

湖南省衡阳市衡阳县第一中学 2024 届高三上学期 11 月月
考数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = A$

B. $A \cup B = B$

C. $B \cap (\complement_R A) = \emptyset$

D. $A \cap (\complement_R B) = \emptyset$

2. 已知 $z = |3i - 4|i + \overline{z}$, 则 z 的虚部为 ()

- A. $\frac{5}{2}$

B. 5

C. $\frac{5}{2}i$

D. $5i$

3. 已知 $\lambda \in \mathbb{R}$, 向量 $\vec{a} = (3, \lambda)$, $\vec{b} = (\lambda - 1, 2)$, 则 “ $\lambda = 3$ ” 是 “ $\vec{a} // \vec{b}$ ” 的 ()

- A. 必要不充分条件

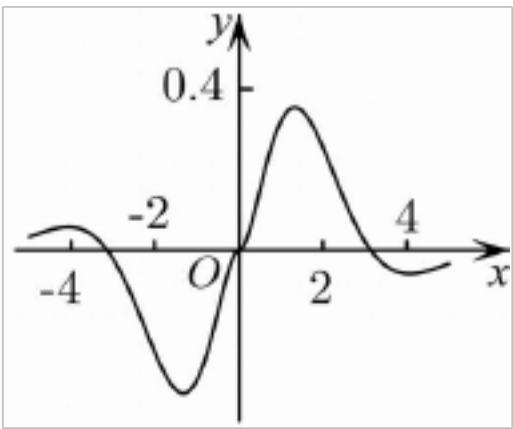
B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件

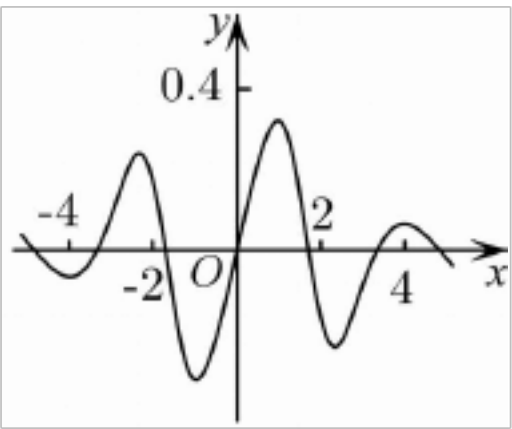
D. 既不充分也不必要条件

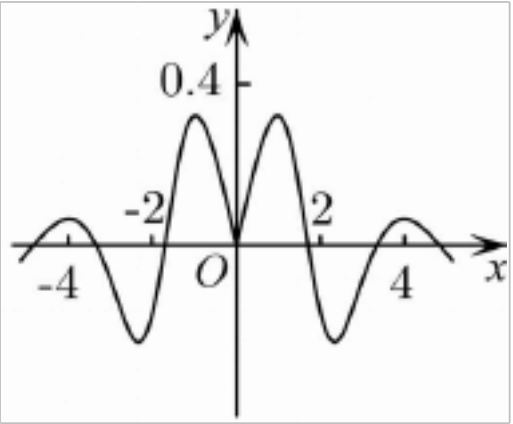
4. 函数 $y = \frac{x \sin x}{e^{|x|}}$ 的图象大致为 ()

- A.

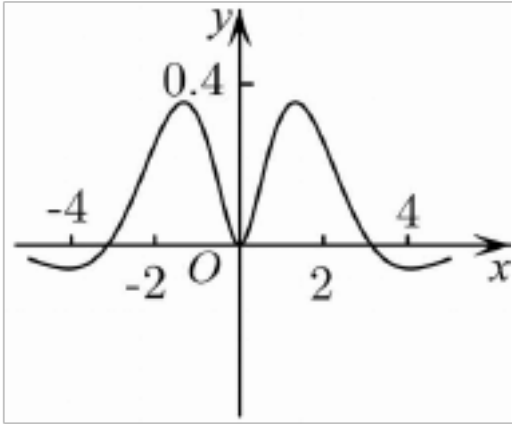


B.


- C.



D.



