第 01 讲 直线的方程

目录

01
模拟基础练

题型一：倾斜角与斜率的计算

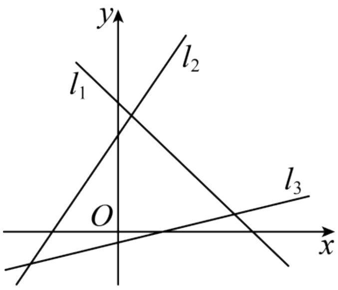
1．（2024·高三·山东济宁·期末）直线$\sqrt{3}x-y+3=0$的倾斜角是_________.

2．（2024·高三·浙江杭州·期末）直线$y=\sqrt{3}$的倾斜角是_________.

3．经过$A(-1,3)$, $B(\sqrt{3},-\sqrt{3})$两点的直线的倾斜角是（　）

A．45°　　B．60°　　C．90°　　D．120°

4．（2024·全国·高二专题练习）如图，若直线l_1,l_2,l_3的斜率分别为k_1,k_2,k_3，则（　）



A．$k_1<k_3<k_2$　　B．$k_3<k_1<k_2$

C．$k_1<k_2<k_3$　　D．$k_3<k_2<k_1$

题型二：三点共线问题

5．若三点$A(2,3)$，$B(3,-2)$，$C\left(\frac{1}{2},m\right)$共线，则$m=$_______.

6．若点$A(-1,2)$, $B(-3,b)$, $C(3,10)$在同一条直线上，则实数b等于_______

7．已知$A(m,-2)$，$B(2,5)$，$C(3,7)$三点在同一条直线上，则$m=$_______.

题型三：过定点的直线与线段相交问题

8．已知点$A(2,3)$，$B(-5,2)$，若过点$C(-1,5)$的直线l与线段AB相交，则直线l的斜率的取值范围是_____.

9．已知实数x,y满足$x-3y+5=0\left(1\le x\le 4\right)$，则$\dfrac{y+1}{x-2}$的取值范围为________.

10．已知点 $A(2,1),B(-2,2)$，若直线 l 过点 $P\left(-\frac{4}{5},-\frac{1}{5}\right)$ 且与线段 AB 没有交点，则直线 l 的斜率 k 的取值范围为_____.

11．若直线 l：$(a-1)x+y+a=0$ 与连接 $A(1,2)$，$B(-3,1)$ 的线段相交，则 a 的取值范围是_____.

12．已知两点 $A(-3,4)$，$B(3,2)$ 和直线 $l:mx-y-m=0$，则直线 l 恒过定点______；若直线 l 与线段 AB 有公共点，则实数 m 的取值范围是___________.

题型四：直线的方程

13．在平面直角坐标系中，已知 $A(2,0),B(-3,4)$ 两点，C为坐标原点，则 $\angle AOB$ 的平分线所在直线的方程为_________.

14．过点 $P(1,1)$ 引直线，使 $A(2,3)$，$B(4,-5)$ 到它的距离相等，则该直线的方程是（　）

A．$4x+y-5=0$　　B．$x+4y-5=0$

C．$x+y-2=0$ 或 $4x+y-5=0$　　D．$x+y-2=0$ 或 $x+4y-5=0$

15．已知过定点直线 $kx-y+4-k=0$ 在两坐标轴上的截距都是正值，且截距之和最小，则直线的方程为（　）

A．$x-2y-7=0$　　B．$x-2y+7=0$　　C．$2x+y-6=0$　　D．$x+2y-6=0$

16．（2024·四川绵阳·二模）过点 $P(1,2)$，且与原点距离最大的直线的方程为（　）

A．$2x-y=0$　　B．$x+2y-5=0$　　C．$x-2y+3=0$　　D．$2x+y-4=0$

题型五：直线与坐标轴围成的三角形问题

17．已知直线 l 过点 $M(-3,4)$，且分别与 x 轴的负半轴、y 轴的正半轴交于 A，B 两点，O 为原点，则 $\vee AOB$ 面积最小值为_____.

18．若一条直线经过点 $A(-2,2)$，并且与两坐标轴围成的三角形面积为 1，则此直线的方程为_____.

19．已知直线 l 过点 $M(2,1)$，且分别与 x 轴的正半轴、y 轴的正半轴交于 A，B 两点，O 为原点，当△AOB 面积最小时，直线 l 的方程为_______.

20．已知直线 l 的方程为：$(2+m)x+(1-2m)y+(4-3m)=0$.

(1)求证：不论 m 为何值，直线必过定点 M；

(2)过点 M 引直线 l_1，使它与两坐标轴的负半轴所围成的三角形面积最小，求 l_1 的方程.

