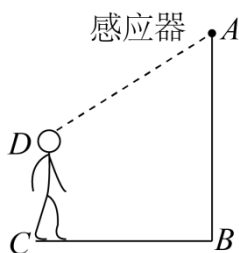
解得: $x = 17(\text{m})$,

即旗杆的高度为 17m.



【点睛】本题考查了勾股定理的应用, 解答本题的关键是构造直角三角形, 构造直角三角形的一般方法就是作垂线.

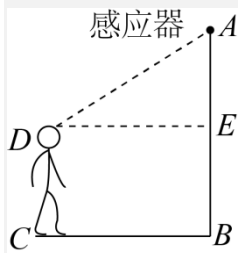
6. (2022 秋·山东枣庄·八年级统考期中) 如图, 为预防新冠疫情, 某小区人口的正上方 A 处装有红外线激光测温仪, 测温仪离地面的距离 $AB = 2.4$ 米, 当人体进入感应范围内时, 测温仪就会自动测温并报告人体体温. 当身高为 1.8 米的市民 CD 正对门缓慢走到离门 0.8 米的地方时 (即 $BC = 0.8$ 米), 测温仪自动显示体温, 求此时人头顶离测温仪的距离 AD .



【答案】1 米

【分析】过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ，构造 $\text{Rt} \triangle ADE$ ，利用勾股定理求得 AD 的长度即可。

【详解】解：如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ，



$\because AB = 2.4$ 米， $BE = CD = 1.8$ 米， $ED = BC = 0.8$ 米，

$\therefore AE = AB - BE = 2.4 - 1.8 = 0.6$ （米）。

在 $\text{Rt} \triangle ADE$ 中，由勾股定理得到：

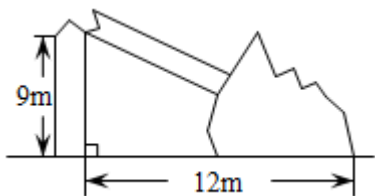
$$AD = \sqrt{AE^2 + DE^2} = 1.0 \text{（米）}，$$

故此时人头顶离测温仪的距离 AD 为 1 米。

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，解题的关键是作出辅助线，构造直角三角形，利用勾股定理求得线段 AD 的长度。

类型三、勾股定理与大树折断问题

7.（2022 春·广东江门·八年级校考期中）如图所示，一棵大树在一次强烈台风中于离地面 9 米处折断倒下，树顶落在离树根 12 米处，大树在折断之前高多少米？



【答案】24

【分析】先根据大树离地面部分、折断部分及地面正好构成直角三角形利用勾股定理求出折断部分的长，进而可得出结论。

【详解】解：根据题意：大树离地面部分、折断部分及地面正好构成直角三角形，且折断部分是斜边，

$\therefore$ 折断部分的长度为： $\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ （米），

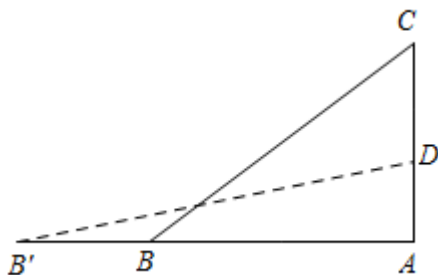
$\therefore$ 大树在折断之前高为： $9 + 15 = 24$ （米），

答：大树在折断之前高 24 米

【点睛】本题考查的是勾股定理在实际生活中的应用，解答此题的关键是熟练掌握勾股定理。

8.（2022 秋·陕西渭南·八年级统考期中）如图，一根垂直于地面的旗杆高 8m，因刮大风旗杆从点 C

处折断，顶部 B 着地且离旗杆底部的距离 $AB = 4\text{m}$.



(1)求旗杆折断处 C 点距离地面的高度 AC ;

(2)工人在修复的过程中，发现在折断点 C 的下方 1.25m 的点 D 处，有一明显裂痕，若下次大风将修复好的旗杆从点 D 处吹断，旗杆的顶点落在水平地面上的 B' 处，形成一个直角 $\triangle ADB'$ ，请求出 AB' 的长.

【答案】 (1) $AC = 3$ 米

(2) $AB' = 6$ 米

【分析】 (1) 由题意可知 $AC + BC = 8$ 米，根据勾股定理可得 $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ，又因为 $AB = 4$ 米，所以可求得 AC 的长，

(3) 先求出 D 点距地 $3 - 1.25 = 1.75$ 米， $B'D = 8 - 1.75 = 6.25$ 米，再根据勾股定理可以求得 $AB' = 6$ 米.

