

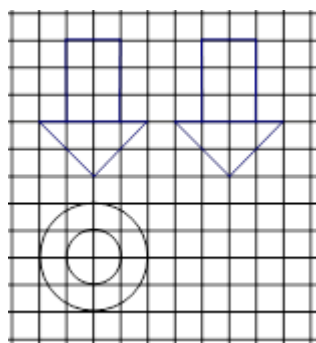
2024 届新疆维吾尔自治区普通高中高三 3 月第一次月考数学试题

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 陀螺是中国民间最早的娱乐工具，也称陀罗。如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某个陀螺的三视图，则该陀螺的表面积为（ ）



- A. $(7+2\sqrt{2})\pi$ B. $(10+2\sqrt{2})\pi$
C. $(10+4\sqrt{2})\pi$ D. $(11+4\sqrt{2})\pi$

2. 复数 $z = (a^2 - 1) + (a - 1)i$ ($a \in \mathbf{R}$) 为纯虚数，则 $z =$ ()

- A. i B. $-2i$ C. $2i$ D. $-i$

3. 设点 $A(t, 0)$ ， P 为曲线 $y = e^x$ 上动点，若点 A, P 间距离的最小值为 $\sqrt{6}$ ，则实数 t 的值为 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $2 + \frac{\ln 2}{2}$ D. $2 + \frac{\ln 3}{2}$

4. 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $CA = CC_1 = 2CB$ ， $AC \perp BC$ ，则直线 BC_1 与 AB_1 所成的角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

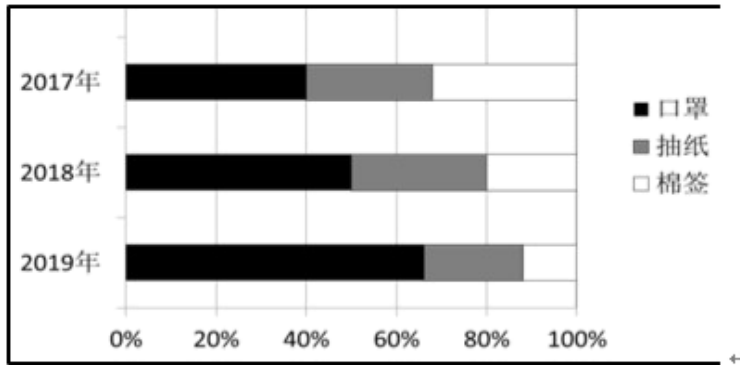
5. 函数 $y = f(x)$ ， $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $y = |xf(x)|$ 的图象关于 y 轴对称”是“ $y = f(x)$ 是奇函数”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ x + y \leq 2, \\ x + 1 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = \frac{x+3}{y+2}$ 的取值范围为 ()

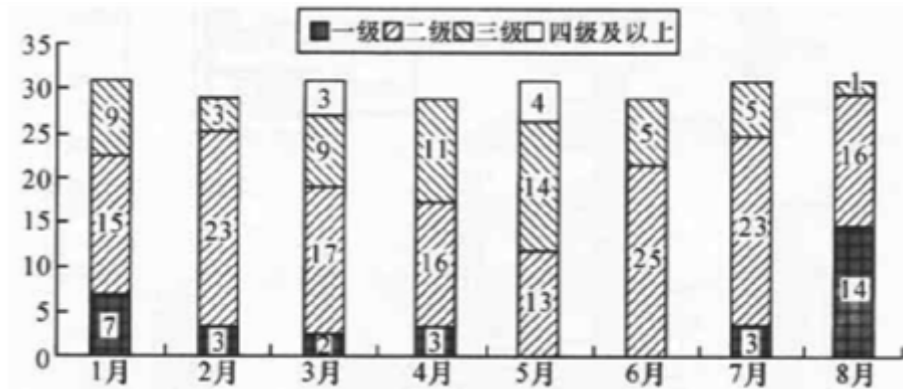
- A. $[\frac{2}{5}, \frac{4}{3}]$ B. $[\frac{2}{5}, 3]$ C. $[\frac{4}{3}, 2]$ D. $[\frac{2}{5}, 2]$

7. 某工厂只生产口罩、抽纸和棉签，如图是该工厂2017年至2019年各产量的百分比堆积图（例如：2017年该工厂口罩、抽纸、棉签产量分别占40%、27%、33%），根据该图，以下结论一定正确的是（ ）



