

深圳实验学校 2023-2024 学年第一学期九年级四部月考数学试卷（11 月）

一. 选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列光线所形成的投影不是中心投影的是（ ）

- A. 太阳光线
- B. 台灯的光线
- C. 手电筒的光线
- D. 路灯的光线

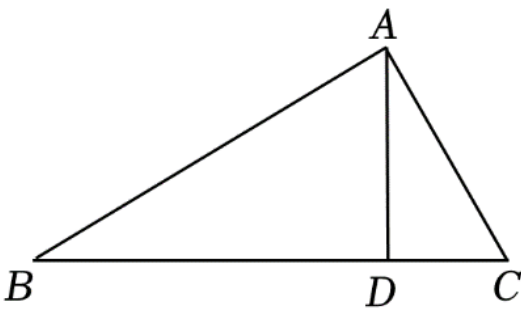
2. 若 $2a=3b$ ，则 $\frac{a+b}{a}$ 的值为（ ）

- A. $\frac{5}{3}$
- B. $\frac{3}{5}$
- C. $\frac{2}{5}$
- D. $\frac{5}{2}$

3. 下列说法中，错误的是（ ）

- A. 菱形的对角线互相垂直
- B. 对角线相等的四边形是矩形
- C. 平行四边形的对角线互相平分
- D. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形

4. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，下列结论正确的是（ ）



- A. $\sin C = \frac{CD}{AC}$
- B. $\sin C = \frac{AD}{DC}$
- C. $\sin C = \frac{AB}{BC}$
- D. $\sin C = \frac{AD}{AB}$

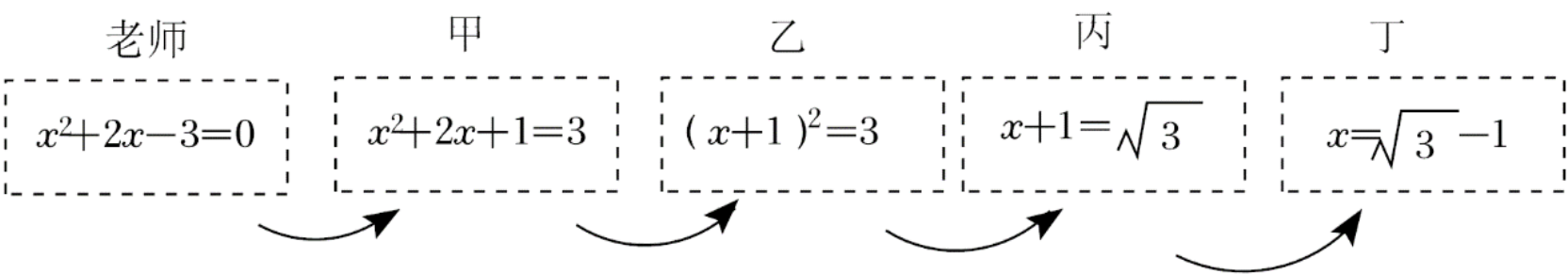
5. 若点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， $C(x_3, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，若 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ ，则

y_1, y_2, y_3 的大小关系是（ ）

- A. $y_1 < y_2 < y_3$
- B. $y_2 < y_3 < y_1$
- C. $y_3 < y_2 < y_1$
- D. $y_2 < y_1 < y_3$

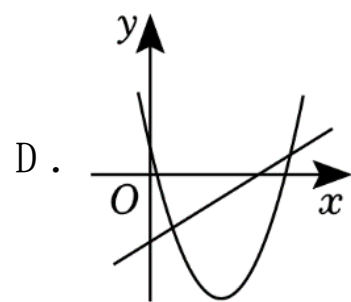
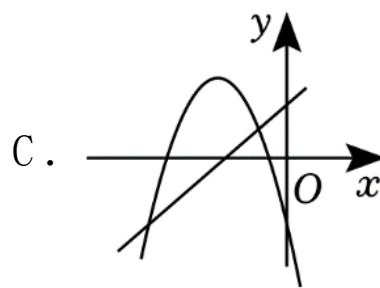
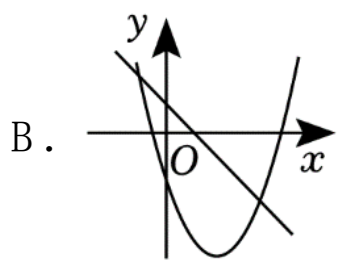
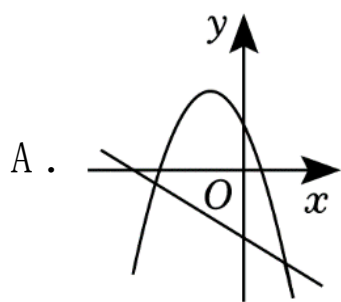
6. 老师设计了接力游戏，用合作的方式完成配方法解一元二次方程，规则：每人只能看到前一人给的式子，并进行一步计算，再将结果传递给下一人，最后解出方程。过程如图所示：

