卜人入州八九几市潮王学校六校协作体2021届高三数学上学期开学考试试题理〔含解析〕

一：选择题。

$M=[1,2]$，$N=\{x\in Z\,|\,x^2-2x-3<0\}$，则$M\cap N=$〔〕

A. $[1,2]$　　B. $(-1,3)$　　C. $\{1\}$　　D. $\{1,2\}$

【答案】D

【解析】

【分析】

首先化简集合N得$N=\{0,1,2\}$，结合交集的定义可求结果。

【详解】集合N可化为$N=\{x\in Z\,|\,-1<x<3\}=\{0,1,2\}$；

所以$M\cap N=\{1,2\}$。答案选D。

【点睛】解决集合的运算类问题的关键在于弄清集合元素的属性含义，弄清集合中元素所具有的形式，以及有哪些元素，在运算时要结合数轴或者Venn图。

2. “$\log_2 a>\log_2 b$”是“$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”的〔〕

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】

利用对数函数的单调性即可判断出结论.

【详解】$\log_2 a>\log_2 b\Rightarrow a>b>0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，但满足$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$的如a=-2,b=-1不能得到$\log_2 a>\log_2 b$，

故“$\log_2 a > \log_2 b$”是“$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$”的充分不必要条件.

应选 A.

【点睛】此题考察了对数函数的单调性、简易逻辑的断定方法，考察了推理才能与计算才能，属于根底题.

$\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为$\frac{\pi}{3}$，且$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，那么向量$\vec{a}+2\vec{b}$与向量$\vec{a}$的夹角为〔〕

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】A

【解析】

$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times1\times\cos\frac{\pi}{3}=1, \vec{a}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}=4+2=6$，

$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}\sqrt{2^2+4\times1+4\times1}=2\sqrt{3}$，设向量$\vec{a}$与向量$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角为$\theta$，

$\therefore\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot(\vec{a}+2\vec{b})}{|\vec{a}|\cdot|\vec{a}+2\vec{b}|}=\frac{6}{2\times2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore\theta=\frac{\pi}{6}$，应选 A.

4. 公元前 5 世纪，古希腊哲学家芝诺发表了著名的阿基里斯悖论：他提出让乌龟在阿基里斯前面 1000 米处开场，和阿基里斯赛跑，并且假定阿基里斯的速度是乌龟的 10 倍. 当比赛开场后，假设阿基里斯跑了 1000 米，此时乌龟便领先他 100 米；当阿基里斯跑完下一个 100 米时，乌龟仍然前于他 10 米. 当阿基里斯跑完下一个 10 米时，乌龟仍然前于他 1 米……，所以，阿基里斯永远追不上乌龟. 根据这样的规律，假设阿基里斯和乌龟的间隔恰好为10^{-2}米时，乌龟爬行的总间隔为〔〕

A. $\frac{10^4-1}{90}$　　B. $\frac{10^5-1}{900}$　　C. $\frac{10^5-9}{90}$　　D. $\frac{10^4-9}{900}$

【答案】B

【解析】

根据条件，乌龟每次爬行的间隔构成等比数列，公比为$\frac{1}{10}$

当阿基里斯和乌龟的速度恰好为10^{-2}米时，乌龟爬行的总间隔为

应选 B

$y=2x^2$ 的准线方程是〔〕

A. $x=\frac{1}{2}$　　B. $x=-\frac{1}{2}$　　C. $y=\frac{1}{8}$　　D. $y=-\frac{1}{8}$

【答案】D

【解析】

抛物线 $y=2x^2$ 可化为 $x^2=\frac{1}{2}y$，焦点在 y 轴上，$2p=\frac{1}{2},\therefore \frac{p}{2}=\frac{1}{8},\therefore$ 抛物线 $y=2x^2$ 的准线方程是 $y=-\frac{1}{8}$，应选 D.

$y=2\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)+1$，以下表达有误的是()

A. 其图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{4}$ 对称

B. 其图象关于点 $\left(\frac{\pi}{12},1\right)$ 对称

C. 其值域是[－1,3]

D. 其图象可由 $y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$ 图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{3}$ 得到

【答案】B

【解析】

【分析】

利用正弦函数的图象与性质，逐个判断各个选项是否正确，从而得出。

【详解】当 $x=-\frac{\pi}{4}$ 时，$y=-1$，为函数最小值，故 A 正确；

当 $x=\frac{\pi}{12}$ 时，$\sin(3\times\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4})=1$，$y=3$，所以函数图象关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称，不关于点 $\left(\frac{\pi}{12},1\right)$ 对称，故 B 错误；函数的值域为[－1,3]，显然 C 正确；$y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$ 图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{3}$ 得到 $y=2\sin(3x+\frac{\pi}{4})+1$，故 D 正确。综上，应选 B。

