

## 2023 届高三苏锡常镇四市第二次教学情况调研高三数学（4月）

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数  $z$  满足  $(1-i)z = i$ ，则在复平面内  $z$  表示的点所在的象限为( )

- A. 第一象限                  B. 第二象限                  C. 第三象限                  D. 第四象限

2. 已知  $A, B$  为非空数集， $A = \{0, 1\}$ ， $(\complement_{\mathbb{R}}A) \cap B = \{-1\}$ ，则符合条件的  $B$  的个数为( )

- A. 1                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4

3. 已经连续抛掷一枚质地均匀的硬币 2 次，都出现了正面向上的结果，第 3 次随机地抛掷这枚硬币，则其正面向上的概率为( )

- A.  $\frac{1}{8}$                                   B.  $\frac{1}{4}$                                   C.  $\frac{1}{2}$                                   D. 1

4. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  的夹角为  $60^\circ$ ，且  $|\vec{a}| = |\vec{a} - \vec{b}| = 1$ ，则( )

- A.  $|2\vec{a} - \vec{b}| = 1$                                   B.  $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 1$   
C.  $\langle \vec{a}, \vec{a} - \vec{b} \rangle = 60^\circ$                                   D.  $\langle \vec{b}, \vec{a} - \vec{b} \rangle = 60^\circ$

5. 埃及胡夫金字塔是世界古代建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥，其侧面与底面所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，则侧面三角形的顶角的正切值为( )



- A. 2                                  B. 3                                  C.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$                                   D.  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

6. 已知  $(2 - \frac{1}{x})^{23} = a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \dots + \frac{a_{22}}{x^{22}} + \frac{a_{23}}{x^{23}}$ ，则  $\frac{a_0}{2^{22}} + \frac{a_1}{2^{21}} + \dots + \frac{a_{21}}{2} + a_{22} = ( )$

- A. -1                                  B. 0                                  C. 1                                  D. 2

7. 设  $a = \frac{1}{3}$ ， $b = \ln \frac{3}{2}$ ， $c = \tan \frac{1}{2}$ ，则( )

- A.  $a < b < c$                                   B.  $b < a < c$                                   C.  $c < a < b$                                   D.  $a < c < b$

8. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $S_{n+1} + 1 = 4a_n (n \in N^*)$ , 则使得不等式  $a_m + a_{m+1} + \dots + a_{m+k} - a_{m+1}S_k < 2023 (k \in N^*)$  成立的正整数  $m$  的最大值为( )

- A. 9                      B. 10                      C. 11                      D. 12

二、多选题: 本题共 4 小题, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线  $l: kx - y - k = 0$ , 椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , 则下列说法正确的有( )

- A.  $l$  恒过点  $(1, 0)$   
 B. 若  $l$  过  $C$  的焦点, 则  $a^2 + b^2 = 1$   
 C. 对任意实数  $k$ ,  $l$  与  $C$  总有两个互异公共点, 则  $a \geq 1$   
 D. 若  $a < 1$ , 则一定存在实数  $k$ , 使得  $l$  与  $C$  有且只有一个公共点

10. 已知函数  $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ , 则( )

- A.  $f(x)$  是偶函数, 也是周期函数                      B.  $f(x)$  的最大值为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$   
 C.  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称                      D.  $f(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{3})$  上单调递增

11. 在正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 已知  $AB = 2$ ,  $AA_1 = 1$ , 则下列说法正确的有( )

- A. 异面直线  $AB_1$ ,  $A_1C_1$  的距离为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$   
 B. 直线  $AB_1$  与平面  $A_1BC_1$  所成的角的余弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{3}$   
 C. 若该正四棱柱的各顶点都在球  $O$  的表面上, 则球  $O$  的表面积为  $9\pi$   
 D. 以  $A$  为球心, 半径为 2 的球面与该正四棱柱表面的交线的总长度为  $\frac{10 + 3\sqrt{3}}{6}\pi$