接力中，自己负责的一步出现错误的是（ ）

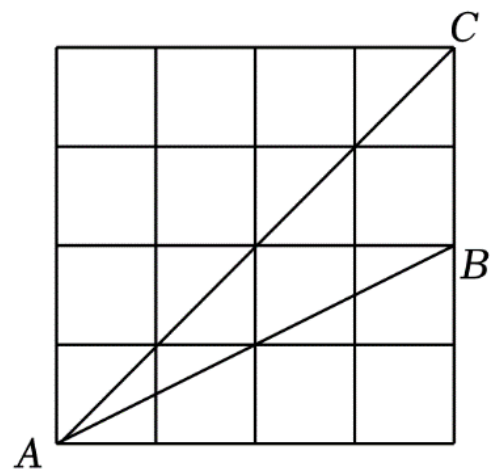


- A. 只有甲
- B. 甲和乙
- C. 甲和丙
- D. 丙和丁

7. 在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y=cx+a$ 与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象可能是（ ）



8. 如图，点 A、B、C 均在 4×4 的正方形网格的格点上，则 $\tan \angle BAC = (\quad)$



A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

9. 将图 1 中两个三角形按图 2 所示的方式摆放，其中四边形 ABCD 为矩形，连接 PQ，甲、乙两人有如下结论：

甲：若四边形 ABCD 是边长为 1 的正方形，则四边形 PQMN 必是正方形；

乙：若四边形 PQMN 为正方形，则四边形 ABCD 必是边长为 1 的正方形.

下列判断正确的是 ()

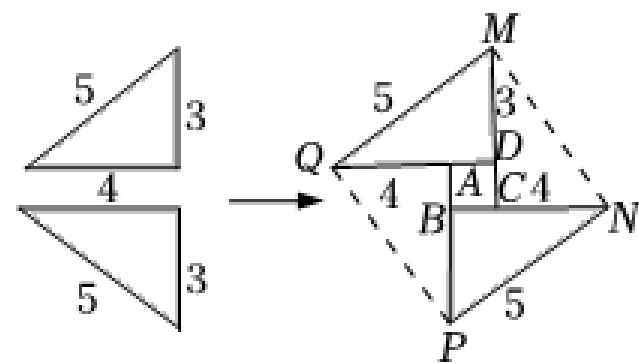


图1

图2

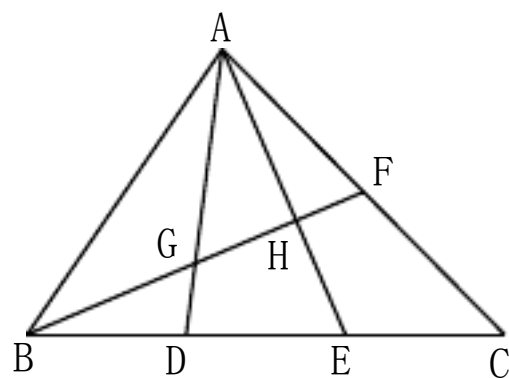
A. 甲正确，乙不正确

B. 甲不正确，乙正确

C. 甲、乙都不正确

D. 甲、乙都正确

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D、E 是 BC 边的三等分点，BF 是 AC 边的中线，AD、AE 分别与 BF 交于点 G、H，若 $S_{\triangle ABC} = 1$ ，则 $\triangle AGH$ 的面积为 ()



A. $\frac{3}{10}$

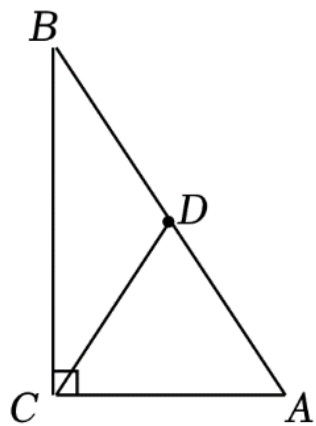
B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{3}{20}$

D. $\frac{1}{4}$

二. 填空题 (每题 3 分，共 15 分)

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 54^\circ$ ，D 是 AB 的中点，则 $\angle BCD =$ _____°.

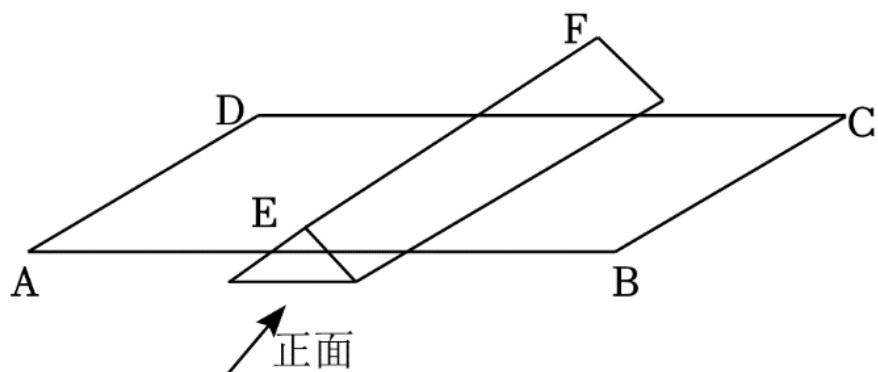


12. 当今大数据时代，“二维码”广泛应用于我们的日常生活中，某兴趣小组从对二维码开展数学实验活动. 如图，在边长为 2cm 的正方形区域内通过计算机随机掷点，经过大量重复实验，发现点落在区域内黑色部分的频率稳定在 0.7 左右，据此可以估计这个区域内白色部分的总面积约为 _____ cm^2 .