【点睛】此题主要考察正弦函数的图象与性质，牢记正弦函数的根本性质是解题的关键。

7.甲乙两名同学6次考试的成绩统计如图，甲乙两组数据的平均数分别为$\overline{x_{甲}}$、$\overline{x_{乙}}$HY差分别为$\sigma_{甲}$、$\sigma_{乙}$，那么$(\ )$

A.$\overline{x_{甲}}<\overline{x_{乙}}$，$\sigma_{甲}<\sigma_{乙}$　　B.$\overline{x_{甲}}<\overline{x_{乙}}$，$\sigma_{甲}>\sigma_{乙}$

C.$\overline{x_{甲}}>\overline{x_{乙}}$，$\sigma_{甲}<\sigma_{乙}$　　D.$\overline{x_{甲}}>\overline{x_{乙}}$，$\sigma_{甲}>\sigma_{乙}$

【答案】C

【解析】

【分析】

通过读图可知甲同学除第二次考试成绩略低与乙同学，其他次考试都远高于乙同学，可知$\overline{x_{甲}}>\overline{x_{乙}}$,图中数据显示甲同学的成绩比乙同学稳定，故$\sigma_{甲}<\sigma_{乙}$.

【详解】由图可知，甲同学除第二次考试成绩略低与乙同学，其他次考试都远高于乙同学，可知$\overline{x_{甲}}>\overline{x_{乙}}$,图中数据显示甲同学的成绩比乙同学稳定，故$\sigma_{甲}<\sigma_{乙}$.应选$C$.

【点睛】此题考察平均数及HY差的实际意义，是根底题.

8.一个三棱锥的三视图如下列图，其中俯视图是等腰直角三角形，那么该三棱锥的外接球体积为〔〕

A.$\sqrt{3}\pi$　　B.$2\sqrt{3}\pi$　　C.$4\sqrt{3}\pi$　　D.12π

【答案】C

【解析】

【分析】

由三视图可知，原几何体是一条侧棱与底面垂直的三棱锥，底面是斜边上的高为$\sqrt{2}$，腰长为2，斜边长为2的等腰直角三角形，棱锥高为2，故三棱锥的外接球与以棱长为2的正方体的外接球一样，由此可得。

【详解】由三视图可知，原几何体是一条侧棱与底面垂直的三棱锥，底面是斜边上的高为$\sqrt{2}$，腰长为2，斜边长为2的等腰直角三角形，棱锥高为2，故三棱锥的外接球是以棱长为2的正方体的外接球一样，其直径为$2\sqrt{3}$，半径为$\sqrt{3}$，所以三棱锥的外接球体积为$\frac{4}{3}\pi R^{3}\ =\ 4\sqrt{3}\pi$，

应选 C。

【点睛】此题主要考察通过三视图复原几何体，以及三棱锥的外接球的体积计算，意在考察学生的直观想象和数学计算才能。

〕

〔1〕垂直于同一条直线的两条直线互相平行

〔2〕与同一个平面夹角相等的两条直线互相平行

〔3〕平行于同一个平面的两条直线互相平行

〔4〕两条直线能确定一个平面

〔5〕垂直于同一个平面的两个平面平行

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

【答案】A

【解析】

.

详解：对于〔1〕，垂直于同一条直线的两条直线可能平行，也可能异面或者相交.所以是错误的.对于〔2〕，与同一个平面夹角相等的两条直线可能互相平行，也可能相交或者异面，所以是错误的.对于〔3〕，平行于同一个平面的两条直线可能互相平行，也可能异面或者相交，所以是错误的.对于〔4〕两条直线能不一定确定一个平面，还有可能不能确定一个平面,所以是错误的.对于〔5〕，垂直于同一个平面的两个平面不一定平行，还有可能相交,所以是错误的.故答案为：A

点睛：〔1〕此题主要考察空间位置关系的判断，意在考察学生对该根底知识的掌握才能和空间想象才能.