21．（2024·全国·高三专题练习）直线 l 过点 $M(1,2)$，且分别与 x,y 轴正半轴交于 A、B 两点，O 为原点.

(1)当 $\triangle AOB$ 面积最小时，求直线 l 的方程；

(2)求 $|OA|+2|OB|$ 的最小值及此时直线 l 的方程.

题型六：两直线的夹角问题

22．若直线 l 过点 $(4,5)$ 且与直线 $3x-4y-7=0$，$12x-5y+6=0$ 的夹角相等，则直线 l 的方程是_____.

23．直线 l 过点 $(1,0)$，且与直线 l_1：$\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}=0$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{6}$，则直线 l 的方程为_____.

24．直线 $y=\sqrt{2}x+1$ 与直线 $y=(3-2\sqrt{2})x+2$ 所成夹角大小为________.

题型七：直线过定点问题

25．若无论实数 m 取何值，直线 $l:x+(m+1)y+1=0$ 都经过一个定点，则该定点坐标为________.

26．过定点 A 的直线 $mx-y+1=0$ 与过定点 B 的直线 $x+my-3=0$ 交于 P，则 $|PA|^2+|PB|^2=$__________

27．已知直线 $l:(3m+1)x+(2+2m)y-8=0$（m 为任意实数）过定点 P，则点 P 的坐标为______；若直线 l 与直线 $l_1:x=-1$，$l_2:y=-1$ 分别交于 M 点，N 点，则 $|PM|\cdot|PN|$ 的最小值为______.

28．已知直线 $ax+(a-1)y-2=0$ 经过定点 P，则点 P 的坐标为_____.

题型八：中点公式

29．已知 A,B 两点分别在两条互相垂直的直线 $l_1:x-4y=0$ 和 $l_2:4x+ay=0$ 上，且 AB 的中点为 $C\left(\dfrac{5}{2},-\dfrac{3}{2}\right)$，则 $a=$_________，直线 AB 的一般式方程为_________.

30．直线 l 分别交 x 轴和 y 轴于 A、B 两点，若 $M(2,1)$ 是线段 AB 的中点，则直线 l 的方程为_____.

31．已知直线 l ：$kx-y+1+2k=0(k\in\mathbf{R})$ 过定点 T，若直线 l 被直线 $x-y+6=0$ 和 x 轴截得的线段恰好被定点 T 平分，求 k 的值.

题型九：轨迹方程

32．方程$\left(x^2-4\right)\left(x^2+4\right)=0$表示的图形是（　　）

A．两条直线　　B．四条直线　　C．两个点　　D．四个点

33．已知$A(-1,0)$、$B(2,4)$，$\triangle ABC$的面积为10，则动点C的轨迹方程是（　　）

A．$4x-3y-16=0$或$4x-3y+16=0$　　B．$4x-3y-16=0$或$4x-3y+24=0$

C．$4x-3y+16=0$或$4x-3y+24=0$　　D．$4x-3y+16=0$或$4x-3y-24=0$

34．到两坐标轴距离相等的点的轨迹方程是（　　）

A．$x-y=0$　　B．$x+y=0$　　C．$|x|-y=0$　　D．$|x|-|y|=0$

35．到两条平行直线$2x+y+1=0$和$2x+y+5=0$的距离相等的点的轨迹方程是_____.

36．已知三条直线$l_1:2x-y+a=0(a>0)$、$l_2:-4x+2y+1=0$和$l_3:x+y-1=0$且l_1与l_2的距离是$\frac{7}{10}\sqrt{5}$.

(1)求a的值；

(2)已知P点到直线l_1的距离与P点到直线l_3的距离之比是$\sqrt{2}:\sqrt{5}$，试求出点P的轨迹方程.

02

重难创新练

1．（2024·上海嘉定·一模）直线倾斜角的取值范围为（　　）

A．$\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$　　B．$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$　　C．$[0,\pi)$　　D．$[0,\pi]$

2．已知点$A(2,1)$，$B(3,2)$，则直线AB的倾斜角为（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．135°

3．（2024·河南信阳·三模）动点P在函数$y=\ln(4-x)-\ln x$的图像上，以P为切点的切线的倾斜角取值范围是（　　）

A．$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$　　　　　　　　B．$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

C．$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$　　　　　　　　D．$\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

4．（2024·重庆·三模）当点$P(-1,0)$到直线l：$(3\lambda+1)x+(\lambda+1)y-(4\lambda+2)=0$的距离最大时，实数$\lambda$的值为（　　）