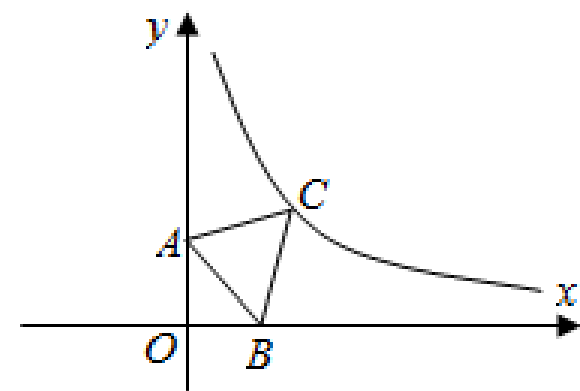


13. 已知 a ， b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 两个实数根，则 $a^2 + b^2 =$ _____.

14. 在一个长为 $8 - 2\sqrt{2}$ ，宽为 3 的长方形草地上，如图摆放着一根三棱柱的木块，它的侧棱 EF 平行于 AD，且棱长大于场地宽 AD，木块的主视图为等腰直角三角形，且底边上的高为 1，一只蚂蚁从点 A 处到 C 处需要走的最短路程是 _____.



15. 如图所示， $\triangle ABC$ 为等边三角形，点 A 的坐标为 $(0, 4)$ ，点 B 在 x 轴上，点 C 在反比例函数 $y = \frac{15\sqrt{3}}{x}$ 的图象上，则点 B 的坐标为 _____.

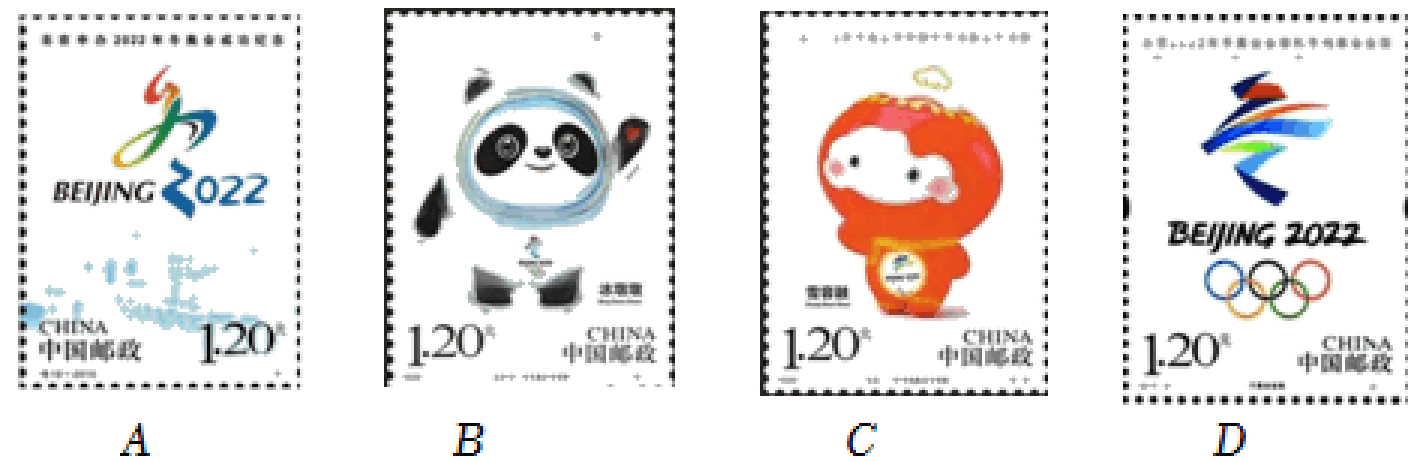


三. 解答题 (共 55 分)

16. (6 分) 计算: $(-1)^{2023} + 2\sin 45^\circ - \cos 30^\circ + \sin 60^\circ + \tan 60^\circ$.

