山东省昌邑市第一中学 2023-2024 学年高三下学期九模考试数学试题

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知定义在 ***R*** 上的函数 $f(x)=2^{|x-m|}-1$（***m*** 为实数）为偶函数，记 $a=f\left(\log_{0.5}3\right)$，$b=f\left(\log_2 5\right)$，$c=f(2+m)$ 则 ***a***，***b***，***c*** 的大小关系为(　　)

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$c<a<b$　　D．$c<b<a$

2．已知函数 $f(x)=\log_a(|x-2|-a)(a>0$，且 $a\neq1)$，则“$f(x)$ 在 $(3,+\infty)$ 上是单调函数”是“$0<a<1$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充分必要条件　D．既不充分也不必要条件

3．甲在微信群中发了一个 **6** 元“拼手气”红包,被乙、丙、丁三人抢完,若三人均领到整数元,且每人至少领到 **1** 元,则乙获得“最佳手气”(即乙领到的钱数多于其他任何人)的概率是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{3}{10}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．$\frac{3}{4}$

4．已知集合 $A=\{x\,|\,|x-1|\le3,x\in Z\},B=\left\{x\in Z\,|\,2^x\in A\right\}$，则集合 $B=$（　　）

A．$\{-1,0,1\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

5．正四棱锥 $P-ABCD$ 的五个顶点在同一个球面上，它的底面边长为 $\sqrt{6}$，侧棱长为 $2\sqrt{3}$，则它的外接球的表面积为（　　）

A．4π　　B．8π　　C．16π　　D．20π

6．已知抛物线 C：$y^2=2px\left(p>0\right)$，直线 $y=k\left(x-\frac{p}{2}\right)\left(k>0\right)$ 与 C 分别相交于点 A，M 与 C 的准线相交于点 N，若 $|AM|=|MN|$，则 $k=$（　　）

A．3　　B．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$\frac{1}{3}$

7．

中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”.“礼”，主要指德育；“乐”，主要指美育；“射”和“御”，就是体育和劳动；“书”，指各种历史文化知识；“数”，数学.某校国学社团开展“六艺”课程讲座活动，每艺安排一节，连排六节，一天课程讲座排课有如下要求：“乐”不排在第一节，“射”和“御”两门课程不相邻，则“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有（　　）种.

A．408　　B．120　　C．156　　D．240

8．已知曲线 $x^2=4y$，动点 P 在直线 $y=-3$ 上，过点 P 作曲线的两条切线 l_1,l_2，切点分别为 A,B，则直线 AB 截圆 $x^2+y^2-6y+5=0$ 所得弦长为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．4　　D．$2\sqrt{3}$

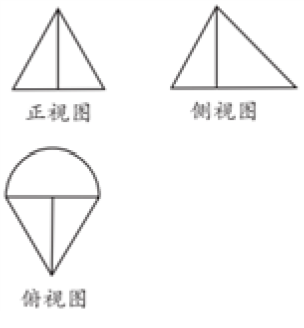
9．已知双曲线 $C_1:\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{m-10}=1$ 与双曲线 $C_2:x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$ 有相同的渐近线，则双曲线 C_1 的离心率为（　　）

A．$\dfrac{5}{4}$　　B．5　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

10．设函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\varphi\right)$（$\omega>0$，$0<\varphi\le\pi$）是 R 上的奇函数，若 $f\left(x\right)$ 的图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{4}$ 对称，且 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{22},\dfrac{\pi}{11}\right]$ 上是单调函数，则 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=$（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$-\dfrac{1}{2}$

11．某几何体的三视图如图所示，其中正视图是边长为 4 的正三角形，俯视图是由边长为 4 的正三角形和一个半圆构成，则该几何体的体积为（　　）



A．$8+\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$　　B．$8+\dfrac{2\sqrt{3}\pi}{3}$　　C．$4+\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$　　D．$4+\dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$

12．已知 $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 $A=60^\circ$，$b=3$，AD 为 BC 边上的中线，若 $AD=\dfrac{7}{2}$，则 $\triangle ABC$ 的面积为（　　）

A．$\frac{25\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{15\sqrt{3}}{4}$　　C．$\frac{15}{4}$　　D．$\frac{35\sqrt{3}}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知点 P 在直线 AB_1 上运动，则下列四个命题中：①三棱锥 $D-C_1BP$