A．-1　　B．1　　C．-2　　D．2

5．（2024·重庆·模拟预测）已知角α的顶点为坐标原点，始边与x轴的非负半轴重合，终边上有两点$A(1,a)$，$B(2,b)$，且$\cos2\alpha=\frac{3}{5}$，则$|a-b|=$（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．1

6．（2024·新疆乌鲁木齐·三模）直线l_1，l_2的斜率分别为1，2，l_1，l_2夹角为θ，则$\sin2\theta=$（　）

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{3}{10}$

7．（2024·河南信阳·模拟预测）动点P在函数$y=-\sqrt{x}(x+1)$的图象上，以P为切点的切线的倾斜角取值范围是（　）

A．$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$　　B．$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$　　C．$\left(\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}\right]$　　D．$\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$

8．（2024·贵州遵义·一模）已知直线$nx-y+2=0$与函数$f(x)=\frac{8}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)+x^{12}$的图象在$x=1$处的切线没有交点，则$n=$（　）

A．6　　B．7　　C．8　　D．12

9．**（多选题）**（2024·黑龙江哈尔滨·二模）点$M(x_1,y_1)$在函数$y=e^x$的图象上，当$x_1\in[0,1)$，则$\frac{y_1+1}{x_1-1}$可能等于（　）

A．-1　　B．-2　　C．-3　　D．0

10．**（多选题）**（2024·全国·模拟预测）若$f(x)=|\ln x|$的图象在$x=x_1,x=x_2(x_1<x_2)$处的切线分别为l_1,l_2，且$l_1\perp l_2$，则（　）

A．$x_1x_2=1$

B．x_1+x_2的最小值为2

C．l_1,l_2在y轴上的截距之差为2

D．l_1,l_2在y轴上的截距之积可能为-1

11．**（多选题）**（2024·河南·模拟预测）已知直线l过点$M(-2,3)$，且与x轴、y轴分别交于A，B点，则（　）

A．若直线l的斜率为1，则直线l的方程为$y=x+5$

B．若直线 l 在两坐标轴上的截距相等，则直线 l 的方程为 $x+y=1$

C．若 M 为 AB 的中点，则 l 的方程为 $3x-2y+12=0$

D．直线 l 的方程可能为 $y=3$

12．（2024·贵州毕节·三模）已知直线 $l_1: x+ty-5=0$，直线 $l_2: tx-y-3t+2=0$，l_1 与 l_2 相交于点 A，则点 A 的轨迹方程为________.

13．（2024·上海长宁·二模）直线 $2x-y-3=0$ 与直线 $x-3y-5=0$ 的夹角大小为______.

14．（2024·黑龙江齐齐哈尔·二模）已知直线 $l: kx-y+1+2k=0$，若直线 l 在两坐标轴上的截距相等，则实数 k 的值为__________；若直线 l 不经过第三象限，则 k 的取值范围是__________.

15．数学家欧拉在 1765 年提出定理：三角形的外心、重心、垂心依次位于同一直线上，且重心到外心的距离是重心到垂心距离的一半，这条直线后人称之为三角形的欧拉线，已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(2,0)$，$B(0,4)$，若其欧拉线方程为 $x-y+2=0$，则顶点 C 的坐标____________.

16．已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(3,2)$，边 AB 上的中线所在直线方程为 $x-3y+8=0$，边 AC 上的高所在直线方程为 $2x-y-9=0$.

(1)求顶点 C 的坐标；

(2)求直线 BC 的方程.

17．直线 l 的方程为 $(m+1)x+y-2m-3=0\,(m\in\mathrm{R})$.

(1)证明直线 l 过定点；

(2)已知 C 是坐标原点，若点线 l 分别与 x 轴正半轴、y 轴正半轴交于 A,B 两点，当 $\triangle AOB$ 的面积最小时，求 $\triangle AOB$ 的周长及此时直线 l 的方程.

18．已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点是 $A(1,1)$，$B(3,3)$，$C(2,8)$.

(1)过点 B 的直线 l_1 与边 AC 相交于点 D，若 $\triangle BCD$ 的面积是 $\triangle ABD$ 面积的 3 倍，求直线 l_1 的方程；

(2)求 $\angle BAC$ 的角平分线所在直线 l_2 的方程.