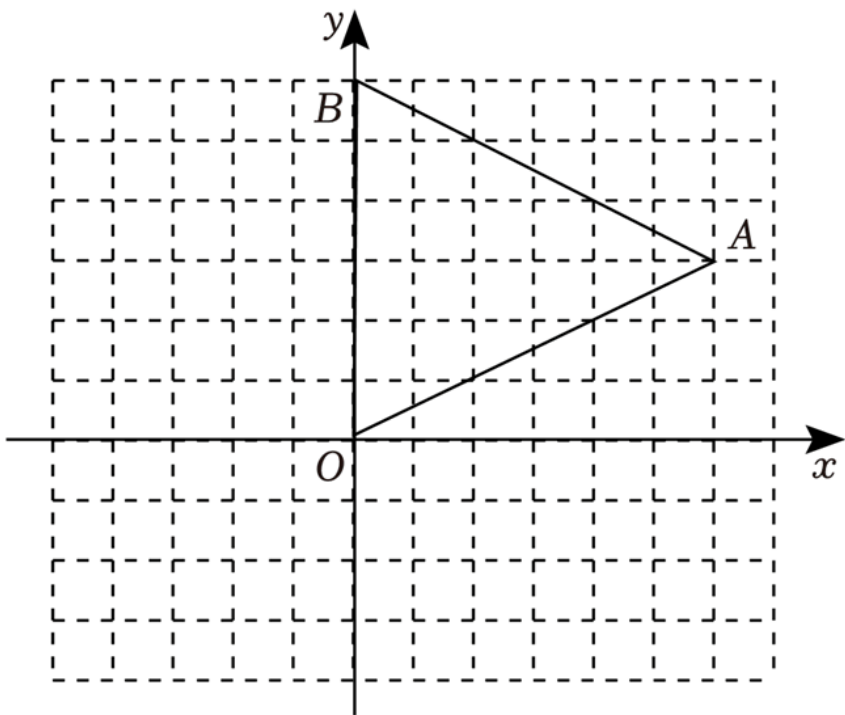
17. (6 分) 2022 年冬奥会在北京举办. 现有如图所示“2022•北京冬梦之约”的四枚邮票供小明选择, 依次记为 A, B, C, D, 背面完全相同. 将这四枚邮票背面朝上, 洗匀放好.

- (1) 小明从中随机抽取一枚, 恰好抽到是 B (冰墩墩) 概率是 _____.
- (2) 小颖从中随机抽取一枚不放回, 再从中随机抽取一枚. 请用列表或画树状图的方法, 求小颖同学抽到的两枚邮票恰好是 B (冰墩墩) 和 C (雪容融) 的概率.



18. (8 分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle AOB$ 的三个顶点的坐标分别为 A (6, 3), O (0, 0), B (0, 6).

- (1) 以原点 O 为位似中心, 在第一象限内将 $\triangle AOB$ 缩小得到 $\triangle A_1OB_1$, 相似比为 $\frac{1}{2}$, 请画出 $\triangle A_1OB_1$;
- (2) 直接写出点 A_1 的坐标 (_____, _____);
- (3) 求出 $\triangle A_1OB_1$ 的面积.



19. (8 分) 某超市销售一种饮料, 进价为每箱 48 元, 规定售价不低于进价. 现在的售价为每箱 60 元, 每月可销售 60 箱. 现为了减少库存, 决定对该饮料降价销售, 市场调查发现: 若这种饮料的售价每降价 1 元, 则每月的销量将增加 10 箱.

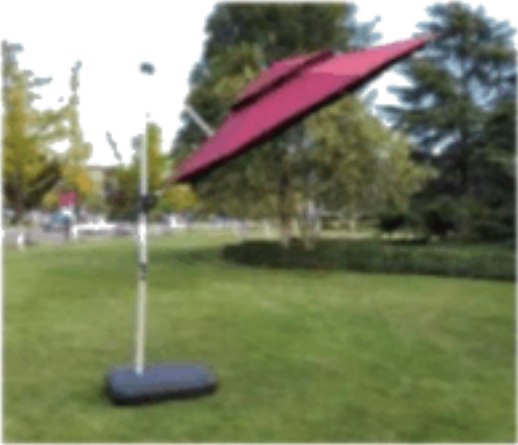
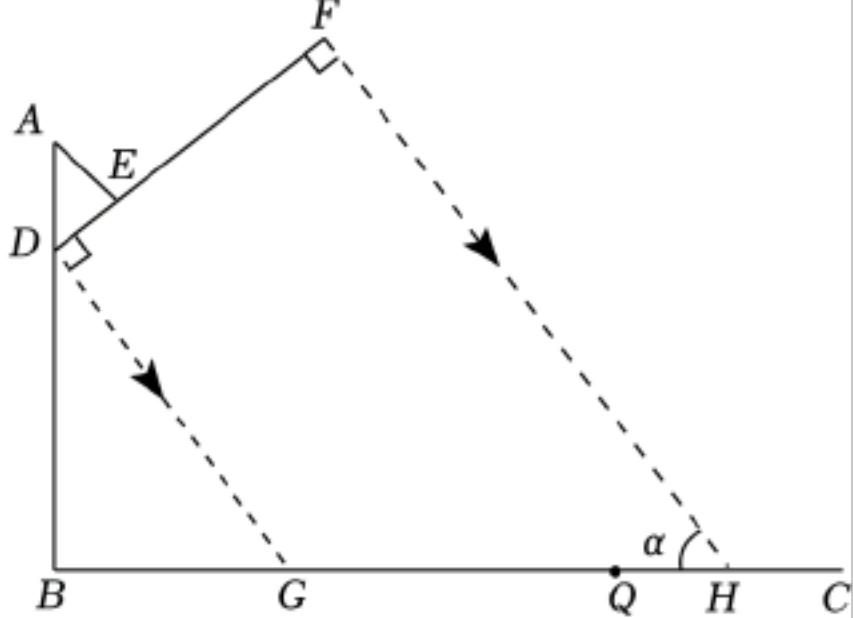
- (1) 若该超市预计 12 月份要获得 770 元的利润, 则每箱饮料售价应定为多少元?
- (2) 该超市能否每月获得 880 元的利润? 若能, 求出售价为多少元? 若不能, 请说明理由.