- A. 2019年该工厂的棉签产量最少
 B. 这三年中每年抽纸的产量相差明显
 C. 三年累计下来产量最多的是口罩
 D. 口罩的产量逐年增加

8. 随着人民生活水平的提高，对城市空气质量的关注度也逐步增大，下图是某城市1月至8月的空气质量检测情况，图中一、二、三、四级是空气质量等级，一级空气质量最好，一级和二级都是质量合格天气，下面叙述不正确的是（ ）



- A. 1月至8月空气合格天数超过20天的月份有5个
 B. 第二季度与第一季度相比，空气达标天数的比重下降了
 C. 8月是空气质量最好的一个月
 D. 6月份的空气质量最差.

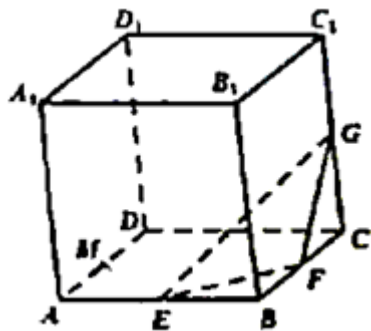
9. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，且 a_1 ， a_3 ， a_2 成等差数列，则公比 q 的值为（ ）

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. -1 或 $\frac{1}{2}$ D. 1 或 $-\frac{1}{2}$

10. 设 $a, b \in R, i$ 是虚数单位，则“复数 $z = a + bi$ 为纯虚数”是“ $ab = 0$ ”的（ ）

- A. 充要条件
B. 必要不充分条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 充分不必要条件

11. 如图, 在棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别为棱 AB, BC, CC_1 的中点, M 为棱 AD 的中点, 设 P, Q 为底面 $ABCD$ 内的两个动点, 满足 $D_1P \parallel$ 平面 EFG , $D_1Q = \sqrt{17}$, 则 $PM + PQ$ 的最小值为 ()



- A. $3\sqrt{2}-1$
B. $3\sqrt{2}-2$
C. $2\sqrt{5}-1$
D. $2\sqrt{5}-2$

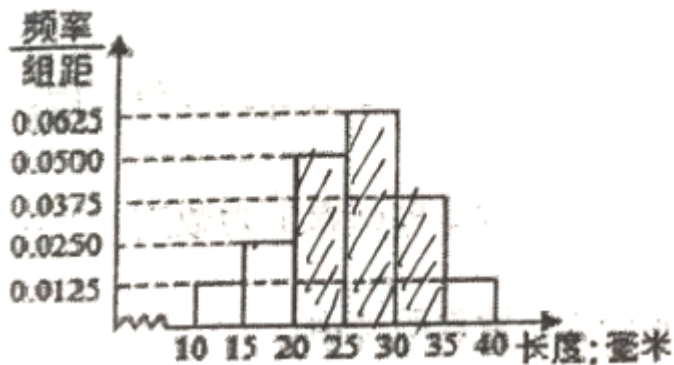
12. 已知函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x^2+1}$. 下列命题: ①函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称; ②函数 $f(x)$ 是周期函数; ③当 $x = \frac{\pi}{2}$ 时, 函数 $f(x)$ 取最大值; ④函数 $f(x)$ 的图象与函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象没有公共点, 其中正确命题的序号是 ()

- A. ①④
B. ②③
C. ①③④
D. ①②④

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, S_n 是它的前 n 项和. 若 $a_2a_3 = 2a_1$, 且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\frac{3}{4}$, 则 $S_5 =$ _____.

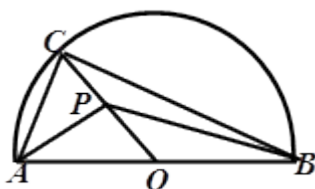
14. 为了了解一批产品的长度 (单位: 毫米) 情况, 现抽取容量为 400 的样本进行检测, 如图是检测结果的频率分布直方图, 根据产品标准, 单件产品长度在区间 $[25, 30)$ 的一等品, 在区间 $[20, 25)$ 和 $[30, 35)$ 的为二等品, 其余均为三等品, 则样本中三等品的件数为 _____.



15. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点到渐近线的距离为 $\frac{b}{2}$, 则 $\frac{b^2+1}{\sqrt{3}a}$ 的最小值 _____.