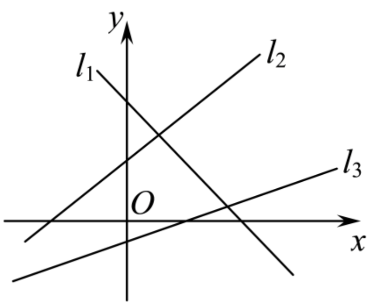
03
真题实战练

1．（2002年普通高等学校招生考试数学（文）试题（北京卷））若直线$l: y=kx-\sqrt{3}$与直线$2x+3y-6=0$的交点位于第一象限，则直线l的倾斜角的取值范围是（　）

A．$\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$　　B．$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$

C．$\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$　　D．$\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

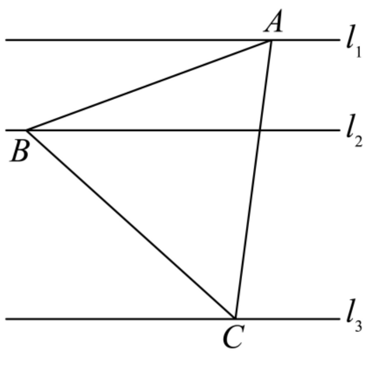
2．（1995年普通高等学校招生考试数学（理）试题（全国卷））图中的直线l_1,l_2,l_3的斜率分别为k_1,k_2,k_3，则有（　）



A．$k_1<k_2<k_3$　　B．$k_1>k_2>k_3$

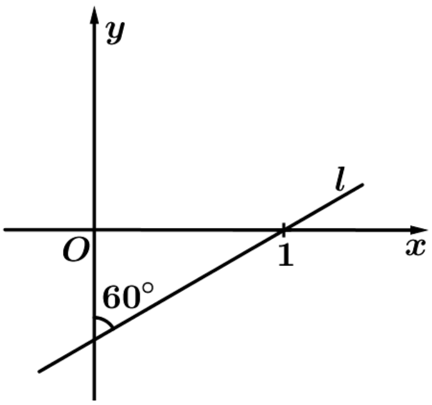
C．$k_1<k_3<k_2$　　D．$k_3<k_1<k_2$

3．（2007年普通高等学校招生考试数学（理）试题（四川卷））如图，l_1、l_2、l_3是同一平面内的三条平行直线，l_1与l_2间的距离是1，l_2与l_3间的距离是2，正三角形ABC的三顶点分别在l_1、l_2、l_3上，则$\triangle ABC$的边长是（　）



A．$2\sqrt{3}$　　B．$\frac{4\sqrt{6}}{3}$　　C．$\frac{3\sqrt{17}}{4}$　　D．$\frac{2\sqrt{21}}{3}$

4．（2015 年山东省春季高考数学真题）如下图，直线 l 的方程是（   ）



A．$\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$　　B．$\sqrt{3}x-2y-\sqrt{3}=0$

C．$\sqrt{3}x-3y-1=0$　　D．$x-\sqrt{3}y-1=0$

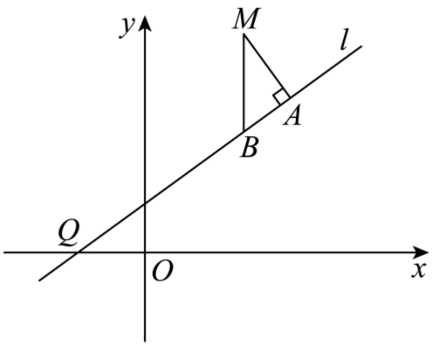
5．（2006年普通高等学校春季招生考试数学试题（上海卷））已知直线l过点$M(2,1)$，且分别与x轴的正半轴、y轴的正半轴交于A,B两点，C为原点，则$\triangle AOB$面积最小值为_______.

6．（2007年普通高等学校招生考试数学（文）试题（上海卷））直线$4x+y-1=0$的倾斜角θ=________.

7．（2004年普通高等学校春季招生考试数学（文）试题（北京卷））直线$x-\sqrt{3}y+a=0$（a为常实数）的倾斜角的大小是___________.

8．（2006年普通高等学校招生考试数学（理）试题（北京卷））若三点$A(2,2)$，$B(a,0)$，$C(0,b)$，（$ab\neq0$）共线，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$的值等于________.

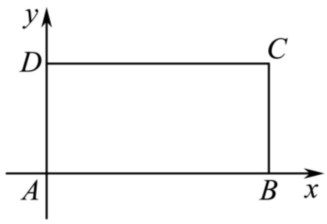
9．(2008年普通高等学校招生考试数学(理)试题(浙江卷）)已知曲线C是到点$P\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{8}\right)$和到直线$y=-\frac{5}{8}$距离相等的点的轨迹．$l$是过点$Q(-1,0)$的直线，$M$是$C$上(不在$l$上)的动点；$A$、$B$在$l$上，$MA\perp l$，$MB\perp x$轴（如图）.



(1)求曲线C的方程；

(2)求出直线l的方程，使得$\frac{|QB|^2}{|QA|}$为常数.