10.定义：$\min\{a,b\}=\begin{cases}a,a\le b,\\ b,a>b.\end{cases}$在区域$\begin{cases}0\le x\le 2,\\ 0\le y\le 3.\end{cases}$内任取一点$P(x,y)$，那么点$P(x,y)$满足$\min\{2x-y+1,x+y-1\}=x+y-1$的概率为〔〕

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{12}$

【答案】A

【解析】

【分析】

利用几何概型计算公式，求出试验包含的全部事件对应的集合Ω以及满足条件的事件A对应的面积，即可求得。

【详解】试验包含的全部事件对应的集合是$\Omega=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}0\le x\le 2\\0\le y\le 3\end{cases}\right\}$，满足条件的事件

$A=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}0\le x\le 2\\0\le y\le 3\\2x-y+1\ge x+y-1\end{cases}\right\}=\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}0\le x\le 2\\0\le y\le 3\\x-2y+2\ge 0\end{cases}\right\}$，如下列图，

$S(\Omega)=2\times 3=6$，$S(A)=\frac{1}{2}\times(1+2)\times 2=3$，所以$P=\frac{S(\Omega)}{S(A)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，应选A。

【点睛】此题主要考察简单线性规划中可行域的画法和几何概型的概率计算。

$y=1+\sqrt{4-x^2}$与直线$l:y=k(x-2)+4$有两个不同的交点，实数k的范围是()

A.（$\frac{5}{12}$，+∞）　　B.（$\frac{5}{12}$，$\frac{3}{4}$]　　C.(0，$\frac{5}{12}$）　　D.（$\frac{1}{3}$，$\frac{3}{4}$]

【答案】B

【解析】

本试题主要是考察了直线与圆的位置关系的运用。

根据题意画出图形，如下列图：

由题意可得：直线l过A〔2，4〕，B〔-2，1〕，，又直线$y=1+\sqrt{4-x^2}$图象为以〔0，1〕为圆心，2为半径的半圆，，当直线l与半圆相切，C为切点时，圆心到直线l的间隔d=r，即$\frac{|3-2k|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，解得k=$\frac{5}{12}$,

当直线 l 过 B 点时，直线 l 的斜率为$\frac{3}{4}$，那么直线 l 与半圆有两个不同的交点时，实数 k 的范围为($\frac{5}{12}$，$\frac{3}{4}$]，应选 B.

解决该试题的关键是理解曲线表示的图形，结合数形结合思想得到结论。

R上的函数$f(x)$满足：$f(x)+f'(x)>1$，$f(0)=4$，那么不等式$e^x f(x)>e^x+3$的解集为〔〕

A. (0,+∞)　　B. (－∞,0)∪(3,+∞)

C. (－∞,0)∪(0,+∞)　　D. (3,+∞)

【答案】A

【解析】

【分析】

由$e^x f(x)>e^x+3$变形得，$e^x[f(x)-1]-3>0$，构造函数$g(x)=e^x[f(x)-1]-3$，利用导数得其单调性，即可得到不等式的解集。

【详解】由$e^x f(x)>e^x+3$变形得，$e^x[f(x)-1]-3>0$，设$g(x)=e^x[f(x)-1]-3$，所以原不等式等价于$g(x)>g(0)$，

因为$g'(x)=e^x[f(x)-1]+e^x\cdot f'(x)=e^x[f(x)+f'(x)-1]>0$，所以$g(x)$在定义域$R$上递增，

由$g(x)>g(0)$，得$x>0$，应选 A。

【点睛】此题主要考察构造函数，利用导数判断其单调性，用单调性定义解不等式，意在考察学生的数学建模才能。

二、填空题。

13. i为虚数单位，设复数 z 满足$\frac{3+4i}{z}=6i$，那么 z的虚部是____

【答案】$-\frac{1}{2}$

【解析】

分析：直接利用复数的乘法运算，化简复数，然后求出复数的虚部.

详解：由$\frac{3+4i}{z}=6i$，可得$3+4i=z\times 6i$，$-6z=-4+3i$，可得$z=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}i$，

所以，z的虚部是$-\frac{1}{2}$，故答案为$-\frac{1}{2}$.

点睛：此题主要考察乘法运算以及复数一共轭复数的概念，意在考察对复数根本概念与根本运算掌握的纯熟程度.

$(ax^2+\frac{1}{\sqrt{x}})^5$的展开式中$x^5$的系数是−80，那么实数$a$=_____.

【答案】-2

【解析】

$\left(ax^2+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$的展开式的通项为$T_{k+1}=C_5^k\cdot(ax)^{5-k}\cdot(x^{-\frac{1}{2}})^k=a^{5-k}\cdot C_5^k\cdot x^{10-\frac{5}{2}k}$，

令$10-\frac{5}{2}k=5$，得$k=2$，即$a^3\cdot C_5^2=-80$，解得$a=-2$.