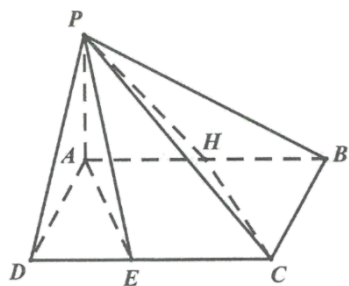
16. 如图, 半圆的直径 $AB=6$, O 为圆心, C 为半圆上不同于 A, B 的任意一点, 若 P 为半径 OC 上的动点, 则

$(\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) \cdot \overrightarrow{PC}$ 的最小值为_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，侧面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$ ， H 为棱 AB 的中点， E 为棱 DC 上任意一点，且不与 D 点、 C 点重合。 $AB=2$ ， $AD=PA=1$ ， $PH=\sqrt{2}$ 。



(1) 求证：平面 $APE \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 是否存在点 E 使得平面 APE 与平面 PHC 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ？若存在，求出点 E 的位置；若不存在，请说明理由。

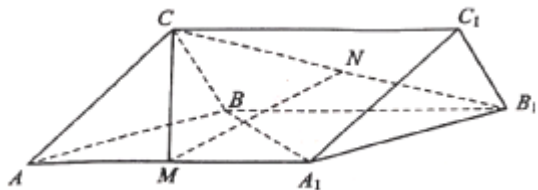
18. (12 分) 在① $b_2b_3=a_6$ ，② $b_4=a_{12}$ ，③ $S_5-S_3=48$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中.若问题中的正整数 k 存在，求 k 的值；若不存在，说明理由。

设正数等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $\{a_n\}$ 是等差数列，_____， $b_3=a_4$ ， $a_1=2$ ， $a_3+a_5+a_7=30$ ，是否存在正整数 $\{b_n\}$ ，使得 $S_{k+1}=S_k+b_k+32$ 成立？

19. (12 分) 如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面 ABC 是等边三角形，侧面 BCC_1B_1 是矩形， $AB=A_1B$ ， N 是 B_1C 的中点， M 是棱 AA_1 上的点，且 $AA_1 \perp CM$ 。

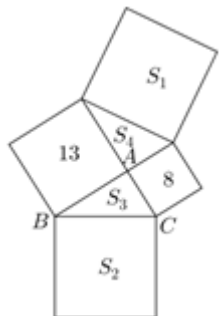
(1) 证明： $MN \parallel$ 平面 ABC ；

(2) 若 $AB \perp A_1B$ ，求二面角 $A-CM-N$ 的余弦值。



20. (12 分)

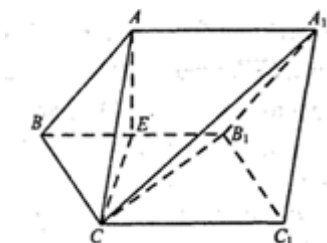
某市计划在一片空地上建一个集购物、餐饮、娱乐为一体的大型综合园区，如图，已知两个购物广场的占地都呈正方形，它们的面积分别为 13 公顷和 8 公顷，美食城和欢乐大世界的占地也都呈正方形，分别记它们的面积为 S_1 公顷和 S_2 公顷；由购物广场、美食城和欢乐大世界围成的两块公共绿地都呈三角形，分别记它们的面积为 S_3 公顷和 S_4 公顷。



(1) 设 $\angle BAC = \theta$ ，用关于 θ 的函数 $S(\theta)$ 表示 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ ，并求 $S(\theta)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上的最大值的近似值（精确到 0.001 公顷）；

(2) 如果 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 52$ ，并且 $S_1 < S_2$ ，试分别求出 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 的值。

21. (12 分) 如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 BCC_1B_1 是菱形， $AC=BC=2$ ， $\angle CBB_1 = \frac{\pi}{3}$ ，点 A 在平面 BCC_1B_1 上的投影为棱 BB_1 的中点 E 。



(1) 求证：四边形 ACC_1A_1 为矩形；

(2) 求二面角 $E-B_1C-A_1$ 的平面角的余弦值。

22. (10 分) 已知向量 $\vec{a} = (\cos x, -1)$ ， $\vec{b} = \left(\sqrt{3} \sin x, -\frac{1}{2}\right)$ ，函数 $f(x) = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} - 2$ 。

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间；

(2) 在 $\triangle ABC$ 中，三内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知函数 $f(x)$ 的图像经过点 $\left(A, \frac{1}{2}\right)$ ， b, a, c 成等差数列，

且 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 9$ ，求 a 的值。

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

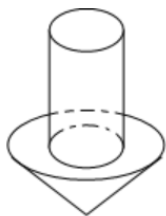
1、C

【解析】

画出几何体的直观图，利用三视图的数据求解几何体的表面积即可，

【详解】

由题意可知几何体的直观图如图：



上部是底面半径为 1，高为 3 的圆柱，下部是底面半径为 2，高为 2 的圆锥，

几何体的表面积为： $4\pi + \frac{1}{2} \times 4\pi \times 2\sqrt{2} + 2\pi \times 3 = (10 + 4\sqrt{2})\pi$ ，

故选：C

【点睛】

本题考查三视图求解几何体的表面积，判断几何体的形状是解题的关键.