10．（2005年普通高等学校招生考试数学试题（广东卷））在平面直角坐标系中，已知矩形$ABCD$的长为2，宽为1，AB,AD边分别在x轴、y轴的正半轴上，A点与坐标原点重合（如图所示）．将矩形折叠，使A点落在线段DC上．



(1)若折痕所在直线的斜率为k，试写出折痕所在直线的方程；

(2)求折痕的长的最大值．

第 01 讲 直线的方程

目录

01

模拟基础练

题型一：倾斜角与斜率的计算

1．（2024·高三·山东济宁·期末）直线$\sqrt{3}x-y+3=0$的倾斜角是________.

【答案】$\frac{\pi}{3}$/$60°$

【解析】由直线$\sqrt{3}x-y+3=0$可得，直线的斜率$k=\sqrt{3}$，

即$\tan\alpha=\sqrt{3}$，$\alpha\in[0,\pi)$，即$\alpha=\frac{\pi}{3}$，

所以直线$\sqrt{3}x-y+3=0$的倾斜角为$\frac{\pi}{3}$.

故答案为：$\frac{\pi}{3}$

2．（2024·高三·浙江杭州·期末）直线$y=\sqrt{3}$的倾斜角是________.

【答案】0

【解析】$y=\sqrt{3}$的斜率为0，设倾斜角为$\alpha\in[0,\pi)$，则$\tan\alpha=0$，解得$\alpha=0$，

故倾斜角为0

故答案为：0

3．经过$A(-1,3),B(\sqrt{3},-\sqrt{3})$两点的直线的倾斜角是（　）

A．$45°$　　B．$60°$　　C．$90°$　　D．$120°$

【答案】A

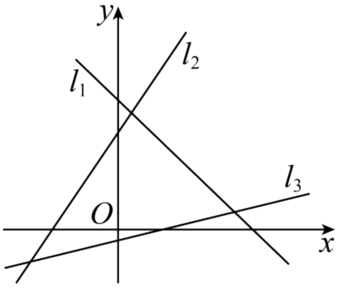
【解析】经过$A(-1,3),B(\sqrt{3},-\sqrt{3})$两点的直线的斜率为$\frac{3+\sqrt{3}}{-1-\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$，

因为直线的倾斜角大于等于$0°$小于$180°$，

故经过$A(-1,3),B(\sqrt{3},-\sqrt{3})$两点的直线的倾斜角是$120°$，

故选：D

4．（2024·全国·高二专题练习）如图，若直线l_1,l_2,l_3的斜率分别为k_1,k_2,k_3，则（　）



A．$k_1 < k_3 < k_2$　　B．$k_3 < k_1 < k_2$

C．$k_1 < k_2 < k_3$　　D．$k_3 < k_2 < k_1$

【答案】A

【解析】解析　设直线l_1, l_2, l_3的倾斜角分别为$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$，

则由图知$0° < \alpha_3 < \alpha_2 < 90° < \alpha_1 < 180°$，

所以$\tan\alpha_1 < 0, \tan\alpha_2 > \tan\alpha_3 > 0$，

即$k_1 < 0, k_2 > k_3 > 0$．

故选：A

题型二：三点共线问题

5．若三点$A(2,3)$，$B(3,-2)$，$C\left(\frac{1}{2}, m\right)$共线，则$m=$______.

【答案】$\frac{21}{2}$

【解析】由题意，直线AB的斜率为$k_1=\frac{3+2}{2-3}=-5$，直线BC的斜率为：$k_2=\frac{m+2}{\frac{1}{2}-3}=-\frac{2}{5}(m+2)$，

因A,B,C三点共线，故$k_1=k_2$，即$-\frac{2}{5}(m+2)=-5$，解得：$m=\frac{21}{2}$.

故答案为：$\frac{21}{2}$.

6．若点$A(-1,2), B(-3,b), C(3,10)$在同一条直线上，则实数$b$等于______

【答案】-2

【解析】由题意可得$k_{BA}=k_{AC}$，即$\frac{2-b}{-1+3}=\frac{2-10}{-1-3}$，解得$b=-2$，

故答案为：-2

7．已知$A(m,-2)$，$B(2,5)$，$C(3,7)$三点在同一条直线上，则$m=$______.

【答案】$-\frac{3}{2}$

【解析】因为 $A(m,-2)$，$B(2,5)$，$C(3,7)$ 三点在同一条直线上，

所以 $k_{AB}=k_{BC}$，即 $\frac{-2-5}{m-2}=\frac{5-7}{2-3}$，

解得 $m=-\frac{3}{2}$.

故答案为：$-\frac{3}{2}$.