5. 已知 $\sin 126^\circ = \frac{\sqrt{5} + 1}{4}$, 则 $\sin 18^\circ =$ ()

A. $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$

B. $\frac{3-\sqrt{5}}{8}$

C. $\frac{\sqrt{5}-1}{8}$

D. $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_1=1$ ， $a_{n+1}=2S_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)，则有 ()

A. $\{a_n\}$ 为等差数列

B. $\{a_n\}$ 为等比数列

C. $\{S_n\}$ 为等差数列

D. $\{S_n\}$ 为等比数列

7. 已知 $x, y \in \mathbb{R}$ ，若 $2(e^{2y} - e^x) = (y-x)(y+x+2)$ ，则下列关系式不成立的为 ()

A. $y > x > 0$

B. $x > y > 0$

C. $x < y < 0$

D. $x = y = 0$

8. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)，直线 l 的斜率为 $-\frac{1}{2}$ ，且过点 $M(a, b)$ ，

直线 l 与 x 轴交于点 C ，点 D 在 E 的右支上，且满足 $\overrightarrow{MD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ ，则 E 的离心率为

()

A. $\sqrt{5}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

二、多选题

9. 有一组样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，由这组数据得到新样本数据 $y_1, y_2, \dots, y_n$ ，其中

$y_i = ax_i + b$ ($i=1, 2, \dots, n, 0 < a < 1$)，则 ()

A. 新样本数据的样本平均数小于原样本数据的样本平均数

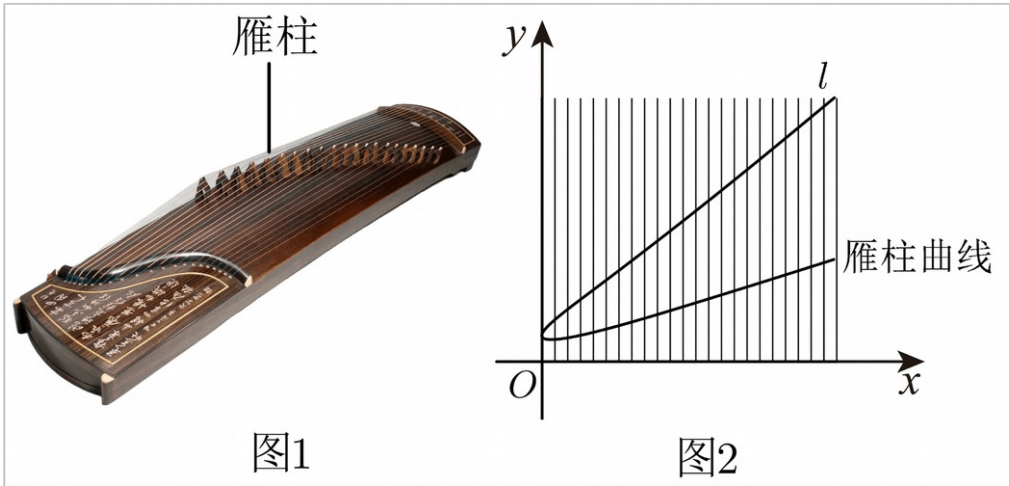
B. 新样本数据的标准差不大于原样本数据的标准差

C. 新样本数据的极差不大于原样本数据的极差

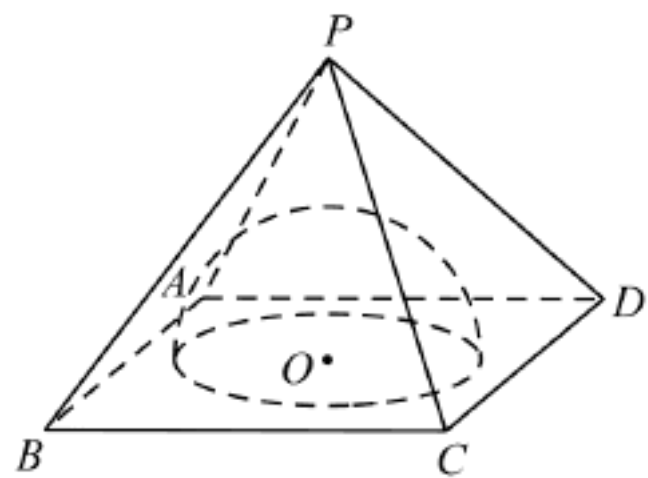
邻两根弦间的距离为1，雁柱所在曲线的方程为 $y=1.1x$ ，第 n 根弦（ $n \in \mathbf{N}$ ，从左数首根弦在 y 轴上，称为第0根弦）分别与雁柱曲线和直线 $l: y=x+1$ 交于点 $A_n(x_n, y_n)$ 和

$$B_n(x'_n, y'_n), \text{ 则 } \sum_{n=0}^{\infty} y_n y'_n = \underline{\hspace{2cm}} .$$

（参考数据：取 $1.1^{22} = 8.14 \cdot$ ）



16. 如图，正四棱锥 $P-ABCD$ 的每个顶点都在球 M 的球面上，侧面 PAB 是等边三角形.若半球 O 的球心为四棱锥的底面中心，且半球与四个侧面均相切，则半球 O 的体积与球 M 的体积的比值为_____ .