【详解】 (1) 解：由题意可知： $AC + BC = 8$ 米，

$\because \angle A = 90^\circ$,

$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2$,

又 $\because AB = 4$ 米，

$\therefore 4^2 + AC^2 = (8 - AC)^2$,

$\therefore AC = 3$ 米；

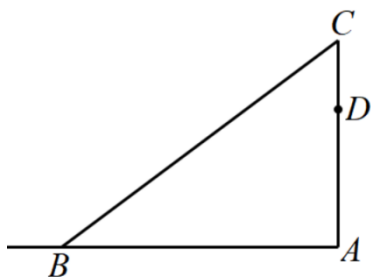
(2) 解： $\because D$ 点距地面 $AD = 3 - 1.25 = 1.75$ 米，

$\therefore B'D = 8 - 1.75 = 6.25$ 米，

$\therefore AB' = \sqrt{B'D^2 - AD^2} = 6$ 米.

【点睛】 本题考查了勾股定理的应用，在应用勾股定理解决实际问题时勾股定理与方程的结合是解决实际问题常用的方法，关键是从题中抽象出勾股定理这一数学模型，画出准确的示意图

9. (2022 秋·陕西咸阳·八年级统考期中) 如图，一根直立的旗杆高 8m ，因刮大风旗杆从点 C 处折断，顶部 B 着地且离旗杆底部 A 的距离为 4m .



(1)求旗杆距地面多高处折断 (AC);

(2)工人在修复的过程中,发现在折断点 C 的下方 1m 的点 D 处,有一条明显裂痕,将旗杆修复后,若下次大风将旗杆从点 D 处吹断,则距离旗杆底部周围多大范围内有被砸伤的风险?

【答案】(1)旗杆距地面 3m 处折断

(2)距离旗杆底部周围 $4\sqrt{2}\text{m}$ 的范围内有被砸伤的风险

【分析】(1) 设 AC 长为 $x\text{m}$, 则 BC 长 $(8-x)\text{m}$, 再利用勾股定理建立方程即可;

(2) 先画好图形,再求解 AD , $B'D$, 再利用勾股定理可得答案.

【详解】(1) 解: 由题意, 知 $AC + BC = 8\text{m}$.

因为 $\angle A = 90^\circ$,

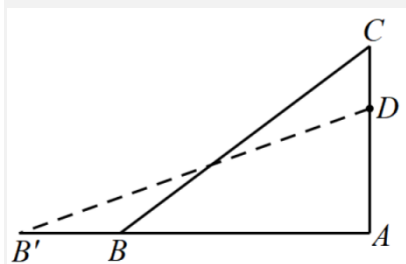
设 AC 长为 $x\text{m}$, 则 BC 长 $(8-x)\text{m}$,

$$\text{则 } 4^2 + x^2 = (8-x)^2,$$

解得 $x = 3$.

故旗杆距地面 3m 处折断;

(2) 如图.



因为点 D 距地面 $AD = 3 - 1 = 2(\text{m})$,

所以 $B'D = 8 - 2 = 6(\text{m})$,

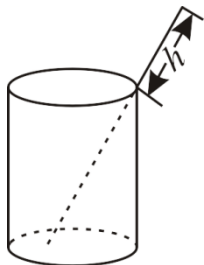
$$\text{所以 } AB' = \sqrt{B'D^2 - AD^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}(\text{m}),$$

所以距离旗杆底部周围 $4\sqrt{2}\text{m}$ 的范围内有被砸伤的风险.

【点睛】 本题考查的是勾股定理的实际应用, 熟练的从实际问题中构建直角三角形是解本题的关键.

类型四、勾股定理与筷子问题

10. (2021 春·云南红河·八年级校考期中) 将一根24cm的筷子, 置于底面直径为15cm, 高8cm的圆柱形水杯中, 如图所示, 设筷子露在杯子外面的长度为 h cm, 求 h 的取值范围



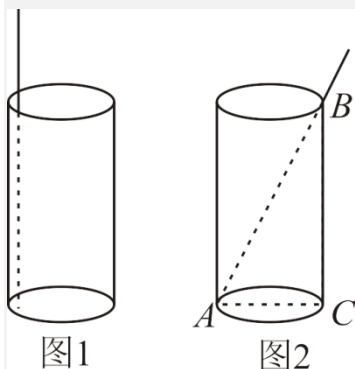
【答案】 $7 \leq h \leq 16$

【分析】如图(见解析), 先分别找出筷子露在杯子外面的长度 h 最小与最大时, 筷子的位置, 再根据线段和差、勾股定理求解即可得.

【详解】解: 由题意, 当筷子按图1放置时, h 取得最大值, 最大值为 $24-8=16(\text{cm})$,

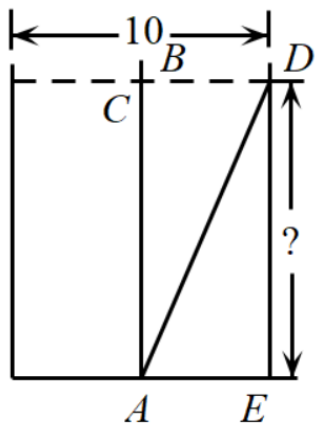
当筷子按图2放置时, 其中 AC 恰好为底面直径, $AC \perp BC$, h 取得最小值, 最小值为 $24-AB=24-\sqrt{15^2+8^2}=7(\text{cm})$,

则 h 的取值范围是 $7 \leq h \leq 16$.



