

第十五章 分式（压轴题专练）

目录

【题型一 求使分式值为整数时未知数的整数值】	1
【题型二 已知分式恒等式，确定分子或分母】	2
【题型三 分式运算中的规律探究问题】	4
【题型四 分式运算中的新定义型问题】	8
【题型五 已知分式方程的增根求参数】	15
【题型六 已知分式方程的无解求参数】	16
【题型七 根据分式方程解的情况求值】	20

【题型一 求使分式值为整数时未知数的整数值】

例题：若 $\frac{4}{m-1}$ 表示一个负整数，则整数 $m =$ _____.

【答案】 0 或 -1 或 -3

【分析】 由 $\frac{4}{m-1}$ 表示一个负整数， m 为整数，可得 $m-1=-1$ 或 $m-1=-2$ 或 $m-1=-4$ ，进而可得答案.

【详解】 解：因为 $\frac{4}{m-1}$ 表示一个负整数， m 为整数，

所以 $m-1=-1$ 或 $m-1=-2$ 或 $m-1=-4$ ，

所以 $m=0$ 或 $m=-1$ 或 $m=-3$ ；

故答案为：0 或 -1 或 -3.

【点睛】 本题考查了分式为整数时相关参数的求解，正确理解题意，得出 $m-1$ 是 4 的负约数是解题关键.

【变式训练】

1. 如果 m 为整数，那么使分式 $\frac{m+3}{m+1}$ 的值为整数的 m 的值为_____。（写出两个即可）

【答案】 0 或 1（答案不唯一）

【分析】 分式 $\frac{m+3}{m+1} = 1 + \frac{2}{m+1}$ ，讨论 $\frac{2}{m+1}$ 就可以了，即 $m+1$ 是 2 的约数即可完成.

【详解】 解：∵ $\frac{m+3}{m+1} = 1 + \frac{2}{m+1}$ ，

若原分式的值为整数，那么 $m+1 = -2, -1, 1, 2$

由 $m+1 = -2$ 得， $m = -3$ ；

由 $m+1 = -1$ 得， $m = -2$ ；

由 $m+1=1$ 得, $m=0$;

由 $m+1=2$ 得, $m=1$;

$\therefore m=-3$ 或 -2 或 0 或 1 ,

故答案为: 0 或 1 (答案不唯一)

【点睛】本题主要考查分式的值, 熟练掌握相关知识点并全面讨论是解题关键.

2. 已知 $\frac{3}{m-6}$ 的值为正整数, 则整数 m 的值为_____.

【答案】 7 或 9

【分析】根据分式的性质即可求出答案.

【详解】解: $\because \frac{3}{m-6}$ 的值为正整数,

$\therefore m-6=1$ 或 3 ,

$\therefore$ 整数 m 的值为 7 或 9 ,

故答案为: 7 或 9 .

【点睛】本题主要考查分式的值为正整数, 分母中的整数字母取值的问题, 按照数的整除特点来解题是解答此题的关键.

3. 已知: 分式 $-\frac{4a+12}{a^2-9}$ 的值为整数, 则整数 a 有_____.

【答案】 $-1, 1, 2, 4, 5, 7$

【分析】根据因式分解, 可得最简分式, 根据分式的值是整数, 可得分母能被分子整除, 可得答案.

【详解】解: $-\frac{4a+12}{a^2-9} = -\frac{4(a+3)}{(a+3)(a-3)} = -\frac{4}{a-3}$,

$\because$ 分式 $-\frac{4a+12}{a^2-9}$ 的值为整数,

$\therefore a-3=\pm 1$ 或 ± 2 或 ± 4 ,

解得: $a=4, a=2, a=5, a=1, a=-1, a=7$,

故答案为 $-1, 1, 2, 4, 5, 7$.

【点睛】本题主要考查了分式的化简, 根据分式的值的情况求解参数等等, 解题的关键在于能够熟练掌握相关知识进行求解.

【题型二 已知分式恒等式, 确定分子或分母】

例题: 若 $\frac{Ax+B}{x-3} = \frac{5x}{x-3} + \frac{3x-1}{3-x}$, 则 $A=$ _____, $B=$ _____.

【答案】 2 1

【分析】根据同分母分式的加减计算，再按对应项相同可得答案.

$$\begin{aligned}\text{【详解】解: } \frac{Ax+B}{x-3} &= \frac{5x}{x-3} + \frac{3x-1}{3-x} \\ &= \frac{5x}{x-3} - \frac{3x-1}{x-3} \\ &= \frac{2x+1}{x-3}\end{aligned}$$

$$\therefore A=2, B=1$$

故答案为: 2, 1.

【点睛】本题考查分式的加减，解题关键是掌握分式加法的运算法则.

【变式训练】

1. 已知 $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} = \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)}$ ，则 $3A+2B =$ _____.

【答案】 7

【分析】根据题意可进行通分，即 $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} = \frac{A(x-2)+B(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{(A+B)x-(2A+B)}{(x-1)(x-2)} = \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)}$ ，然后问题可求解.

$$\begin{aligned}\text{【详解】解: } \because \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} &= \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)}, \\ \therefore \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} &= \frac{A(x-2)+B(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{(A+B)x-(2A+B)}{(x-1)(x-2)} = \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)}, \\ \therefore \begin{cases} A+B=3 \text{ ①} \\ 2A+B=4 \text{ ②} \end{cases},\end{aligned}$$

$$\text{①}+\text{②}\text{得: } 3A+2B=7;$$

故答案为: 7.

【点睛】本题主要考查分式的加法，熟练掌握分式的加法运算是解题的关键.

2. 若 $\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} - \frac{B}{x+2}$ 恒成立，则 $AB =$ _____.

【答案】 2

【分析】已知等式右边通分并利用同分母分式的加法法则计算，再根据分式相等的条件即可求出所求.

$$\begin{aligned}\text{【详解】解: 等式整理得 } \frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} &= \frac{(A-B)x+(2A-B)}{(x+1)(x+2)}, \\ \therefore 2x+3 &= (A-B)x+(2A-B)\end{aligned}$$

$$\therefore AB=2.$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了分式的加减，解题的关键是通分，对等式进行整理，转化为分母相同的形式，从而求解.

3. 若 $\frac{2x+1}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2}$ 恒成立，则 $A+B=$ _____.

【答案】2

【分析】根据异分母分式加减法法则将 $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2}$ 进行变形，继而由原等式恒成立得到关于 A 、 B 的方程组，解方程组即可得.

【详解】解： $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} = \frac{A(x+2)+B(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{(A+B)x+2A+B}{(x+1)(x+2)},$

又 $\because \frac{2x+1}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2}$

$$\therefore \begin{cases} A+B=2 \\ 2A+B=1 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} A=-1 \\ B=3 \end{cases},$

$$\therefore A+B=2,$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了分式的加减法，恒等式的性质，解二元一次方程组，得到关于 A 、 B 的方程组是解题的关键.

【题型三 分式运算中的规律探究问题】

例题：观察以下等式：

第1个等式： $\frac{2}{2} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}.$

第2个等式： $\frac{4}{3} + \frac{1}{9} = 1 + \frac{4}{9}.$

第3个等式： $\frac{6}{4} + \frac{1}{16} = 1 + \frac{9}{16}.$

第4个等式： $\frac{8}{5} + \frac{1}{25} = 1 + \frac{16}{25}.$

.....

按照以上规律，解决下列问题：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/498071015002006141>