2、B

【解析】

复数 $z = (a^2 - 1) + (a - 1)i$ ($a \in R$) 为纯虚数，则实部为 0，虚部不为 0，求出 a ，即得 z 。

【详解】

$\because z = (a^2 - 1) + (a - 1)i$ ($a \in R$) 为纯虚数，

$$\therefore \begin{cases} a^2 - 1 = 0 \\ a - 1 \neq 0 \end{cases}, \text{ 解得 } a = -1.$$

$$\therefore z = -2i.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查复数的分类，属于基础题.

3、C

【解析】

设 $P(x, e^x)$ ，求 $|AP|^2$ ，作为 x 的函数，其最小值是 6，利用导数知识求 $|AP|^2$ 的最小值。

【详解】

设 $P(x, e^x)$ ，则 $|AP|^2 = (x-t)^2 + e^{2x}$ ，记 $g(x) = e^{2x} + (x-t)^2$ ，

$g'(x) = 2e^{2x} + 2(x-t)$ ，易知 $g'(x) = 2e^{2x} + 2(x-t)$ 是增函数，且 $g'(x)$ 的值域是 R ，

$\therefore g'(x) = 0$ 的唯一解 x_0 ，且 $x < x_0$ 时， $g'(x) < 0$ ， $x > x_0$ 时， $g'(x) > 0$ ，即 $g(x)_{\min} = g(x_0)$ ，

由题意 $g(x_0) = e^{2x_0} + (x_0 - t)^2 = 6$ ，而 $g'(x_0) = 2e^{2x_0} + 2(x_0 - t) = 0$ ， $x_0 - t = -e^{2x_0}$ ，

$$\therefore e^{2x_0} + e^{4x_0} = 6, \text{ 解得 } e^{2x_0} = 2, x_0 = \frac{\ln 2}{2}.$$

$$\therefore t = e^{2x_0} + x_0 = 2 + \frac{\ln 2}{2}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查导数的应用，考查用导数求最值。解题时对 x_0 和 t 的关系的处理是解题关键。

4、A

【解析】

设 $CA = CC_1 = 2CB = 2$ ，延长 A_1B_1 至 D ，使得 $A_1B_1 = B_1D$ ，连 BD, C_1D ，可证 $AB_1 \parallel BD$ ，得到 $\angle C_1BD$ （或补角）

为所求的角，分别求出 BC_1, AB_1, C_1D ，解 $\triangle C_1BD$ 即可。

【详解】

设 $CA = CC_1 = 2CB = 2$ ，延长 A_1B_1 至 D ，使得 $A_1B_1 = B_1D$ ，

连 BD, C_1D ，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB \parallel A_1B_1, AB = A_1B_1$ ，

$\therefore AB \parallel B_1D, AB = B_1D$ ，四边形 $ABDB_1$ 为平行四边形，

$\therefore AB_1 \parallel BD$ ， $\therefore \angle C_1BD$ （或补角）为直线 BC_1 与 AB_1 所成的角，

在 $Rt\triangle BCC_1$ 中， $BC_1 = \sqrt{CC_1^2 + BC^2} = \sqrt{5}$ ，

在 $Rt\triangle A_1B_1C_1$ 中， $A_1B_1 = \sqrt{A_1C_1^2 + B_1C_1^2} = \sqrt{5}, \cos \angle B_1A_1C_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ，

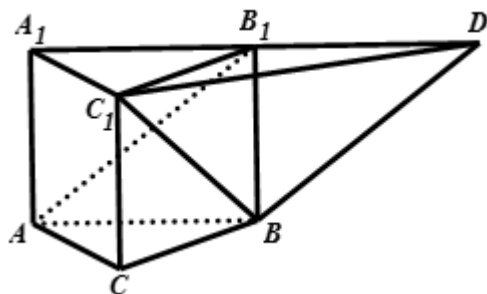
在 $\triangle A_1C_1D$ 中,

$$C_1D^2 = A_1C_1^2 + A_1D^2 - 2A_1C_1 \cdot A_1D \cos \angle B_1A_1C_1 = 4 + 20 - 16 = 8,$$