【点睛】本题考查了勾股定理的应用, 正确求出 h 最小与最大值, 是解题关键.

11. (2022 春·内蒙古巴彦淖尔·八年级统考期中) 我国古代数学著作《九章算术》中记载了一个问题: “今有池方一丈, 葭(jiā)生其中, 出水一尺. 引葭赴岸(丈、尺是长度单位, 1丈10尺)其大意为: 有一个水池, 水面是一个边长为10尺的正方形, 它高出水面1尺(即 $BC=1$ 尺). 如果把这根芦苇拉向水池一边的中点, 它的顶端 B 恰好到达池边的水面 D 处, 问水的深度是多少?”



【答案】12 尺

【分析】设水深为 h 尺，则芦苇长为 $(h+1)$ 尺，根据勾股定理列方程，解出 h 即可．

【详解】解：设水深为 h 尺，则芦苇长为 $(h+1)$ 尺，根据勾股定理列方程，解出 h 即可．

设水深为 h 尺，则芦苇长为 $(h+1)$ 尺，

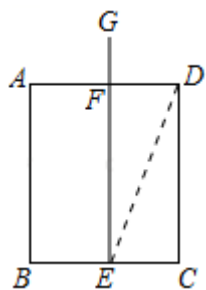
根据勾股定理，得 $(h+1)^2 - h^2 = 5^2$ 解得 $h = 12$ ，

∴水深为 12 尺，

故答案是： 12 尺．

【点睛】本题主要考查勾股定理的应用，熟练根据勾股定理列出方程是解题的关键．

12.（2022 秋·山东菏泽·八年级统考期中）如图，一个直径为 20cm 的杯子，在它的正中间竖直放一根小木棍，木棍露出杯子外 2cm，当木棍倒向杯壁时（木棍底端不动），木棍顶端正好触到杯口，求木棍长度．



【答案】26cm

【分析】设杯子的高度是 x cm，那么小木棍的高度是 $(x+2)$ cm，因为直径为 20cm 的杯子，可根据勾股定理列方程求解．

【详解】解：设杯子的高度是 x cm，那么小木棍的高度是 $(x+2)$ cm，

∵杯子的直径为 20cm，

∴杯子半径为 10cm，

∴ $x^2 + 10^2 = (x+2)^2$ ，

$$\text{即 } x^2+100=x^2+4x+4,$$

$$\text{解得: } x=24,$$

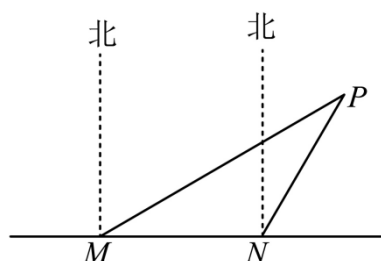
$$24+2=26 \text{ (cm)}.$$

答：小木棍长 26cm.

【点睛】本题考查了勾股定理的运用，解题的关键是看到构成的直角三角形以及各边的长.

类型五、勾股定理与航海问题

13. (2022 春·黑龙江哈尔滨·八年级哈尔滨市第四十七中学校考期中) 如图，海中有一小岛 P ，它的周围 12 海里内有暗礁，渔船跟踪鱼群由西向东航行，在 M 处测得小岛 P 在北偏东 60° 方向上，航行 16 海里到 N 处，这时测得小岛 P 在北偏东 30° 方向上.



(1) 求 M 点与小岛 P 的距离;

(2) 如果渔船不改变航线继续向东航行，是否有触礁危险，并说明理由.

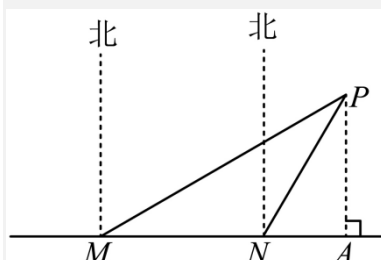
【答案】(1) $16\sqrt{3}$ 海里

(2) 不会有触礁危险，理由见解析

【分析】(1) 过点 P 作 $PA \perp MN$ ，交 MN 的延长线于点 A ，利用 30° 所对的直角边是斜边的一半，以及勾股定理，进行求解即可；

(2) 求出 PA 的长，与 12 海里比较大小，即可进行判断.