四、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c ，已知 $\sqrt{3}a \cos B = b \sin A$.

(1) 求角 B 的大小；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \frac{\sqrt{3}}{4}b^2$ ，求 $\frac{a}{c}$ 的值.

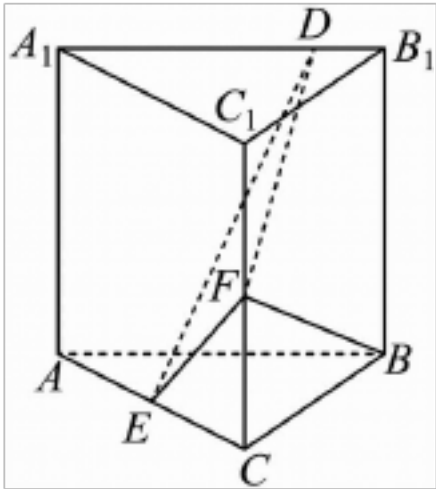
18. 记等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $a_3, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, S_3$ 成等差数列.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $b_n=(2n-1)\cdot a_n$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 AA_1B_1B 为正方形， $AB=BC=2$ ， E ， F 分别

为 AC 和 CC_1 的中点， D 为棱 A_1B_1 上的点， $BF\perp A_1B_1$.



(1)证明： $BF\perp DE$ ；

(2)当 B_1D 为何值时，面 BB_1C_1C 与面 DFE 所成的二面角的正弦值最大？

20. 已知函数 $f(x)=\log_ax+\frac{1}{2}x^2-(1+\log_ae)x$ ， $a>1$.

(1)当 $a=e$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程；

(2)若 $x=1$ 为 $f(x)$ 的极小值点，求 a 的取值范围.

21. 某批发市场供应的排球中，来自甲厂的占 40%，来自乙厂的占 30%，来自丙厂的

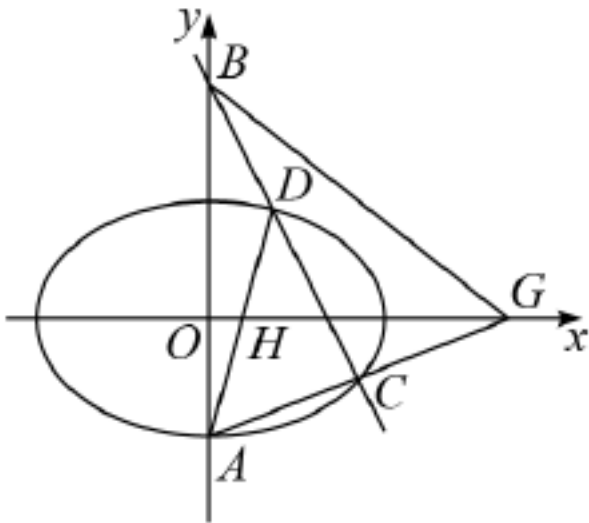
占 30%，甲厂生产的排球的合格率为 95%，乙厂生产的排球的合格率为 92%，丙厂生产的排球的合格率为 96%.

(1)若小张到该市场购买 1 个排球，求购得的排球为合格品的概率.

(2)若小李到该市场批发 2 个排球回去销售，购买的 1 个球来自甲厂，1 个球来自丙厂，已知来自己甲厂的每个排球售出后可获得纯利润 10 元，没有售出则每个球将损失 5 元，

且每个球被售出的概率等于排球的合格率；来自丙厂的每个排球售出后可获得纯利润8元，没有售出则每个球将损失6元，且每个球被售出的概率等于排球的合格率．求小李到该市场批发2个排球 销售获得的纯利润的数学期 ．

22． 知 圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 的左右 点分别为 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, 过 F_1 且斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 的直线与 圆的一个交点在 x 轴上的 为 F_2 .