的体积不变；②$DP\perp D_1C$；③当P为AB_1中点时，二面角$P-A_1C_1-C$ 的余弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；④若正方体的棱长为2，则$|DP|+|BP|$的最小值为$\sqrt{8+4\sqrt{2}}$；其中说法正确的是____________（写出所有说法正确的编号）

14．已知关于空间两条不同直线**m**、**n**，两个不同平面α、β，有下列四个命题：①若$m//\alpha$且$n//\alpha$，则$m//n$；②若$m\perp\beta$且$m\perp n$，则$n//\beta$；③若$m\perp\alpha$且$m//\beta$，则$\alpha\perp\beta$；④若$n\subset\alpha$，且$m\perp\alpha$，则$m\perp n$.其中正确命题的序号为______.

15．双曲线$C:\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$的左右顶点为$A,B$，以$AB$为直径作圆$O$，$P$为双曲线右支上不同于顶点$B$的任一点，连接$PA$交圆$O$于点$Q$，设直线$PB,QB$的斜率分别为$k_1,k_2$，若$k_1=\lambda k_2$，则$\lambda=$_____.

16．设$f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$，若关于x的方程$f(x)=x^2-2x+k$有实数解，则实数k的取值范围_____.

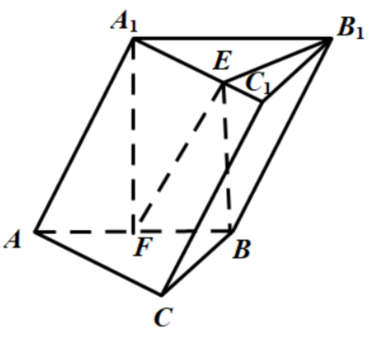
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知函数$f(x)=(x-1)^2+ax-a\ln x$

（I）若$a\geq-2$讨论$f(x)$的单调性；

（II）若$a>0$，且对于函数$f(x)$的图象上两点$P_1\left(x_1,f\left(x_1\right)\right),P_2\left(x_2f\left(x_2\right)\right)\left(x_1<x_2\right)$，存在$x_0\in\left(x_1,x_2\right)$，使得函数$f(x)$的图象在$x=x_0$处的切线$l//P_1P_2$.求证：$x_0<\dfrac{x_1+x_2}{2}$.

18．（12分）三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，平面$AA_1B_1B\perp$平面ABC，$AB=AA_1=A_1B=4$，$BC=2$，$AC=2\sqrt{3}$，点F为棱AB的中点，点E为线段A_1C_1上的动点.



（1）求证：$EF\perp BC$；

（2）若直线B_1E与平面A_1FC_1所成角为$60°$，求二面角$E-BB_1-A_1$的正切值.

19．（12分）为了响应国家号召，促进垃圾分类，某校组织了高三年级学生参与了“垃圾分类，从我做起”的知识问卷作答随机抽出男女各20名同学的问卷进行打分，作出如图所示的茎叶图，成绩大于70分的为“合格”.

男		女
6	9	3 6 7 9 9
9 5 1 0	8	0 1 5 6
9 9 4 4 2	7	3 4 5 7 7 7 8
8 8 5 1 1 0	6	0 7
4 3 3 2	5	2 5

（Ⅰ）由以上数据绘制成 2×2 联表，是否有 95%以上的把握认为“性别”与“问卷结果”有关？

	男	女	总计
合格			
不合格			
总计			

（Ⅱ）从上述样本中，成绩在 60 分以下（不含 60 分）的男女学生问卷中任意选 2 个，记来自男生的个数为 X，求 X 的分布列及数学期望.