20.（9 分）定义：在平面直角坐标系中，图形 G 上点 P（x，y）的纵坐标 y 与其横坐标 x 的差 $y - x$ 称为 P 点的“坐标差”，而图形 G 上所有点的“坐标差”中的最大值称为图形 G 的“特征值”.

- (1) ①点 A（1，3）的“坐标差”为 _____；
 ②抛物线 $y = -x^2 + 3x + 3$ 的“特征值”为 _____；
- (2) 某二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ （ $c \neq 0$ ）的“特征值”为 -1，点 B（m，0）与点 C 分别是此二次函数的图象与 x 轴和 y 轴的交点，且点 B 与点 C 的“坐标差”相等.

①直接写出 $m =$ _____；（用含 c 的式子表示）
 ②求此二次函数的表达式.

21.（9 分）根据以下素材，探索完成任务.

探究遮阳伞下的影子长度	
素材 1	图 1 是某款自动旋转遮阳伞，伞面完全张开时张角呈 180°，图 2 是其侧面示意图. 已知支架 AB 长为 2.5 米，且垂直于地面 BC，悬托架 $AE = DE = 0.5$ 米，点 E 固定在伞面上，且伞面直径 DF 是 DE 的 4 倍. 当伞面完全张开时，点 D，E，F 始终共线. 为实现遮阳效果最佳，伞面装有接收器可以根据太阳光线的角度变化，自动调整手柄 D 沿着 AB 移动，以保证太阳光线与 DF 始终垂直.   图1 图2

素材 2	某地区某天下午不同时间的太阳高度角 α （太阳光线与地面的夹角）参照表：						
	时刻	12 点	13 点	14 点	15 点	16 点	17 点
	太 阳 高 度 (度)	90	75	60	45	30	15
	参考数据： $\sqrt{3}\approx 1.7, \sqrt{2}\approx 1.4$.						
素材 3	小明坐在露营椅上的高度（头顶到地面的距离）约为 1 米，如图 2，小明坐的位置记为点 Q.						
问题解决							
任务 1	确定影子长度	某一时刻测得 $BD=1.7$ 米. 请求出此时影子 GH 的长度					
任务 2	判断是否照射到	这天 14 点，小明坐在离支架 3 米处的 Q 点，请判断此时小明是否会被太阳光照射到？					
任务 3	探究合理范围	小明打算在这天 14: 00 - 15: 00 露营休息，为保证小明全程不被太阳光照射到，请计算 BQ 的取值范围.					

- 22.（9 分）如图，在菱形 ABCD 中， $AB=10, \sin B=\frac{3}{5}$ ，点 E 从点 B 出发沿折线 B - C - D 向终点 D 运动．过点 E 作点 E 所在的边（BC 或 CD）的垂线，交菱形其它的边于点 F，在 EF 的右侧作矩形 EFGH．
- （1）如图 1，点 G 在 AC 上．求证：FA =FG．
- （2）若 $EF=FG$ ，当 EF 过 AC 中点时，求 AG 的长．
- （3）已知 $FG=8$ ，设点 E 的运动路程为 s．当 s 满足什么条件时，以 G，C，H 为顶点的三角形与 $\triangle BEF$ 相似（包括全等）？

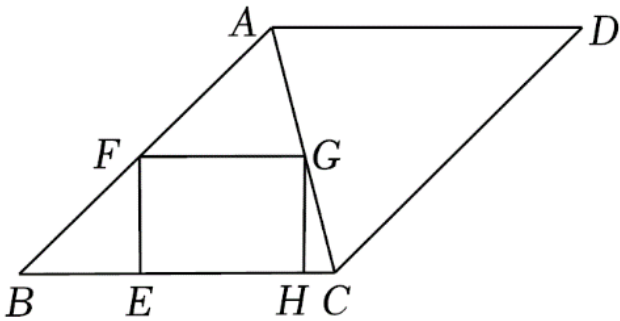


图1

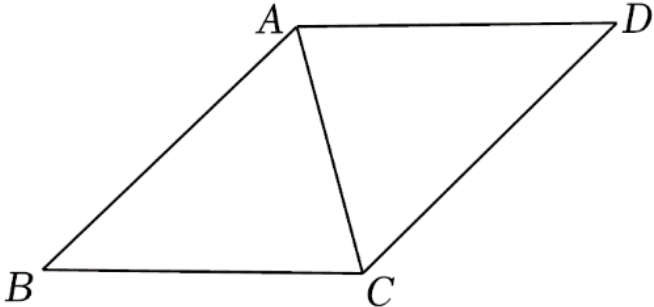


图2（备用）

参考答案与试题解析

一．选择题（共 10 小题）

1. 下列光线所形成的投影不是中心投影的是（ ）

- A. 太阳光线 B. 台灯的光线
C. 手电筒的光线 D. 路灯的光线

【解答】解：中心投影的光源为灯光，平行投影的光源为阳光与月光，在各选项中只有 A 选项得到的投影为平行投影.

故选：A.