- (1)求 圆 E 的方程；
- (2)如图，下顶点为 A ，过点 $B(0,2)$ 一条与 y 轴不 合的直线.该直线交 圆 E 于 C, D 两点.直线 AD, AC 分别交 x 轴于点 H, G . 求证： $\triangle ABG$ 与 $\triangle AOH$ 的面积 积为 值， 求出该 值.

参考答 ：

1. C

分 通过 得到 B 是 A 的 集, 从 根据交集, 集和 集的概 , 对
四个选项一一 正 .

解 $A = \{x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\} = \{x \mid x = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{x \mid x = 4k - 1, k \in \mathbb{Z}\},$

B 是 A 的 集,

$A \cap B = B, A \cup B = A, B \cap (\Rightarrow_R A) = \emptyset, A \cap (\Rightarrow_R B) = \{x \mid x = 4k - 1, k \in \mathbb{Z}\} \neq \emptyset,$

A, B, D 均 , C 正 .

选: C.

2. A

分 设 $z = a + bi$, 题中条件 可.

解 设 $z = a + bi$,

则 $z = |3i - 4|i + \bar{z}$

可 为 $a + bi = 5i + a - bi = a + (5 - b)i$

$5 - b = b, b = \frac{5}{2},$ 所 则 z 的虚部为 $\frac{5}{2},$

选: A.

3. B

分 首 利用向量平 的坐标 示求 λ , 根据充分, 必要条件的 .

解 若向量 $\vec{a} // \vec{b}$, 则 $3 \times 2 - \lambda(\lambda - 1) = 0, \lambda_2 - \lambda - 6 = 0$

解得: $\lambda = -2 \quad \lambda = 3,$

所 “ $\lambda=3$ ”是“ $\vec{a} // \vec{b}$ ”的充分不必要条件.

选：B

4. D

分 分 函数 $y = \frac{x \sin x}{e^{|x|}}$ 的 及其在 $(0, \pi)$ 上的函数值 号, 合排 可得出合
的选项.

解 $f(x) = \frac{x \sin x}{e^{|x|}}$, 该函数的 为 $\mathbf{R}$, $f(-x) = \frac{-x \sin(-x)}{e^{|-x|}} = \frac{x \sin x}{e^{|x|}} = f(x)$,

所 , 函数 $y = \frac{x \sin x}{e^{|x|}}$ 为 函数, 排 AB 选项,

当 $0 \neq x < 0$ 时, $\sin x > 0$, 则 $y = \frac{x \sin x}{e^{|x|}} > 0$, 排 C 选项.

选：D.

5. D

分 由 $\sin 126^\circ = \sin(90^\circ + 36^\circ) = \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$, $\cos 36^\circ = 1 - 2\sin^2 18^\circ$, 可求 $\sin 18^\circ$
的值.

解 $\sin 126^\circ = \sin(90^\circ + 36^\circ) = \cos 36^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$, $\cos 36^\circ = 1 - 2\sin^2 18^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$,
解得 $\sin^2 18^\circ = \frac{3-\sqrt{5}}{8} = \frac{5-2\sqrt{5}+1}{16} = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{4}\right)^2$, $\sin 18^\circ > 0$, $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$,

选：D.

6. D

分 根据 $S_n - S_{n-1} = a_n$ 得到 $a_n = \begin{cases} 1, n=1 \\ 2 \cdot 3^{n-2}, n \geq 2 \end{cases}$, 可 AB 选项; 根据 $S_n = \frac{1}{2}a_{n+1}$,

$a_1=1$ 得到 $S_n=3^{n-1}$ 可 CD 选项.

解 由题 , 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和满足 $a_{n+1}=2S_n (n \in \mathbb{N}^*)$,

当 $n \geq 2$ 时, $a_n=2S_{n-1}$, 两式相减, 可得 $a_{n+1}-a_n=2(S_n-S_{n-1})=2a_n$,

可得 $a_{n+1}=3a_n$, $\frac{a_{n+1}}{a_n}=3 (n \geq 2)$, 由 $a_1=1$, 当 $n=1$ 时, $a_2=2S_1=2$, 所 $\frac{a_2}{a_1}=2$,

所 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\begin{cases} 1, n=1 \\ 2 \cdot 3^{n-2}, n \geq 2 \end{cases}$, 数列 $\{a_n\}$ 既不是等差数列也不是等比数

列, 所 AB .