附：

$P\left(k^2 \geq k_0\right)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \qquad n=a+b+c+d$$

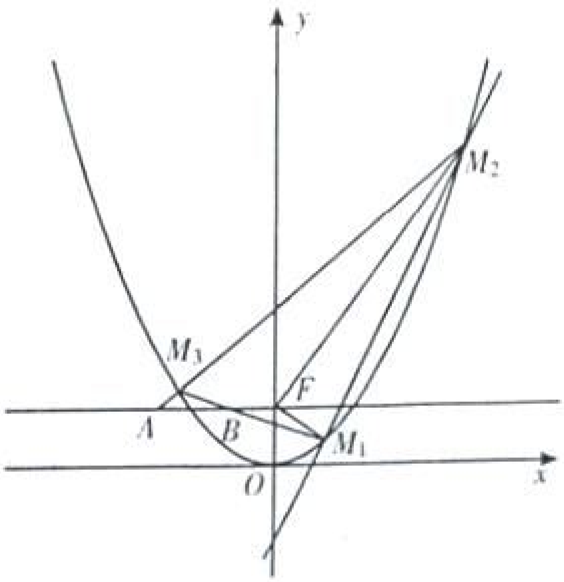
20.（12 分）a,b,c 分别为$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边.已知 $a\left(\sin A+4\sin B\right)=8\sin A$.

（1）若 $b=1, A=\frac{\pi}{6}$，求 $\sin B$；

（2）已知 $C=\frac{\pi}{3}$，当$\triangle ABC$ 的面积取得最大值时，求$\triangle ABC$ 的周长.

21.（12 分）如图，直线□ = 2□ − 2与抛物线□^{2} = 2□□(□ > 0)交于□$_1$, □$_2$两点，直线□ = $\frac{□}{2}$与□轴交于点□，且直线

□ = $\frac{□}{2}$恰好平分∠□□$_1$□□$_2$.



（1）求□的值；

（2）设□是直线$□=\frac{□}{2}$上一点，直线$□□_2$交抛物线于另一点$□_3$，直线$□_1□_3$交直线$□=\frac{□}{2}$于点□，求$\overrightarrow{□□}\cdot\overrightarrow{□□}$的值.

22.（10 分）等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_3+a_7=18$，$S_6=36$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式及前n项和为S_n；

（Ⅱ）设T_n为数列$\left\{\frac{1}{S_n+n}\right\}$的前$n$项的和，求证：$T_n<1$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

根据$f(x)$为偶函数便可求出$m=0$，从而$f(x)=2^{|x|}-1$，根据此函数的奇偶性与单调性即可作出判断.

【详解】

解：$\because f(x)$为偶函数；

$\therefore f(-x)=f(x)$；

$\therefore 2^{|-x-m|}-1=2^{|x-m|}-1$；

$\therefore |-x-m|=|x-m|$；

$(-x-m)^2=(x-m)^2$；

$\therefore mx=0$；

$\therefore m=0$；

$\therefore f(x)=2^{|x|}-1$；

$\therefore f(x)$在$[0，+\infty)$上单调递增，并且$a=f(|\log_{0.5}3|)=f(\log_2 3)$，

$b=f(\log_2 5)$，$c=f(2)$；

$\because 0<\log_2 3<2<\log_2 5$；

$\therefore a<c<b$.

故选 B.

【点睛】

本题考查偶函数的定义，指数函数的单调性，对于偶函数比较函数值大小的方法就是将自变量的值变到区间$[0，+\infty)$上，根据单调性去比较函数值大小.

2、C

【解析】

先求出复合函数$f(x)$在$(3,+\infty)$上是单调函数的充要条件，再看其和$0<a<1$的包含关系，利用集合间包含关系与充要条件之间的关系，判断正确答案.

【详解】

$f(x)=\log_a(|x-2|-a)(a>0$，且$a\neq 1)$，

由$|x-2|-a>0$得$x<2-a$或$x>2+a$，

即$f(x)$的定义域为$\{x|x<2-a$或$x>2+a\}$，（$a>0$,且$a\neq 1$）

令$t=|x-2|-a$，其在$(-\infty,2-a)$单调递减，$(2+a,+\infty)$单调递增，

$f(x)$在$(3,+\infty)$上是单调函数，其充要条件为$\begin{cases}2+a\leq 3\\a>0\\a\neq 1\end{cases}$

即$0<a<1$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了复合函数的单调性的判断问题，充要条件的判断，属于基础题.

3、B

【解析】

将所有可能的情况全部枚举出来,再根据古典概型的方法求解即可.