15.现有7名志愿者，其中只会俄语的有3人，既会俄语又会英语的有4人.从中选出4人担任“一带一路”峰会开幕式翻译工作，2人担任英语翻译，2人担任俄语翻译，一共有_____种不同的选法。

【答案】60

【解析】

【分析】

考虑多面手〔既会俄语又会英语的〕的特殊性，按照多面手从事的工作进展分类，分别求出每种情况的选法种数，由分类加法原理即得。

【详解】因为英语翻译只能从多面手中选，所以有

〔1〕中选出的多面手2人从事英语翻译，没人从事俄语翻译，所以有$C_4^2C_3^2=18$种选法；

〔2〕中选出的多面手2人从事英语翻译，1人从事俄语翻译，所以有$C_3^1C_4^2C_2^1=36$种选法；

〔3〕中选出的多面手2人从事英语翻译，2人从事俄语翻译，所以有$C_4^2=6$种选法；

一共有18+36+6=60种选法。

【点睛】此题主要考察排列、组合的应用，涉及到分类讨论思想的运用，选好 HY，要做到不重不漏。

16. . 双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1， F_2， P 为双曲线右支上的任意一点，假设 $\frac{|PF_1|^2}{|PF_2|}$ 的最小值为 $8a$，那么双曲线离心率的取值范围是。

【答案】 $(1,3]$

【解析】

试题分析：因为 $\frac{|PF_1|^2}{|PF_2|}=8a$，并且 $|PF_2|-|PF_1|=2a$，所以 $|PF_2|=4a,|PF_1|=2a$，因为 P 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 左支上的一点，所以 $|PF_2|+|PF_1|=6a\geq|F_1F_2|=2c$，即 $e=\frac{c}{a}\leq 3$

所以双曲线的离心率的范围 $(1,3]$

考点：双曲线的性质

三、解答题

$\triangle ABC$ 中， $A=45°$， $\cos B=\frac{4}{5}$.

〔1〕求 $\cos C$ 的值；

〔2〕假设 $BC=10$， D 为 AB 的中点，求 CD 的长.

【答案】〔1〕 $-\frac{\sqrt{2}}{10}$. 〔2〕 $CD=\sqrt{37}$.

【解析】

试题分析：〔Ⅰ〕 $\because\cos B=\frac{4}{5}$, 且 $B\in(0°,180°)$， $\therefore\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{3}{5}$. ------2 分

$\cos C=\cos(180°-A-B)=\cos(135°-B)$----------3 分

$=\cos135°\cos B+\sin135°\sin B=-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{4}{5}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{3}{5}=-\frac{\sqrt{2}}{10}$. ----------6 分

〔Ⅱ〕由〔Ⅰ〕可得$\sin C=\sqrt{1-\cos^2 B}=\sqrt{1-(-\frac{\sqrt{2}}{10})^2}=\frac{7}{10}\sqrt{2}$. ----------8分

由正弦定理得$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C}$，即$\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{AB}{\frac{7}{10}\sqrt{2}}$，解得$AB=14$. ----------10分

在ΔBCD中，$BD=7$，$CD^2=7^2+10^2-2\times7\times10\times\frac{4}{5}=37$，

所以$CD=\sqrt{37}$. ----------12分

考点：此题考察了正余弦定理的运用

点评：正余弦定理是处理三角形边角关系的重要工具，应用时注意三角形中的性质及角的范围。

18. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为矩形，平面PBC⊥平面$ABCD$，$PB\perp PD$.

〔1〕证明：平面PAB⊥平面PCD；

〔2〕假设$PB=PC$，E为棱CD的中点，$\angle PEA=90°$，$BC=2$，求二面角$B-PA-E$的余弦值.

【答案】〔1〕见解析；〔2〕$-\frac{\sqrt{6}}{6}$

【解析】

分析：〔1〕由四边形$ABCD$为矩形，可得$CD\perp BC$，再由结合面面垂直的性质可得CD⊥平面PBC，进一步得到$CD\perp PB$，再由$PB\perp PD$，利用线面垂直的断定定理可得PB⊥面PCD，即可证得PAB⊥平面PCD；

〔2〕取BC的中点O，连接PO,OE，以O为坐标原点，建立如下列图的空间直角坐标系，

由题得$\overrightarrow{PE}\bullet\overrightarrow{EA}=0$，解得$a=2\sqrt{2}$. 进而求得平面$PAB$和平面$PAE$的法向量，利用向量的夹角公式，即可求解二面角$A-PB-C$的余弦值.

详解：〔1〕证明：∵四边形*ABCD*是矩形，∴*CD*⊥*BC*.

∵平面*PBC*⊥平面*ABCD*，平面*PBC*∩平面*ABCD*=*BC*，*CD*⊂平面*ABCD*，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/505211320204011211