当 $n \geq 2$ 时, $S_n=\frac{1}{2}a_{n+1}=3^{n-1}$, 由 $n=1$ 时, $S_1=a_1=1$, 合上式,

所 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=3^{n-1}$; 由 $\frac{S_{n+1}}{S_n}=3$, 所 数列 $\{S_n\}$ 为公比为 3 的等比数列,

D 正 , C .

选: D.

7. A

分 对于 D, 可; 对于其 选项, 对式 形, 后 新函数, 求导, 函数单调 , 可 A, B, C.

解 当 $x=y=0$, 等式成立, D 成立.

若 $2(e^{2y}-e^x)=(y-x)(y+x+2)$, 则 $e^{2y}-\frac{y^2}{2}-y=e^x-\frac{x^2}{2}-x$,

设 $f(x)=e^x-\frac{x^2}{2}-x$, 则 $f'(x)=e^x-x-1$, $f(2y)=f(x)$,

$g(x)=e^x-x-1$, 则 $g'(x)=e^x-1$,

当 $x < 0$ 时, $g'(x) < 0$; 当 $x > 0$ 时, $g'(x) > 0$;

所 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，在 $(0,+\infty)$ 上单调递 ，

所 $g(x)\geq g(0)=0$ ， $f'(x)\geq 0$ 成立，

所 $f(x)$ 单调递 ，则 $2y=x$ ，

当 $y>0$ 时， $x=2y>y>0$ ， B 成立， A 不成立；

当 $y<0$ 时， $x=2y<y<0$ ， C 成立.

 选：A

8. D

 分 首 出直线*l*点斜式方程 求出点 $C(a+2b,0)$ ，由向量线 的坐标 示可

 求出 $D\left(a+\frac{b}{2},\frac{3}{4}b\right)$ ，将其 双曲线方程 可求解.

 解 由题 知直线*l*的方程为 $y-b=-\frac{1}{2}(x-a)$ ， $y=0$ ，得 $x=a+2b$ ，所

$C(a+2b,0)$.

 为 $\overrightarrow{MD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ ，不 设 $D(x_1,y_1)$ ，所 有 $\begin{cases} x_1-a=\frac{1}{3}(a+2b-x_1) \\ y_1-b=\frac{1}{3}(0-y_1) \end{cases}$ ，

解得 $x_1=a+\frac{b}{2},y_1=\frac{3}{4}b$ ，所 $D\left(a+\frac{b}{2},\frac{3}{4}b\right)$ ，将其 双曲线方程 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ，

 简得 $4\left(\frac{b}{a}\right)^2+16\cdot\frac{b}{a}-9=0$ ，解得 $\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$ $\frac{b}{a}=-\frac{9}{2}$ （ 去），

所 *E*的离心率 $e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{1+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

选：D.

9. BC

分 根据数 的概 和公式 一 可.

解 选项 A：原样本数据的样本平均数 $\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$,

新样本数据的样本平均数 $\bar{y}=\frac{1}{n}(y_1+y_2+\cdots+y_n)=\frac{1}{n}[a(x_1+x_2+\cdots+x_n)+nb]=a\bar{x}+b$,

为 $0<a<1$ ，所 $\bar{x}$ 与 $a\bar{x}+b$ 大小 ， A ；

选项B：
$$\sigma_y=\sqrt{\frac{1}{n}[(ax_1+b)-(a\bar{x}+b)]^2+[(ax_2+b)-(a\bar{x}+b)]^2+\cdots+[(ax_n+b)-(a\bar{x}+b)]^2}$$
$$=\sqrt{\frac{a^2}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}=a\sigma_x,$$