题型三：过定点的直线与线段相交问题

8．已知点 $A(2,3)$，$B(-5,2)$，若过点 $C(-1,5)$ 的直线 l 与线段 AB 相交，则直线 l 的斜率的取值范围是_____.

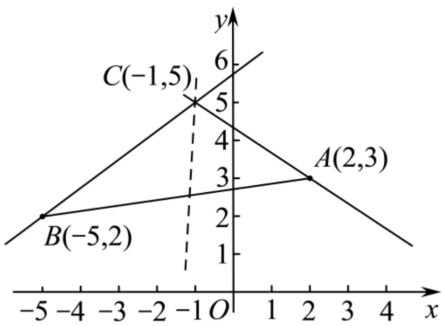
【答案】$\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$

【解析】如图直线 l 与线段 AB 相交，

因为 $k_{AC}=\frac{5-3}{-1-2}=-\frac{2}{3}, k_{BC}=\frac{5-2}{-1+5}=\frac{3}{4}$，

结合图形可知 l 的斜率取值范围是 $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$.

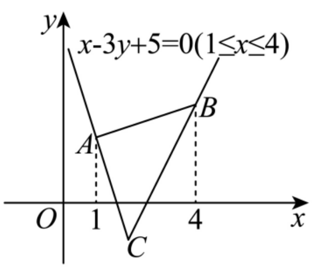
故答案为：$\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$



9．已知实数 x,y 满足 $x-3y+5=0(1\le x\le 4)$，则 $\frac{y+1}{x-2}$ 的取值范围为________.

【答案】$(-\infty,-3]\cup[2,+\infty)$

【解析】



$\dfrac{y+1}{x-2}$可以看成$x-3y+5=0\left(1\le x\le 4\right)$上的点和$C\left(2,-1\right)$构成的直线的斜率，

在$x-3y+5=0\left(1\le x\le 4\right)$中令$x=1$得$y=2$，令$x=4$则$y=3$，

设$A\left(1,2\right)$，$B\left(4,3\right)$，

则$k_{AC}=\dfrac{2+1}{1-2}=-3$，$k_{BC}=\dfrac{3+1}{4-2}=2$，

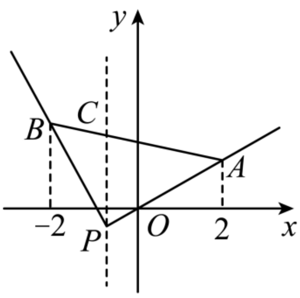
所以$\dfrac{y+1}{x-2}$的范围为$\left(-\infty,-3\right]\cup\left[2,+\infty\right)$.

故答案为：$\left(-\infty,-3\right]\cup\left[2,+\infty\right)$.

10．已知点$A\left(2,1\right),B\left(-2,2\right)$，若直线$l$过点$P\left(-\dfrac{4}{5},-\dfrac{1}{5}\right)$且与线段$AB$没有交点，则直线$l$的斜率$k$的取值范围为_____.

【答案】$\left(-\dfrac{11}{6},\dfrac{3}{7}\right)$

【解析】设过点P且垂直于x轴的直线交线段AB于点C，如下图所示：



当直线l由位置PA绕点P转动到位置PC时，l的斜率从k_{PA}逐渐变大，

此时，$k\ge k_{PA}=\dfrac{1+\dfrac{1}{5}}{2+\dfrac{4}{5}}=\dfrac{3}{7}$；

当直线l由位置PC绕点P转动到位置PB时，l的斜率为负值，且逐渐增大至k_{PB}，

此时，$k\le k_{PB}=\dfrac{2+\dfrac{1}{5}}{-2+\dfrac{4}{5}}=-\dfrac{11}{6}$.

综上所述，直线l与线段AB有交点时，其斜率k的取值范围是$\left(-\infty,-\dfrac{11}{6}\right]\cup\left[\dfrac{3}{7},+\infty\right)$，

所以直线l与线段AB没有交点时，其斜率k的取值范围是$\left(-\dfrac{11}{6},\dfrac{3}{7}\right)$.

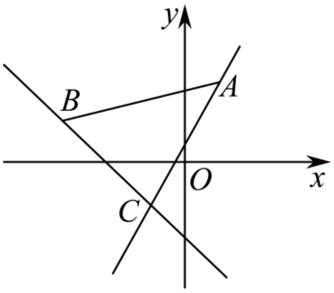
故答案为：$\left(-\dfrac{11}{6},\dfrac{3}{7}\right)$.

11．若直线l：$(a-1)x+y+a=0$与连接$A(1,2)$，$B(-3,1)$的线段相交，则a的取值范围是_____.