2. 若 $2a=3b$ ，则 $\frac{a+b}{a}$ 的值为（ ）

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{5}{2}$

【解答】解： $\because 2a=3b$ ， $\therefore \frac{b}{a}=\frac{2}{3}$ ，

$\therefore \frac{a+b}{a}=1+\frac{b}{a}=1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$ ， 故选：A.

3. 下列说法中，错误的是（ ）

- A. 菱形的对角线互相垂直
B. 对角线相等的四边形是矩形
C. 平行四边形的对角线互相平分
D. 对角线互相垂直平分的四边形是菱形

【解答】解：A、菱形的对角线互相垂直，故不符合题意；

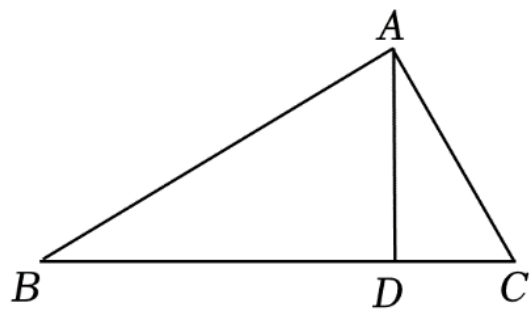
B、对角线相等的平行四边形是矩形，故符合题意；

C、平行四边形的对角线互相平分，故不符合题意；

D、对角线互相垂直平分的四边形是菱形，故不符合题意；

故选：B.

4. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AD\perp BC$ 于点 D，下列结论正确的是（ ）



- A. $\sin C = \frac{CD}{AC}$ B. $\sin C = \frac{AD}{DC}$ C. $\sin C = \frac{AB}{BC}$ D. $\sin C = \frac{AD}{AB}$

【解答】解： $\because AD\perp BC$ ，

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ，

在 $Rt\triangle ADC$ 中， $\cos C = \frac{CD}{AC}$ ， $\tan C = \frac{AD}{CD}$ ，

故 A、B 不符合题意；

在 $\text{Rt}\triangle BAC$ 中， $\sin C = \frac{AB}{BC}$ ，故 C 符合题意；

$\because \angle B + \angle BAD = 90^\circ$ ， $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle C = \angle BAD$ ，在 $\text{Rt}\triangle BAD$ 中， $\cos \angle BAD = \frac{AD}{AB}$ ，

$\therefore \cos C = \cos \angle BAD = \frac{AD}{AB}$ ，故 D 不符合题意；

故选：C．

5. 若点 A (x_1, y_1) ，B (x_2, y_2) ，C (x_3, y_3) 都在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，若 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ ，则

y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

A. $y_1 < y_2 < y_3$

B. $y_2 < y_3 < y_1$

C. $y_3 < y_2 < y_1$

D. $y_2 < y_1 < y_3$

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象分布在第一、三象限，

$\therefore$ 在每一象限 y 随 x 的增大而减小，

$\because x_1 < x_2 < 0 < x_3$ ，

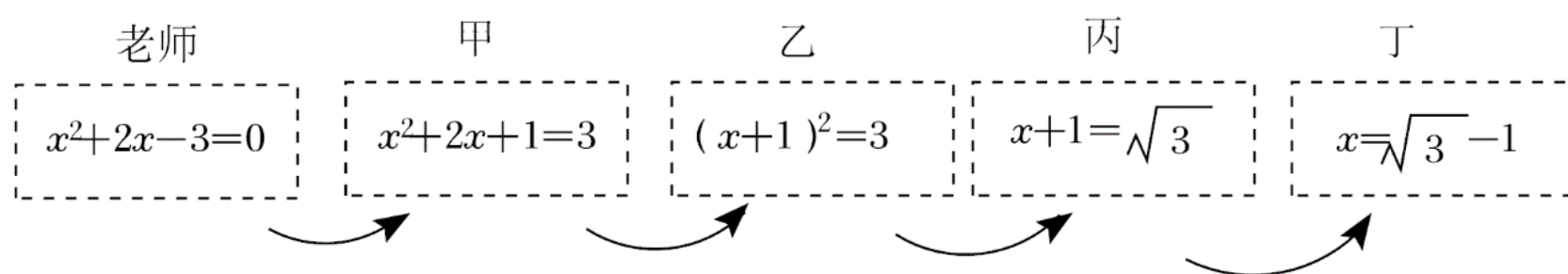
$\therefore$ C 点在第一象限，A、B 点在第三象限，

$\therefore y_2 < y_1 < y_3$ ．

故选：D．

6. 老师设计了接力游戏，用合作的方式完成配方法解一元二次方程，规则：每人只能看到前一人给的式子，并进行一步计算，再将结果传递给下一人，最后解出方程．过程如图所示：

接力中，自己负责的一步出现错误的是 ()