为 $0<a<1$ ，所 $a\sigma_x<\sigma_x$ ， 新样本数据的标准差不大于原样本数据的标准差，B正 ；

选项C：新样本数据的极差为 $(x_{\max}-x_{\min})\leq(x_{\max}-x_{\min})$ ， C正 ；

选项D：设原样本数据的上四分位数为 x_0 ， 新样本数据的上四分位数为 ax_0+b ，其中 x_0

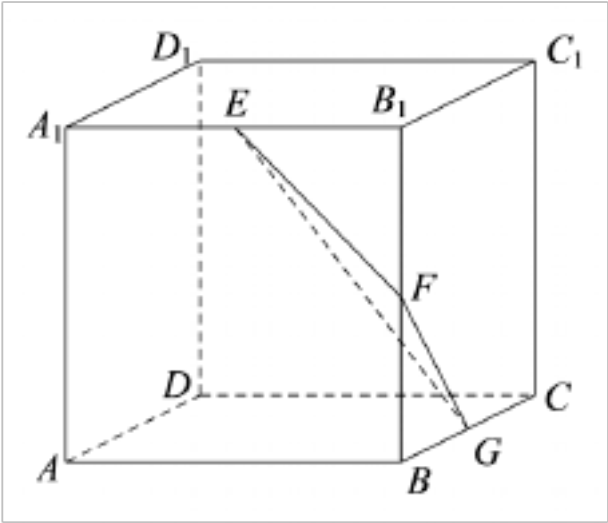
与 ax_0+b 大小 ， D ；

选：BC

10. ABD

分 利用 弦 可求得 $\angle EFG$ 和 $\angle EGF$ ，知A正 ； D 为坐标原点 立空间直角坐标系，根据面面角向量求 可求得B正 ；由 面直线 可 C ；利用线面平的 可证得 $CD\parallel$ 平面 EGF ，由 可知D正 。

解 对于A，设正方体棱 为2，

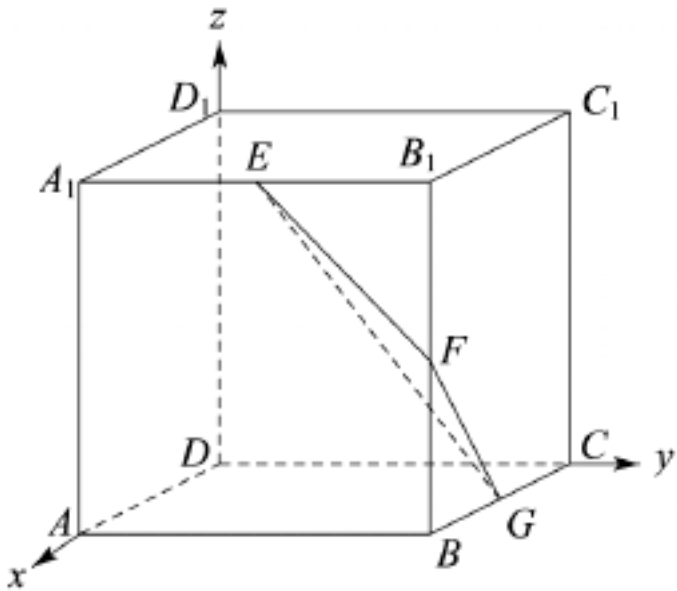


则 $EF = \sqrt{2}$ ， $FG = \sqrt{2}$ ， $EG = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6}$ ，

$$\therefore \cos \angle EFG = \frac{EF^2 + FG^2 - EG^2}{2EF \cdot FG} = \frac{2 + 2 - 6}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = -\frac{1}{2}, \therefore \angle EFG = \frac{2\pi}{3},$$

$$EF = FG, \therefore \angle EGF = \frac{\pi}{6}, \therefore \angle EFG = 4\angle EGF, \text{ A 正 };$$

对于B， D 为坐标原点， $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$ 正方向为 x, y, z 轴，可 立如图所示空间直角坐标系，



设正方体棱 为2，则 $E(2,1,2)$ ， $F(2,2,1)$ ， $G(1,2,0)$ ，

$$\therefore \overrightarrow{EF} = (0,1,-1), \overrightarrow{FG} = (-1,0,-1),$$

设平面 EGF 的 向量 $\vec{n} = (x, y, z)$ ，

则 $\begin{cases} \overrightarrow{EF} \cdot \vec{n} = y - z = 0 \\ \overrightarrow{FG} \cdot \vec{n} = -x - z = 0 \end{cases}$, $\begin{matrix} x=1 \\ y=-1 \\ z=-1 \end{matrix}$, 解得: $\vec{n} = (1, -1, -1)$;