12. 已知函数  $y = f(x) (x \in R)$  的图象是连续不间断的, 函数  $y = f(x - 1)$  的图象关于点  $(1, 1)$  对称, 在区间  $(1, +\infty)$  上单调递增. 若  $f(m\cos\theta + 4\cos\theta - 2) + f(-4\cos 2\theta) > 2$  对任意  $\theta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$  恒成立, 则下列选项中  $m$  的可能取值有( )

- A.  $2\sqrt{2} - 4$                       B.  $2 - 2\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{2} - 2$                       D.  $\sqrt{2} - 4$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 某校 1000 名学生参加数学文化知识竞赛, 每名学生的成绩  $X \sim N(70, 10^2)$ , 成绩不低于 90 分为优秀,

依此估计优秀的学生人数为\_\_\_\_\_ (结果填整数). 附: 若  $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则

$$P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 0.6827, \quad P(\mu - 2\sigma < \xi < \mu + 2\sigma) = 0.9545$$

14. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $A\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ , 将线段  $OA$  绕原点顺时针旋转  $\frac{\pi}{3}$  得到线段  $OB$ , 则点  $B$  的横坐标为\_\_\_\_\_

15. 某校数学兴趣小组在研究函数最值的过程中, 获得如下研究思路: 求函数  $f(x) = |g(x) - mx - n|$  的最大值时, 可以在平面直角坐标系中把  $|g(x) - mx - n|$  看成  $y = g(x)$  的图象与直线  $y = mx + n$  在相同横坐标处的“高度差”, 借助“高度差”探究其最值. 借鉴该小组的研究思路, 记  $f(x) = |\sin x - mx - n|$  在  $[0, \pi]$  上的最大值为  $M$ , 当  $M$  取最小值时,  $m =$ \_\_\_\_\_,  $n =$ \_\_\_\_\_

16. 已知抛物线  $C: x^2 = 4y$  的焦点为  $F$ , 过动点  $P$  的两条直线  $l_1, l_2$  均与  $C$  相切, 设  $l_1, l_2$  的斜率分别为  $k_1, k_2$ , 若  $(k_1 - 1)(k_2 - 1) = -4$ , 则  $|FP|$  的最小值为\_\_\_\_\_

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题 10 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数,  $a_1 = 1, a_2 + a_5 + a_8 = a_3 a_5$

- (1) 求  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ ;
- (2) 若数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1 = 1, a_{n+2} b_{n+1} = a_n b_n$ , 求  $\{b_n\}$  的通项公式.

18. (本小题 12 分)

某地区的疾控机构为了考察药物  $A$  对某疾病的预防效果, 在该地区随机抽取 96 人, 调查得到的统计数据如下表所示.

	患病	未患病	合计
服用药物 $A$	10	38	48
未服用药物 $A$	22	26	48
合计	32	64	96

- (1) 试判断: 是否有 99% 以上的把握认为药物  $A$  对预防该疾病有效果?
- (2) 已知治愈一位服用药物  $A$  的该疾病患者需要 2 个疗程, 治愈一位未服用药物  $A$  的该疾病患者需要 3 个疗程. 从该地区随机抽取 1 人, 调查其是否服用药物  $A$ 、是否患该疾病, 若未患病则无需治疗, 若患病则对其进行治疗并治愈、求所需疗程数的数学期望.

附:  $\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$  (其中  $n = a + b + c + d$ ),  $P(\chi^2 > 6.635) = 0.01$

19. (本小题 12 分)

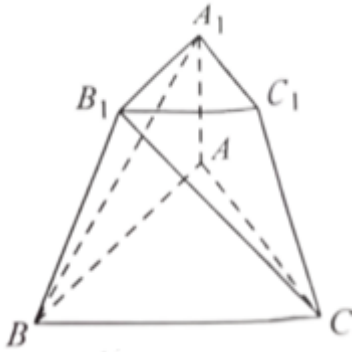
在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $a \cos B + (b + 2c) \cos A = 0$ .