A. 只有甲

B. 甲和乙

C. 甲和丙

D. 丙和丁

【解答】解： $x^2 + 2x - 3 = 0$ ，

$x^2 + 2x + 1 = 3 + 1$ ，

$(x+1)^2 = 4$ ，

$x+1 = \pm 2$ ，

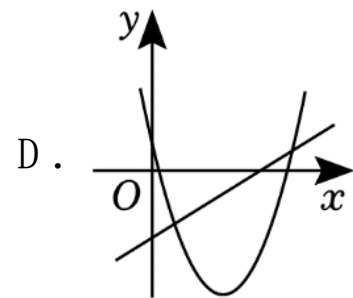
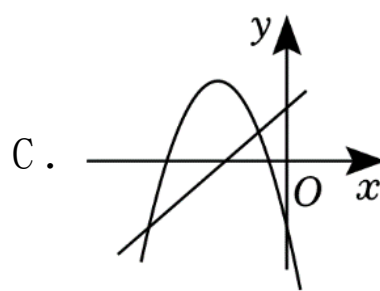
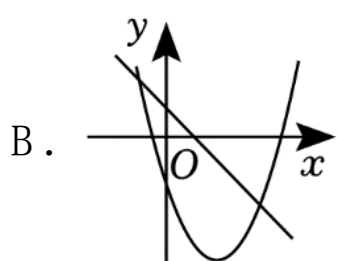
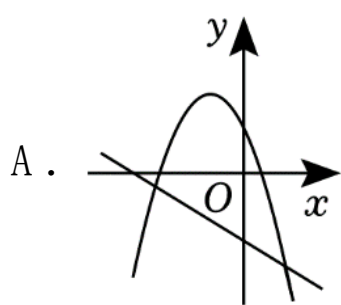
$x+1 = 2$ 或 $x+1 = -2$ ，

$x_1 = 1$ ， $x_2 = -3$ ，

$\therefore$ 接力中，自己负责的一步出现错误的是甲和丙，

故选：C．

7. 在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y = cx + a$ 与二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可能是 ()



【解答】解：A、由抛物线 $y=ax^2+x+c$ ，可知图象开口向下，交 y 轴的正半轴，可知 $a<0$ ， $c>0$ ，由直线 $y=cx+a$ 可知，图象过二，三，四象限 $c<0$ ， $a<0$ ，故此选项不符合题意；

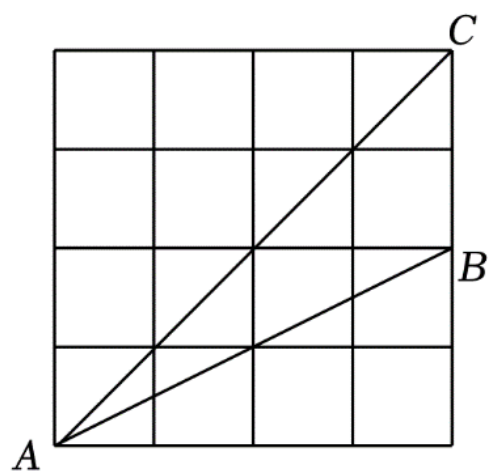
B、由抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ，可知图象开口向上，交 y 轴的负半轴，可知 $a>0$ ， $c<0$ ，由直线 $y=cx+a$ 可知，图象过一，二，四象限， $c<0$ ， $a>0$ ，故此选项符合题意；

C、由抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ，可知图象开口向下，交 y 轴的负半轴，可知 $a<0$ ， $c<0$ ，由直线 $y=cx+a$ 可知，图象过一，二，三象限， $c>0$ ， $a>0$ ，故此选项不符合题意；

D、由抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ，可知图象开口向上，交 y 轴的正半轴，可知 $a>0$ ， $c>0$ ，由直线 $y=cx+a$ 可知，图象过一，三，四象限， $c>0$ ， $a<0$ ，故此选项不符合题意；

故选：B.

8. 如图，点 A、B、C 均在 4×4 的正方形网格的格点上，则 $\tan\angle BAC = (\quad)$



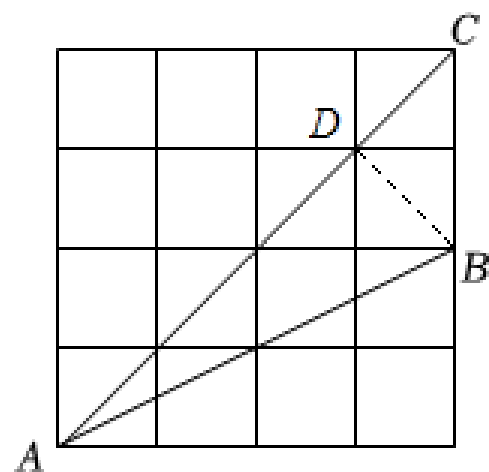
A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【解答】解：如图，过点 B 作 $BD \perp AC$ ，垂足为 D.



由格点三角形可知： $AC = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}$ ， $AB = \sqrt{4^2+2^2} = 2\sqrt{5}$.

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8 - 4 = 4,$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times BD = 2\sqrt{2}BD.$$

$$\therefore 2\sqrt{2}BD = 4, \therefore BD = \sqrt{2}.$$

$$\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{20 - 2} = 3\sqrt{2}.$$

$$\therefore \tan \angle BAC = \frac{BD}{AD} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}.$$

故选：A.

9. 将图 1 中两个三角形按图 2 所示的方式摆放，其中四边形 ABCD 为矩形，连接 PQ，甲、乙两人有如下结论：

甲：若四边形 ABCD 是边长为 1 的正方形，则四边形 PQMN 必是正方形；

乙：若四边形 PQMN 为正方形，则四边形 ABCD 必是边长为 1 的正方形.