【答案】$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup[2,+\infty)$

【解析】直线l的方程可整理为$a(x+1)-x+y=0$，令$\begin{cases}x+1=0\\-x+y=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$，所以直线$l$恒过点$C$

$(-1,-1)$，



由图可知，直线l在直线CB和CA之间旋转时恒与线段AB相交，

$k_{CB}=\frac{-1-1}{-1-(-3)}=-1$，$k_{CA}=\frac{-1-2}{-1-1}=\frac{3}{2}$，$k_l=1-a$，

所以$1-a\ge\frac{3}{2}$或$1-a\le-1$，解得$a\le-\frac{1}{2}$或$a\ge2$.

故答案为：$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup[2,+\infty)$.

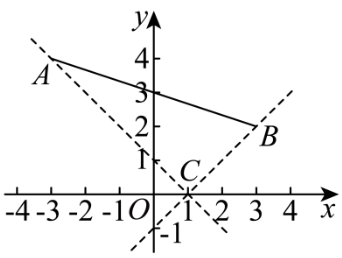
12．已知两点$A(-3,4)$，$B(3,2)$和直线$l:mx-y-m=0$，则直线l恒过定点______；若直线l与线段AB有公共点，则实数m的取值范围是___________.

【答案】　$(1,0)$　$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

【解析】空一：$l:mx-y-m=0\Rightarrow y=m(x-1)$，该直线的斜率为$m$，

所以直线$l:mx-y-m=0$恒过$C(1,0)$；

空二：如下图所示：



因为$k_{AC}=\frac{4-0}{-3-1}=-1, k_{BC}=\frac{2-0}{3-1}=1$，

所以当直线l与线段AB有公共点时，则有$m\ge1$，或$m\le-1$，

则实数m的取值范围是$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$，

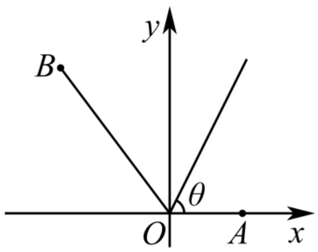
故答案为：$(1,0)$；$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

题型四：直线的方程

13．在平面直角坐标系中，已知$A(2,0),B(-3,4)$两点，O为坐标原点，则$\angle AOB$的平分线所在直线的方程为__________.

【答案】$y=2x$

【解析】由题意，可设$\angle AOB$的平分线的倾斜角为θ，如图，



则$\tan 2\theta=k_{OB}=-\frac{4}{3}$，即$\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=-\frac{4}{3}$.

则$\tan\theta=2$或$-\frac{1}{2}$，又$0<2\theta<\pi$，故$0<\theta<\frac{\pi}{2}$，

故$k=\tan\theta=2$，

故$\angle AOB$的平分线所在直线的方程为$y=2x$，

故答案为：$y=2x$

14．过点$P(1,1)$引直线，使$A(2,3)$，$B(4,-5)$到它的距离相等，则该直线的方程是（　）

A．$4x+y-5=0$　　B．$x+4y-5=0$

C．$x+y-2=0$或$4x+y-5=0$　　D．$x+y-2=0$或$x+4y-5=0$

【答案】B

【解析】当直线斜率不存在时，直线方程为$x=1$，$A(2,3)$，$B(4,-5)$到它的距离分别为1，3，不合题意；当直线斜率存在时，设直线方程为$y-1=k(x-1)$，即$kx-y-k+1=0$，由$A(2,3)$，$B(4,-5)$到它的距离相等得$\frac{|2k-3-k+1|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|4k+5-k+1|}{\sqrt{k^2+1}}$，解得$k=-1$或$-4$，即直线方程为$x+y-2=0$或$4x+y-5=0$.

故选：C.

15．已知过定点直线$kx-y+4-k=0$在两坐标轴上的截距都是正值，且截距之和最小，则直线的方程为（　）

A．$x-2y-7=0$　B．$x-2y+7=0$　C．$2x+y-6=0$　D．$x+2y-6=0$

【答案】B

【解析】直线$kx-y+4-k=0$可变为$k(x-1)-y+4=0$，所以过定点$P(1,4)$，又因为直线$kx-y+4-k=0$在两坐标轴上的截距都是正值，可知$k<0$，

令$x=0, y=4-k$，所以直线与y轴的交点为$A(0,4-k)$，

令$y=0, x=1-\frac{4}{k}$，所以直线与x轴的交点为$B\left(1-\frac{4}{k},0\right)$，

所以$4-k+1-\frac{4}{k}=5+(-k)+\left(-\frac{4}{k}\right)\geq 5+2\sqrt{(-k)\cdot\left(-\frac{4}{k}\right)}=5+4=9$，

当且仅当$-k=-\frac{4}{k}$即$k=-2$时取等，所以此时直线为：$2x+y-6=0$.