- (1) 求  $A$ ;

(2) 若点  $D$  在边  $BC$  上,  $BD = 2DC$ ,  $AD = 2$ ,  $c = 2b$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

20. (本小题 12 分)

如图, 在三棱台  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $BA \perp BC$ , 平面  $A_1B_1BA \perp$  平面  $ABC$ , 二面角  $B_1 - BC - A$  的大小为  $45^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = A_1B_1 = AA_1 = 1$



(1) 求证:  $AA_1 \perp$  平面  $ABC$ ;

(2) 求异面直线  $BA_1$  与  $CB_1$  所成角的余弦值.

21. (本小题 12 分)

已知双曲线  $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的渐近线为  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$ , 右焦点  $F$  到渐近线的距离为  $\sqrt{3}$ . 设

$M(x_0, y_0)$  是双曲线  $C_2: \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  上的动点, 过  $M$  的两条直线  $l_1, l_2$  分别平行于  $C_1$  的两条渐近线, 与  $C_1$  分别交于  $P, Q$  两点.

(1) 求  $C_1$  的标准方程;

(2) 证明直线  $PQ$  过定点, 并求出该定点的坐标.

22. (本小题 12 分)

已知函数  $f(x) = ae^{x-1} - \ln x - 1, a \in R$ .

(1) 若  $a = 1$ , 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若  $f(x)$  有且只有 2 个不同的零点, 求  $a$  的取值范围.

## 答案和解析

### 1. 【答案】B

#### 【解析】【分析】

本题考查复数的运算和几何意义，属于基础题.

先化简  $z$ ，再利用复数的几何意义即可求解.

#### 【解答】

解：由题意得：
$$z = \frac{i}{1-i} = \frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i,$$

故  $z$  对应的点是  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ，在第二象限.

故选 B.

### 2. 【答案】D

#### 【解析】【分析】

本题考查集合的运算，属于基础题.

利用列举法即可求解.

#### 【解答】

解：因为  $A = \{0, 1\}$ ， $(\complement_{\mathbb{R}}A) \cap B = \{-1\}$ ，

则符合条件的  $B$  为  $\{-1\}$ ， $\{0, -1\}$ ， $\{-1, 1\}$  和  $\{-1, 1, 0\}$ ，共 4 个.

### 3. 【答案】C

#### 【解析】【分析】

本题考查古典概型，属于基础题.

由每次正面朝上的概率都是  $\frac{1}{2}$  即可解答.

#### 【解答】

解：由每次抛掷硬币结果相互独立，

所以每次正面朝上的概率为  $\frac{1}{2}$

### 4. 【答案】C

#### 【解析】【分析】

本题考查向量的数量积，向量的模，向量的夹角，考查数学运算能力，属于中档题。

由题意利用  $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 1$  可求出  $|\vec{b}|$ ，继而可求得  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ，再利用数量积求向量的模和夹角，对各选项依次求解判断即可。

**【解答】**

解：由题意可得

$$\begin{aligned} |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 \\ &= |\vec{a}|^2 - 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 60^\circ + |\vec{b}|^2 = 1, \end{aligned}$$

即  $1 - |\vec{b}| + |\vec{b}|^2 = 1$ ，解得  $|\vec{b}| = 1$  或  $0$  (舍去)，

$$\text{则 } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\text{则 } |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{4\vec{a}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2} = \sqrt{4 - 4 \times \frac{1}{2} + 1} = \sqrt{3}, \text{ 故 } \mathbf{A} \text{ 错误;}$$

$$|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{\vec{a}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2} = \sqrt{1 - 4 \times \frac{1}{2} + 4} = \sqrt{3}, \text{ 故 } \mathbf{B} \text{ 错误;}$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2} = \sqrt{1 - 2 \times \frac{1}{2} + 1} = 1,$$

$$\cos \langle \vec{a}, \vec{a} - \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{\vec{a}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 \times 1} = \frac{1}{2},$$

