

河北省衡水第一中学 2025 届高三第二次诊断性检测数学试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $\triangle ABC$ 的垂心为 H ，且 $AB=6, BC=8, M$ 是 AC 的中点，则 $\overrightarrow{HM} \cdot \overrightarrow{AC} =$ ()

- A. 14 B. 12 C. 10 D. 8

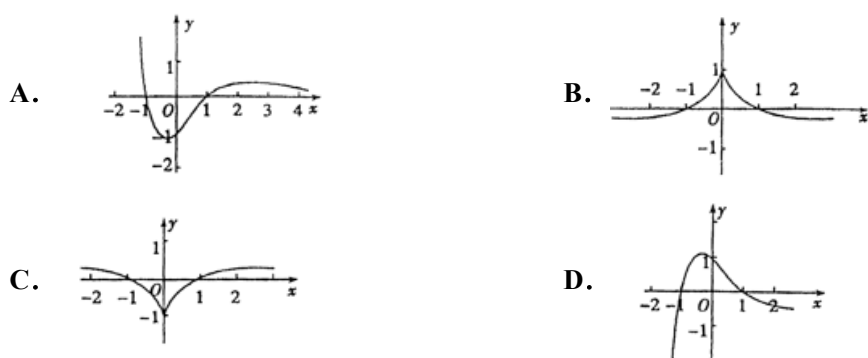
2. 若直线 $2x+4y+m=0$ 经过抛物线 $y=2x^2$ 的焦点，则 $m =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

3. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 与双曲线在第一象限内的交点为 M ，若 $|MF_1| = 3|MF_2|$ ，则该双曲线的离心率为

- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

4. 函数 $f(x) = \frac{1-x^2}{e^x}$ 的图象大致为()



5. 曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 + 2\ln x$ 上任意一点处的切线斜率的最小值为 ()

- A. 3 B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. 1

6. 空间点到平面的距离定义如下：过空间一点作平面的垂线，这个点和垂足之间的距离叫做这个点到这个平面的距离。已知平面 α, β, γ 两两互相垂直，点 $A \in \alpha$ ，点 A 到 β, γ 的距离都是 3，点 P 是 α 上的动点，满足 P 到 β

的距离与 P 到点 A 的距离相等，则点 P 的轨迹上的点到 β 的距离的最小值是（ ）

- A. $3 - \sqrt{3}$ B. 3 C. $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_3 = 2$ ， $a_1 + a_4 = 5$ ，则 $S_6 =$ （ ）

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-1)x+4, & x \leq 7 \\ a^{x-6}, & x > 7 \end{cases}$ 是 R 上的减函数，当 a 最小时，若函数 $y = f(x) - kx - 4$ 恰有两个零点，则

实数 k 的取值范围是（ ）

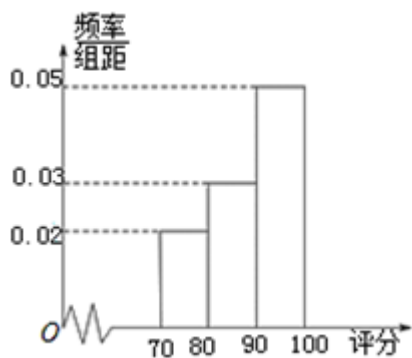
- A. $(-\frac{1}{2}, 0)$ B. $(-2, \frac{1}{2})$
C. $(-1, 1)$ D. $(\frac{1}{2}, 1)$

9. 袋中装有标号为 1, 2, 3, 4, 5, 6 且大小相同的 6 个小球，从袋子中一次性摸出两个球，记下号码并放回，如果两个号码的和是 3 的倍数，则获奖，若有 5 人参与摸球，则恰好 2 人获奖的概率是（ ）

- A. $\frac{40}{243}$ B. $\frac{70}{243}$ C. $\frac{80}{243}$ D. $\frac{38}{243}$

10. 某歌手大赛进行电视直播，比赛现场有 6 名特约嘉宾给每位参赛选手评分，场内外的观众可以通过网络平台给每位参赛选手评分.某选手参加比赛后，现场嘉宾的评分情况如下表，场内外共有数万名观众参与了评分，组织方将观众评分按照 $[70, 80)$ ， $[80, 90)$ ， $[90, 100]$ 分组，绘成频率分布直方图如下：

嘉宾	A	B	C	D	E	F
评分	96	95	96	89	97	98



嘉宾评分的平均数为 $\bar{x}_1$ ，场内外的观众评分的平均数为 $\bar{x}_2$ ，所有嘉宾与场内外的观众评分的平均数为 $\bar{x}$ ，则下列选项正确的是（ ）

- A. $\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$ B. $\bar{x} > \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$ C. $\bar{x} < \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$ D. $\bar{x}_1 > \bar{x}_2 > \bar{x} > \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$

11. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最大值为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. 一个正四棱锥形骨架的底边边长为 2, 高为 $\sqrt{2}$, 有一个球的表面与这个正四棱锥的每个边都相切, 则该球的表面积为 ()

- A. $4\sqrt{3}\pi$ B. 4π C. $4\sqrt{2}\pi$ D. 3π

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $(x-y^2)(x-y)^{10}$ 展开式中 x^5y^6 的系数为_____. (用数字作答)

14. 已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|\vec{b}| = 1, |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$, 则 $|\vec{a}| =$ _____.

15. 记实数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 中的最大数为 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 最小数为 $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. 已知实数 x, y 且三数能构成三角形的三边长, 若 $t = \max\left\{\frac{1}{x}, \frac{x}{y}, y\right\} \cdot \min\left\{\frac{1}{x}, \frac{x}{y}, y\right\}$, 则 t 的取值范围是_____.

16. 《九章算术》卷 5《商功》记载一个问题“今有圆堡璚, 周四丈八尺, 高一丈一尺. 问积几何? 答曰: 二千一百一十二尺, 术曰: 周自相乘, 以高乘之, 十二而一”, 这里所说的圆堡璚就是圆柱体, 它的体积为“周自相乘, 以高乘之, 十二而一”, 就是说: 圆堡璚 (圆柱体) 的体积为 $V = \frac{1}{12} \times (\text{底面圆的周长的平方} \times \text{高})$, 则由此可推得圆周率 π 的取值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 定义: 若数列 $\{a_n\}$ 满足所有的项均由 -1, 1 构成且其中 -1 有 m 个, 1 有 p 个 ($m + p \geq 3$), 则称 $\{a_n\}$ 为 “ (m, p) - 数列”.

(1) a_i, a_j, a_k ($i < j < k$) 为 “ $(3, 4)$ - 数列” $\{a_n\}$ 中的任意三项, 则使得 $a_i a_j a_k = 1$ 的取法有多少种?

(2) a_i, a_j, a_k ($i < j < k$) 为 “ (m, p) - 数列” $\{a_n\}$ 中的任意三项, 则存在多少正整数 (m, p) 对使得 $1 \leq m \leq p \leq 100$, 且 $a_i a_j a_k = 1$ 的概率为 $\frac{1}{2}$.

18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且点 (n, S_n) ($n \in \mathbb{N}^*$) 在函数 $y = 2^{x+1} - 2$ 的图像上;

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_1 = 0$, $b_{n+1} + b_n = a_n$, 求 $\{b_n\}$ 的通项公式;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/498076064041007045>