故选：C.

16．（2024・四川绵阳・二模）过点$P(1,2)$，且与原点距离最大的直线的方程为（　）

A．$2x-y=0$　　B．$x+2y-5=0$　　C．$x-2y+3=0$　　D．$2x+y-4=0$

【答案】A

【解析】原点设为O，直线OP的斜率为$\frac{2-0}{1-0}=2$，

当过点$P(1,2)$的直线垂直于点$P(1,2)$与原点O的连线时，该直线与原点距离最大，

此时直线方程$y-2=-\frac{1}{2}(x-1)$，即$x+2y-5=0$，

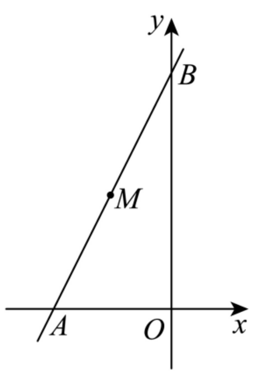
故选：B.

题型五：直线与坐标轴围成的三角形问题

17．已知直线l过点$M(-3,4)$，且分别与x轴的负半轴、y轴的正半轴交于A，B两点，O为原点，则$\vee AOB$面积最小值为_____.

【答案】24

【解析】



由题意可知，直线l的斜率存在且不为0，设直线l的斜率为k，

则直线l的方程为$y-4=k(x+3)$，

因为直线分别与 x 轴的负半轴、y 轴的正半轴交于 A，B 两点，所以 $k>0$，

令 $x=0$，则 $y=3k+4$，即 $B(0,3k+4)$，

令 $y=0$，则 $x=-3-\frac{4}{k}$，即 $A\left(-3-\frac{4}{k},0\right)$，

所以 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}|OA|\cdot|OB|=\frac{1}{2}\left(3+\frac{4}{k}\right)(3k+4)=\frac{1}{2}\left(9k+\frac{16}{k}+24\right)$

其中 $9k+\frac{16}{k}\geq 2\sqrt{9k\cdot\frac{16}{k}}=24$，当且仅当 $9k=\frac{16}{k}$ 时，即 $k=\frac{4}{3}$ 时，等号成立，

所以 $S_{\triangle AOB}\geq\frac{1}{2}(24+24)=24$，即 $\triangle AOB$ 面积最小值为 24.

故答案为：24

18．若一条直线经过点 $A(-2,2)$，并且与两坐标轴围成的三角形面积为 1，则此直线的方程为_____.

【答案】$x+2y-2=0$ 或 $2x+y+2=0$

【解析】由题意可知该直线不经过原点，且存在斜率且不为零，

所以设直线方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，因为该直线过点 $A(-2,2)$，

所以有 $\frac{-2}{a}+\frac{2}{b}=1\Rightarrow 2a-2b=ab$，

因为该直线与两坐标轴围成的三角形面积为 1，

所以有 $\frac{1}{2}|ab|=1\Rightarrow ab=2$，或 $ab=-2$，

当 $ab=2$ 时，$2a-2b=2\Rightarrow a=b+1\Rightarrow b(b+1)=2\Rightarrow b=1$，或 $b=-2$，

当 $b=1$ 时，$a=2$，此时方程为：$\frac{x}{2}+\frac{y}{1}=1\Rightarrow x+2y-2=0$，

当 $b=-2$ 时，$a=-1$，此时方程为：$\frac{x}{-1}+\frac{y}{-2}=1\Rightarrow 2x+y+2=0$，

当 $ab=-2$ 时，$2a-2b=-2\Rightarrow a=b-1\Rightarrow b(b-1)=-2\Rightarrow b\in\varnothing$，

故答案为：$x+2y-2=0$ 或 $2x+y+2=0$

19．已知直线 l 过点 $M(2,1)$，且分别与 x 轴的正半轴、y 轴的正半轴交于 A，B 两点，O 为原点，当△AOB 面积最小时，直线 l 的方程为_______.

【答案】$x+2y-4=0$

【解析】法一，利用截距式设出直线方程，再利用基本不等式求面积最小时的直线方程；法二显然 k 存在，设 $l:y-1=k(x-2)$(其中 $k<0$)求出 AB 坐标，然后求解三角形的面积，再利用基本不等式求解面积的最小值时的直线方程.法一　设直线 l：$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，且 $a>0,b>0$，因为直线 l 过点 $M(2,1)$，所以 $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=1$，则 $1=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$