所以  $\langle \vec{a}, \vec{a} - \vec{b} \rangle = 60^\circ$ ，故 **C** 正确；

$$\cos \langle \vec{b}, \vec{a} - \vec{b} \rangle = \frac{\vec{b} \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{b}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b}^2}{|\vec{b}| \cdot |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{1 \times 1} = -\frac{1}{2},$$

所以  $\langle \vec{b}, \vec{a} - \vec{b} \rangle = 120^\circ$ ，故 **D** 错误。

故选 **C**。

## 5. 【答案】A

**【解析】** 【分析】

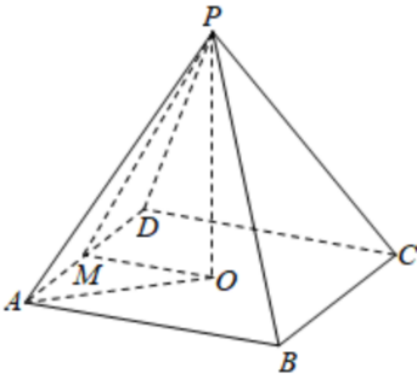
本题考查了二面角的求解计算，以及二倍角的正切公式的应用，属于中档题。

设出相关的线段长度，设正四棱锥的底面边长为  $AB = 2a$ ，设侧面与底面所成的锐角为  $\theta$ ，侧面三角形的顶角为  $\alpha$ ，由  $\cos \theta = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ ，可得  $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ ，进而可根据二倍角公式求解  $\tan \alpha$ ，即可得解。

**【解答】**

解：设正四棱锥的底面边长为  $2a$ ，设  $O$  为底面的中心，高为  $h$ ，斜高为  $h'$ ，

设  $M$  为  $AD$  的中点，则斜高为  $PM = h'$ ，



连接  $OM$ ，设侧面与底面所成的锐角为  $\theta$ ，侧面三角形的顶角为  $\alpha$ ，

由于  $PM \perp AD$ ， $OM \perp AD$ ，即  $\angle PMO = \theta$ ，

$$\text{由 } \cos \theta = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \text{ 可得 } PM = \frac{a}{\cos \theta} = \frac{a}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}-1},$$

由正四棱锥中  $PA = PD$ ，则  $\alpha = \angle DPA = 2\angle DPM$ ，

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{DM}{PM} = \frac{a}{\frac{2a}{\sqrt{5}-1}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\text{则 } \tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2}}{1 - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2} = 2,$$

故选 A.

## 6. 【答案】D

【解析】 【分析】

本题主要考查二项式定理的应用，属于中档题.

由已知根据二项式展开式的通项得  $a_{23} = -1$ ，再令  $x = \frac{1}{2}$ ，进而可得解.

【解答】

$$\text{解：由 } \left(2 - \frac{1}{x}\right)^{23} = a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \dots + \frac{a_{22}}{x^{22}} + \frac{a_{23}}{x^{23}},$$

$$\text{对于 } \left(2 - \frac{1}{x}\right)^{23} \text{ 展开式的通项公式为 } T_{r+1} = C_{23}^r \times 2^{23-r} \times \left(-\frac{1}{x}\right)^r, \quad r = 0, 1, 2, \dots, 23,$$

令  $r = 23$ ，可得  $a_{23} = -1$ ，

$$\text{令 } x = \frac{1}{2}, \text{ 得 } a_0 + 2a_1 + 2^2a_2 + 2^3a_3 + \dots + 2^{21}a_{21} + 2^{22}a_{22} + 2^{23}a_{23} = 0,$$

$$\text{故 } a_0 + 2a_1 + 2^2a_2 + 2^3a_3 + \dots + 2^{21}a_{21} + 2^{22}a_{22} = -2^{23}a_{23} = 2^{23},$$

上式等号两边同时除以  $2^{22}$  可得

$$\frac{a_0}{2^{22}} + \frac{a_1}{2^{21}} + \dots + \frac{a_{21}}{2} + a_{22} = 2,$$

故选 D.