【详解】

设乙,丙,丁分别领到 *x* 元,*y* 元,*z* 元,记为(x,y,z),则基本事件有$(1,1,4)$,$(1,4,1)$,$(4,1,1)$,$(1,2,3)$,$(1,3,2)$,$(2,1,3)$,$(2,3,1)$,$(3,1,2)$,$(3,2,1)$,$(2,2,2)$,共 10 个,其中符合乙获得“最佳手气”的有 3 个,故所求概率为$\dfrac{3}{10}$,

故选：*B*.

【点睛】

本题主要考查了枚举法求古典概型的方法,属于基础题型.

4、D

【解析】

弄清集合 *B* 的含义，它的元素 *x* 来自于集合 *A*，且2^x也是集合 *A* 的元素.

【详解】

因$|x-1|\le 3$，所以$-2\le x\le 4$，故$A=\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$，又$x\in \mathbf{Z}$，$2^x\in A$ ，则$x=0,1,2$，

故集合$B=\{0,1,2\}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查集合的定义，涉及到解绝对值不等式，是一道基础题.

5、C

【解析】

如图所示，在平面$ABCD$的投影为正方形的中心E，故球心O在PE上，计算长度，设球半径为R，则$(PE-R)^2+BE^2=R^2$，解得$R=2$，得到答案.

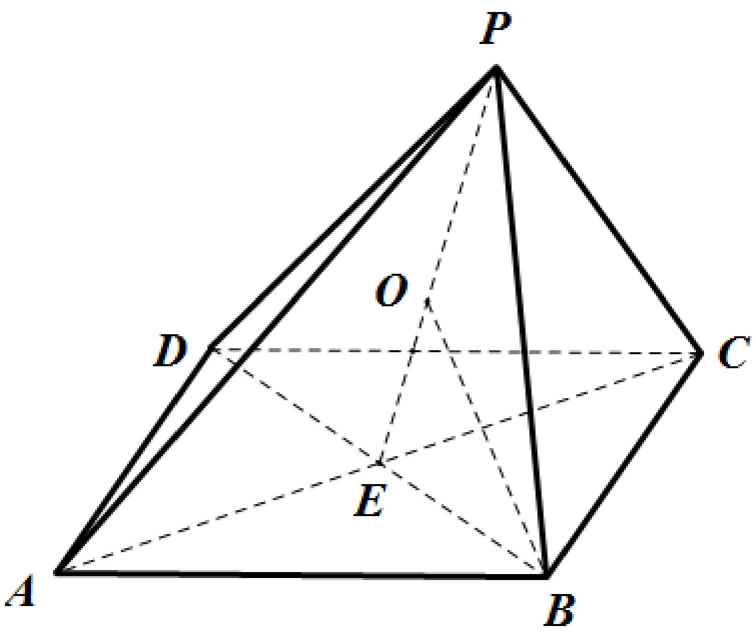
【详解】

如图所示：P在平面$ABCD$的投影为正方形的中心E，故球心O在PE上，

$BD=\sqrt{2}AB=2\sqrt{3}$，故$BE=\dfrac{1}{2}BD=\sqrt{3}$，$PE=\sqrt{PB^2-BE^2}=3$，

设球半径为R，则$(PE-R)^2+BE^2=R^2$，解得$R=2$，故$S=4\pi R^2=16\pi$.

故选：C.



【点睛】

本题考查了四棱锥的外接球问题，意在考查学生的空间想象能力和计算能力.

6、C

【解析】

根据抛物线的定义以及三角形的中位线，斜率的定义表示即可求得答案.

【详解】

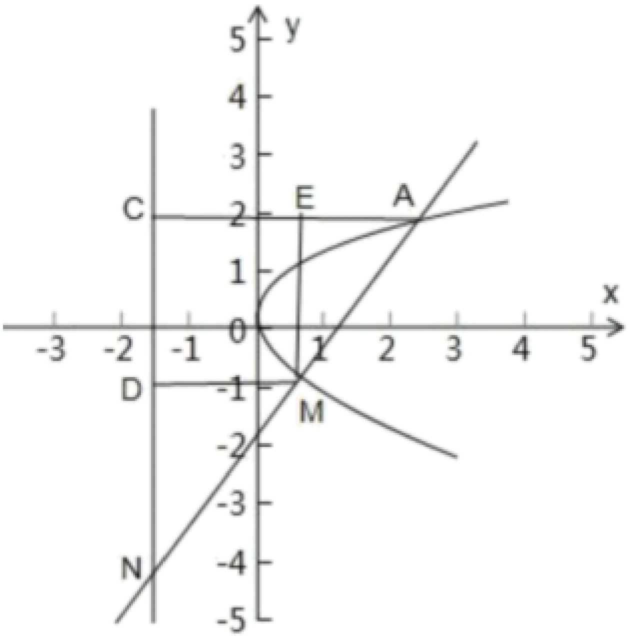
显然直线 $y=k\left(x-\frac{p}{2}\right)(k>0)$ 过抛物线的焦点 $F\left(\frac{p}{2},0\right)$