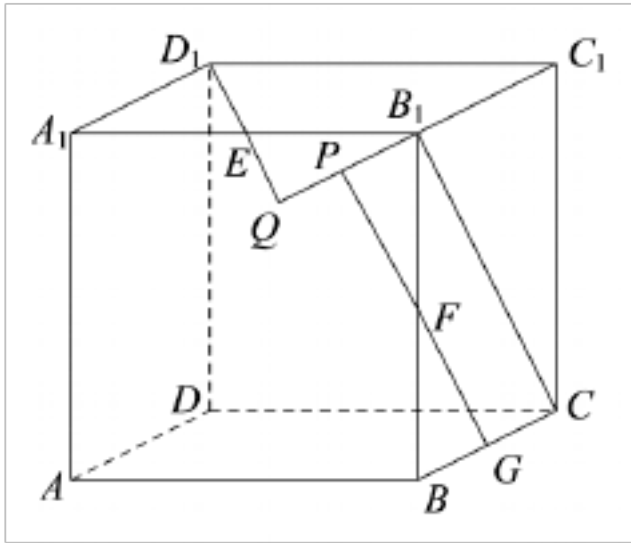
平面 $ABCD$, 平面 BCC_1B_1 和平面 ABB_1A_1 的 向量分别为 $\vec{m} = (0, 0, 1)$, $\vec{s} = (0, 1, 0)$,

$\vec{t} = (1, 0, 0)$,

$\therefore \frac{|\vec{n} \cdot \vec{m}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{m}|} = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{s}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{s}|} = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{t}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{t}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$ 平面 EGF 与正方体各面夹角相等, B 正 ；

对于 C, 分别 FG, DE , 交 BC_1 线于点 P, Q



$\therefore BC_1 // FG, CG // B_1C_1$, $\therefore$ 四边形 $CGPB_1$ 为平 四边形, $\therefore B_1P = CG = \frac{1}{2}BC$;

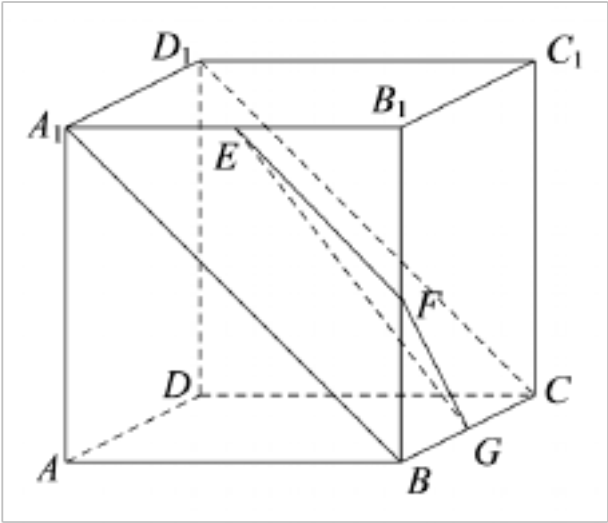
$\therefore BE // CD_1, BE = \frac{1}{2}CD_1$, $\therefore BE$ 为 $\triangle QCD_1$ 的中位线, $\therefore BQ = B_1C_1 = BC$,

$\therefore P, Q$ 不 合,

$\therefore FG \cap \text{平面 } ABCD = P, DE \subset \text{平面 } ABCD, P \notin DE$,

$\therefore DE$ 与 FG 为 面直线, $\therefore E, F, G, D$ 四点不共面, C ；

对于 D, AB_1 ,



$\therefore AD_1 \parallel BC, AD_1 = BC, \therefore$ 四边形 $ABCD_1$ 为平行四边形,

$\therefore AB_1 \parallel CD_1, EF \parallel AB_1, \therefore EF \parallel CD_1,$

$\therefore EF \subset$ 平面 $EGF, CD_1 \not\subset$ 平面 $EGF, \therefore CD_1 \parallel$ 平面 $EGF,$

则点 C,D_1 到平面 EGF 的距离相等, $\therefore$ 四面体 $C-EFG, D_1-EFG$ 体积相等, D 正确.

选: ABD.

11. AC

分别根据 $f(x)$ 的对称中心求得 φ , 根据三角函数的最小正周期、对称轴、单调性求得 ω .
正 答 .

解 $f(x)=\frac{1}{2}\cos(2x+\varphi)+\frac{1}{2}$ 则有 $2\pi,\frac{\pi}{6}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z},$ 解得 $\varphi=\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z},$

为 $0\leq \varphi<\pi,$ 所 $\varphi=\frac{\pi}{6},$ 所 $f(x)=\frac{1}{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2},$

则 $f(x)$ 的最小正周期为 $\pi,$ A 正确 ;

$f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4},$ B 错误 ;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/498044003140006053>