### 7. 【答案】 A

#### 【解析】 【分析】

本题考查比较大小，属于中档题.

利用单位圆结合三角函数线比较  $a$  和  $c$  的大小，利用导数比较  $b$  和  $c$  的大小，利用对数函数单调性比较  $a$  和  $b$  的大小.

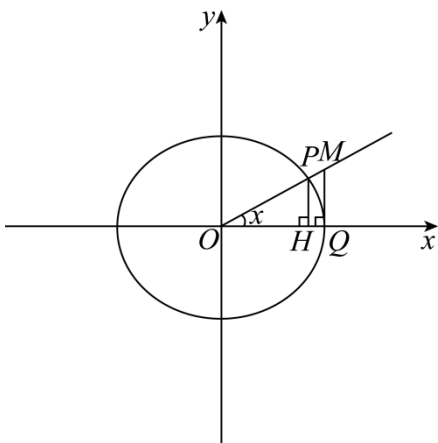
#### 【解答】

解：证明当  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  时， $\tan x > x$ ：如图，在单位圆中，圆  $O$  半径  $|OP| = 1$ ， $\tan x = \frac{|MQ|}{|OQ|} = |MQ|$ ，由

于  $S_{\triangle OMQ} > S_{\text{扇形}OPQ}$ ，即  $\frac{1}{2}|OQ||MQ| > \frac{1}{2}x \cdot |OP|^2$ ，

即  $\frac{1}{2}\tan x > \frac{1}{2}x$ ，即  $\tan x > x$ ，

由于  $0 < \frac{1}{2} < \frac{\pi}{2}$ ，故  $c = \tan \frac{1}{2} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} = a$ ，



令  $f(x) = x - \ln x - 1$ ， $x > 0$ ，则  $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$ ，

当  $0 < x < 1$  时， $f'(x) < 0$ ， $f(x)$  单调递减；

当  $x > 1$  时， $f'(x) > 0$ ， $f(x)$  单调递增.

故  $f(x)_{\min} = f(1) = 1 - \ln 1 - 1 = 0$ ，

即  $x - \ln x - 1 \geq 0$  恒成立，当  $x = 1$  时取等号，

故  $\frac{3}{2} - \ln \frac{3}{2} - 1 > 0$ ，即  $\frac{1}{2} > \ln \frac{3}{2}$ ，故  $c > b$ ，

由于  $a = \frac{1}{3} = \ln e^{\frac{1}{3}}$ ，而  $\left(e^{\frac{1}{3}}\right)^3 = e < 3$ ， $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} > 3$ ，



故  $\frac{3}{2} > e^{\frac{1}{3}}$ , 即  $b > a$ ,

故  $c > b > a$ .

## 8. 【答案】C

【解析】 【分析】

本题考查等比数列通项公式及求和公式, 数列的递推公式, 数列与不等式, 属于中档题.

由题意可得  $a_n = 2^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{1-2^n}{1-2} = 2^n - 1$ , 进而不等式可化为  $2^{m-1} < 2023$  恒成立, 由此得到答案.

【解答】

解: 设等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ ,

由  $S_{n+1} + 1 = 4a_n$ , 则  $n \geq 2$ ,  $S_n + 1 = 4a_{n-1}$ ,

所以两式相减可得  $a_{n+1} = 4a_n - 4a_{n-1}$ ,

所以  $q^2 a_{n-1} = 4q a_{n-1} - 4a_{n-1}$ , 即  $q^2 - 4q + 4 = 0$ , 解得  $q = 2$ ,

令  $n = 1$ , 则  $S_2 + 1 = 4a_1$ , 可得  $a_1 = 1$ ,

所以  $a_n = 2^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{1-2^n}{1-2} = 2^n - 1$ ,

所以  $a_m + a_{m+1} + \dots + a_{m+k} - a_{m+1} S_k = \frac{2^{m-1}(1-2^{k+1})}{1-2} - 2^m(2^k - 1) = 2^{m-1}$ ,

所以  $2^{m-1} < 2023$ ,

由  $2^{10} = 1024, 2^{11} = 2048$ ,

所以正整数  $m$  的最大值为 11,

故选 C.