【详解】(1) 解：过点 P 作 $PA \perp MN$ ，交 MN 的延长线于点 A ，



由题意，得： $\angle PMA = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ， $\angle PNA = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle APN = 90^\circ - \angle PNA = 30^\circ,$$

设： $AN = x$,

$$\text{则： } PN = 2x, AP = \sqrt{PN^2 - AN^2} = \sqrt{3}x, AM = MN + AN = 16 + x,$$

$$\therefore \angle PMA = 30^\circ,$$

$$\therefore PM = 2AP = 2\sqrt{3}x,$$

$$\text{在 Rt } \triangle MAP \text{ 中, } PM^2 = AM^2 + AP^2,$$

$$\text{即： } (2\sqrt{3}x)^2 = (\sqrt{3}x)^2 + (x + 16)^2,$$

解得： $x_1 = 8, x_2 = -4$ (不合题意，舍去)；

$$\therefore PM = 8 \times 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3};$$

$\therefore M$ 点与小岛 P 的距离： $16\sqrt{3}$ 海里；

(2) 不会有触礁危险，理由如下：

$$\text{由 (1) 知： } AP = \sqrt{3}x = 8\sqrt{3},$$

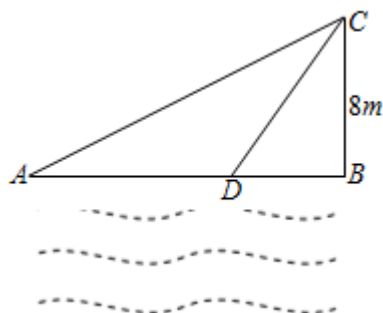
$$\therefore (8\sqrt{3})^2 = 192 > 144 = 12^2,$$

$$\therefore 8\sqrt{3} > 12,$$

$\therefore$ 渔船不改变航线继续向东航行，不会有触礁危险。

【点睛】 本题考查勾股定理的应用．添加辅助线，构造直角三角形，利用勾股定理求解，是解题的关键．

14. (2022 秋·江苏·八年级期中) 位于苏州乐园的漂流项目深受欢迎，在景区游船放置区，工作人员把偏离的游船从点 A 拉回点 B 的位置 (如图). 在离水面垂直高度为 8m 的岸上点 C ，工作人员用绳子拉船移动，开始时绳子 AC 的长为 17m，工作人员以 0.35 米/秒的速度拉绳子，经过 20 秒后游船移动到点 D 的位置，问此时游船移动的距离 AD 的长是多少？



【答案】 此时游船移动的距离 AD 的长是 9m

【分析】 在 $\text{Rt } \triangle ABC$ 中用勾股定理求出 $AB = 15$ ，在 $\text{Rt } \triangle DBC$ 中用勾股定理求出 $BD = 6$ ，再根据 $AD = AB - BD$

的出结果.

【详解】解：在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BC = 8\text{m}$ ， $AC = 17\text{m}$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15\text{m},$$

$\therefore$ 工作人员以0.35米/秒的速度拉绳子，经过20秒后游船移动到点 D 的位置，

$$\therefore CD = 17 - 0.35 \times 20 = 10\text{m},$$

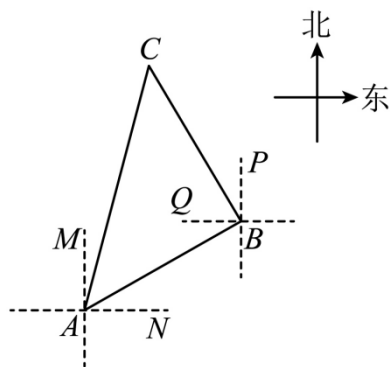
$$\therefore BD = \sqrt{CD^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6\text{m},$$

$$\therefore AD = AB - BD = 9\text{m}.$$

答：此时游船移动的距离 AD 的长是9m.

【点睛】本题考查勾股定理的应用，熟练掌握勾股定理在实际问题中的应用，从题中抽象出勾股定理这一数学模型是解题关键.

15. (2022 秋·广东深圳·八年级深圳市高级中学校考期中) 如图所示，一艘轮船由 A 港口沿着北偏东 60° 的方向航行100km到达 B 港口，然后再沿北偏西 30° 方向航行100km到达 C 港口.



(1) 求 A ， C 两港口之间的距离；(结果保留根号)

(2) C 港口在 A 港口的什么方向.

【答案】(1) $100\sqrt{2}\text{km}$

(2) C 港口在 A 港口的北偏东 15° 的方向上

【分析】(1) 由题意得 $\angle ABC = 90^\circ$ ，由勾股定理，从而得出 AC 的长；

(2) 由(1)可得 $\angle BAC = 45^\circ$ ，求出 $\angle MAC$ 即可.

【详解】(1) $\because \angle MAB = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BAN = 30^\circ.$$

$$\because AN \parallel QB,$$

$$\therefore \angle QBA = \angle BAN = 30^\circ.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/497153036103006153>