下列判断正确的是（ ）

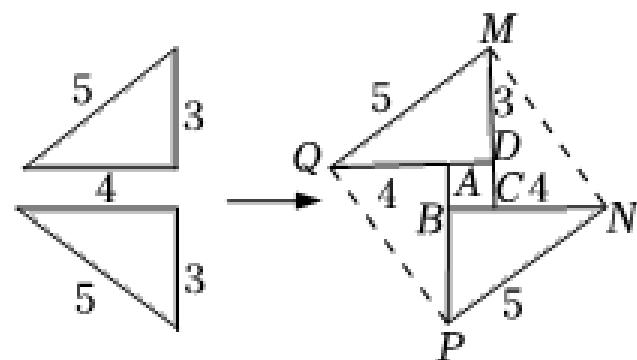


图1

图2

A. 甲正确，乙不正确

B. 甲不正确，乙正确

C. 甲、乙都不正确

D. 甲、乙都正确

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 是边长为 1 的正方形，

$$\therefore AB = BC = CD = AD = 1, \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore AQ = 4 - 1 = 3, AP = 3 + 1 = 4, \angle PAQ = 90^\circ,$$

$$\therefore PQ^2 = AQ^2 + AP^2 = 25,$$

$$\therefore PQ = 5,$$

同理 $MN = 5$,

∴ 四边形 PQMN 是菱形，

$$\text{在 } \triangle QMD \text{ 和 } \triangle PQA \text{ 中, } \begin{cases} MQ = QP \\ MD = QA, \\ DQ = AP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle QMD \cong \triangle PQA \text{ (SSS),}$$

$$\therefore \angle MQD = \angle APQ,$$

$$\because \angle AQP + \angle QPA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AQP + \angle MQD = 90^\circ,$$

∴ $\angle MQP = 90^\circ$ ，则四边形 PQMN 必是正方形；∴ 甲正确；

若四边形 PQMN 为正方形，则 $PQ = PN = MN = MQ = 5$ ，且 $\angle QMD + \angle MQD = \angle QAP = \angle AQP + \angle QPA = 90^\circ$ ，

$$\text{在 } \triangle QMD \text{ 和 } \triangle PQA \text{ 中, } \begin{cases} \angle QMD = \angle AQP \\ MQ = PQ \\ \angle MQD = \angle QPA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle QMD \cong \triangle PQA \text{ (ASA),}$$

$$\therefore QD = AP = 4,$$

同理 $QD = AP = MC = BN = 4$,

又 $\because BP = MD = AQ = 3$,

$\therefore QD - AD = PA - AB$,

$\therefore AB = AD = 1$,

同理 $AB = CD = AD = BC = 1$,

即四边形 $ABCD$ 为菱形,

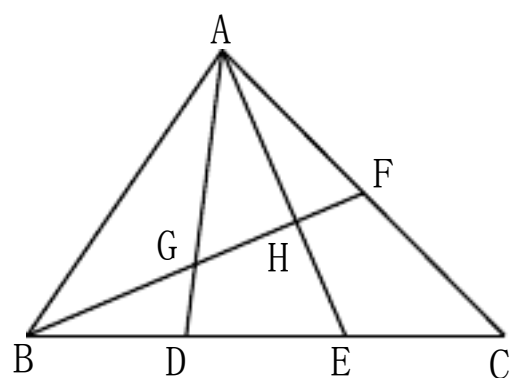
$\because \angle DAB = 180^\circ - \angle QAP = 90^\circ$,

则四边形 $ABCD$ 必是边长为 1 的正方形,

$\therefore$ 乙正确,

故选: D.

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 是 BC 边的三等分点, BF 是 AC 边的中线, AD 、 AE 分别与 BF 交于点 G 、 H , 若 $S_{\triangle ABC} = 1$, 则 $\triangle AGH$ 的面积为 ()



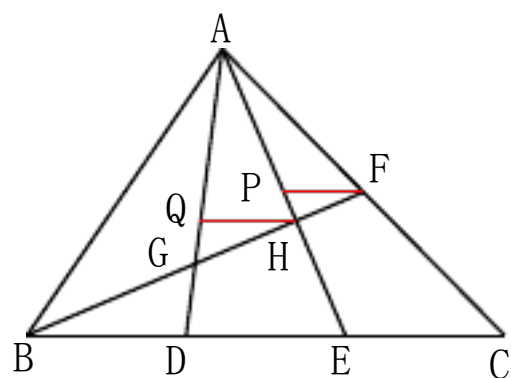
- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{20}$ D. $\frac{1}{4}$

【解答】解: 如图, 过 F 作 $PF \parallel BC$, 交 AE 于 P , 过 H 作 $HQ \parallel BC$, 交 AD 于 Q ,
易得 $FH : HG : GB = 2 : 3 : 5$,

$\because AF = FC$,

$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}$,

$\therefore S_{\triangle AGH} = \frac{3}{10} S_{\triangle ABF} = \frac{3}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{20}$. 故选: C.



二. 填空题 (共 5 小题)

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 54^\circ$, D 是 AB 的中点, 则 $\angle BCD = \underline{36}^\circ$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/505232002021012013>