## 9. 【答案】ACD

【解析】 【分析】

本题考查直线与椭圆的位置关系, 椭圆的性质及几何意义, 直线系方程及其应用, 属于中档题.

结合椭圆性质、直线与椭圆位置关系, 逐个选项判断即可.

【解答】解: 直线  $l: kx - y - k = 0$ , 即直线  $k(x-1) - y = 0$ ,

令  $\begin{cases} x-1=0 \\ y=0 \end{cases}$ , 可得  $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ ,

即  $l$  恒过点  $(1, 0)$ , A 正确;

若  $l$  过 C 的焦点, 则  $c = 1, a^2 = b^2 + 1$ , B 错误;

由于直线  $l: kx - y - k = 0$  过定点  $(1, 0)$  且斜率存在, 故要使对任意实数  $k$ ,  $l$  与 C 总有两个互异公共点,

则  $l$  恒过的定点  $(1, 0)$  在椭圆内部或  $(1, 0)$  是椭圆的右顶点即可, 即  $a \geq 1$ , C 正确;

若  $a < 1$ , 则  $l$  恒过的定点  $(1, 0)$  在椭圆外部, 从而可知一定存在实数  $k$ , 使得直线  $l$  与椭圆  $C$  相切, 即使得  $l$  与  $C$  有且只有一个公共点,  $D$  正确.

### 10. 【答案】BD

#### 【解析】【分析】

本题考查函数的奇偶性、周期性、对称性, 考查利用导数研究函数的单调区间和最值, 属于中档题.

利用函数周期性和奇偶性的定义, 即可判断 **A**; 因为  $f(x)$  是周期函数且周期为  $2\pi$ , 则研究函数在  $[-\pi, \pi]$  上的最值即可, 利用导数求解函数的单调性和最值, 进而可判断 **B** 和 **D**; 对于 **C**, 易举出反例.

#### 【解答】

解: 对于 **A**, 显然  $f(x + 2\pi) = f(x)$ , 所以函数  $f(x)$  是周期函数,

$$\begin{aligned} f(-x) &= 2\sin(-x) + \sin(-2x) \\ &= -2\sin x - \sin 2x = -f(x), \end{aligned}$$

又  $f(x)$  定义域为  $\mathbf{R}$ ,

所以  $f(x)$  为奇函数, 故 **A** 错误;

对于 **B**,  $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ ,

$$\text{则 } f'(x) = 2\cos x + 2\cos 2x$$

$$= 2\cos x + 2(2\cos^2 x - 1)$$

$$= 2(\cos x + 1)(2\cos x - 1),$$

$f(x)$  是周期函数, 周期为  $2\pi$ ,

研究  $[-\pi, \pi]$  情况,

$$\text{令 } f'(x) > 0, \text{ 则 } -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3},$$

$$\text{令 } f'(x) < 0, \text{ 则 } -\pi < x < -\frac{\pi}{3} \text{ 或 } \frac{\pi}{3} < x < \pi,$$

所以  $f(x)$  在  $(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3})$  上单调递增, 在  $(-\pi, -\frac{\pi}{3})$ ,  $(\frac{\pi}{3}, \pi)$  上单调递减,

$$\text{求得 } f(-\frac{\pi}{3}) = -\frac{3\sqrt{3}}{2}, f(\pi) = 0, f(\frac{\pi}{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2}, f(-\pi) = 0,$$

则  $f(x)$  的最大值为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ , 故 **B** 正确;

$$\text{对于 } \mathbf{D}, \text{ 又 } \left(0, \frac{\pi}{3}\right) \subseteq \left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right),$$

所以  $f(x)$  在  $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$  上单调递增, 故 **D** 正确;

对于 **C**, 假设  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/49803705200006041>