在 $Rt\triangle AA_1B_1$ 中, $AB_1 = \sqrt{AA_1^2 + A_1B_1^2} = 3, \therefore BD = AB_1 = 3,$

$$\text{在 } \triangle B_1C_1D \text{ 中, } \cos \angle C_1BD = \frac{BC_1^2 + BD^2 - C_1D^2}{2BC_1 \cdot BD} = \frac{5 + 9 - 8}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故选: A.



【点睛】

本题考查异面直线所成的角, 要注意几何法求空间角的步骤“做”“证”“算”缺一不可, 属于中档题.

5、B

【解析】

根据函数奇偶性的性质, 结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

设 $g(x) = |xf(x)|$, 若函数 $y = f(x)$ 是 R 上的奇函数, 则 $g(-x) = |-xf(-x)| = |xf(x)| = g(x)$, 所以, 函数 $y = |xf(x)|$ 的图象关于 y 轴对称.

所以, “ $y = f(x)$ 是奇函数” $\Rightarrow$ “ $y = |xf(x)|$ 的图象关于 y 轴对称”;

若函数 $y = f(x)$ 是 R 上的偶函数, 则 $g(-x) = |-xf(-x)| = |-xf(x)| = |xf(x)| = g(x)$, 所以, 函数 $y = |xf(x)|$ 的图象关于 y 轴对称.

所以, “ $y = |xf(x)|$ 的图象关于 y 轴对称” $\nRightarrow$ “ $y = f(x)$ 是奇函数”.

因此, “ $y = |xf(x)|$ 的图象关于 y 轴对称” 是 “ $y = f(x)$ 是奇函数” 的必要不充分条件.

故选: B.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断, 结合函数奇偶性的性质判断是解决本题的关键, 考查推理能力, 属于中等题.

6、D

【解析】

由题意作出可行域，转化目标函数 $z = \frac{x+3}{y+2}$ 为连接点 $D(-3, -2)$ 和可行域内的点 (x, y) 的直线斜率的倒数，数形结合

即可得解.

【详解】

由题意作出可行域，如图，

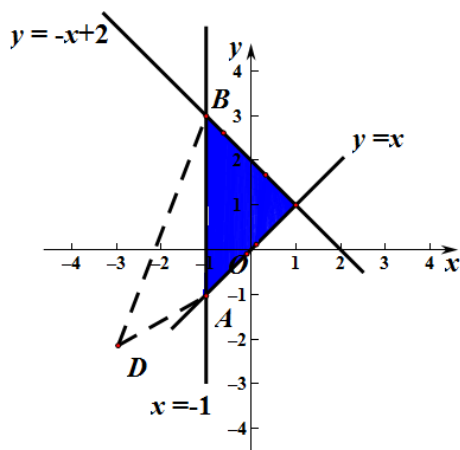
目标函数 $z = \frac{x+3}{y+2}$ 可表示连接点 $D(-3, -2)$ 和可行域内的点 (x, y) 的直线斜率的倒数，

由图可知，直线 DA 的斜率最小，直线 DB 的斜率最大，

由 $\begin{cases} x-y=0 \\ x+1=0 \end{cases}$ 可得 $A(-1, -1)$ ，由 $\begin{cases} x+y=2 \\ x+1=0 \end{cases}$ 可得 $B(-1, 3)$ ，

所以 $k_{DA} = \frac{-1+2}{-1+3} = \frac{1}{2}$ ， $k_{DB} = \frac{3+2}{-1+3} = \frac{5}{2}$ ，所以 $\frac{2}{5} \leq z \leq 2$.

故选：D.



【点睛】

本题考查了非线性规划的应用，属于基础题.

7、C

【解析】

根据该厂每年产量未知可判断 A、B、D 选项的正误，根据每年口罩在该厂的产量中所占的比重最大可判断 C 选项的正误.综合可得出结论.

【详解】

由于该工厂 2017 年至 2019 年的产量未知，所以，从 2017 年至 2019 年棉签产量、抽纸产量以及口罩产量的变化无法比较，故 A、B、D 选项错误；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/506020152052010211>