如图，过 *A,M* 作准线的垂直，垂足分别为 *C*，*D*，过 *M* 作 *AC* 的垂线，垂足为 *E*

根据抛物线的定义可知 *MD=MF*，*AC=AF*，又 *AM=MN*，所以 *M* 为 *AN* 的中点，所以 *MD* 为三角形 *NAC* 的中位线，故 $MD=CE=EA=\frac{1}{2}AC$

设 *MF=t*，则 *MD=t*，*AF=AC=2t*，所以 *AM=3t*，在直角三角形 *AEM* 中，$ME=\sqrt{AM^2-AE^2}=\sqrt{9t^2-t^2}=2\sqrt{2}t$

所以 $k=\tan\angle MAE=\frac{ME}{AE}=\frac{2\sqrt{2}t}{t}=2\sqrt{2}$



故选：C

【点睛】

本题考查求抛物线的焦点弦的斜率，常见于利用抛物线的定义构建关系，属于中档题.

7、A

【解析】

利用间接法求解，首先对6门课程全排列，减去“乐”排在第一节的情况，再减去“射”和“御”两门课程相邻的情况，最后还需加上“乐”排在第一节，且“射”和“御”两门课程相邻的情况；

【详解】

解：根据题意，首先不做任何考虑直接全排列则有 $A_6^6=720$（种），

当“乐”排在第一节有 $A_5^5=120$（种），

当“射”和“御”两门课程相邻时有 $A_2^2A_5^5=240$（种），

当“乐”排在第一节，且“射”和“御”两门课程相邻时有 $A_2^2A_4^4=48$（种），

则满足“乐”不排在第一节，“射”和“御”两门课程不相邻的排法有 $720-120-240+48=408$（种），

故选：A.

【点睛】

本题考查排列、组合的应用，注意“乐”的排列对“射”和“御”两门课程相邻的影响，属于中档题.

8、C

【解析】

设$A\left(x_1,\dfrac{x_1^2}{4}\right),B\left(x_2,\dfrac{x_2^2}{4}\right),P(t,-3)$，根据导数的几何意义，求出切线斜率，进而得到切线方程，将P点坐标代入切线方程，抽象出直线AB方程，且过定点为已知圆的圆心，即可求解.

【详解】

圆$x^2+y^2-6y+5=0$可化为$x^2+(y-3)^2=4$.

设$A\left(x_1,\dfrac{x_1^2}{4}\right),B\left(x_2,\dfrac{x_2^2}{4}\right),P(t,-3)$，

则l_1,l_2的斜率分别为$k_1=\dfrac{x_1}{2},k_2=\dfrac{x_2}{2}$，

所以l_1,l_2的方程为$l_1:y=\dfrac{x_1}{2}\left(x-x_1\right)+\dfrac{x_1^2}{4}$，即$y=\dfrac{x_1}{2}x-y_1$，

$l_2:y=\dfrac{x_2}{2}\left(x-x_2\right)+\dfrac{x_2^2}{4}$，即$y=\dfrac{x_2}{2}x-y_2$，

由于l_1,l_2都过点$P(t,-3)$，所以$\begin{cases}-3=\dfrac{x_1}{2}t-y_1\\-3=\dfrac{x_2}{2}t-y_2\end{cases}$，

即$A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$都在直线$-3=\dfrac{x}{2}t-y$上，

所以直线AB的方程为$-3=\dfrac{x}{2}t-y$，恒过定点$(0,3)$，

即直线AB过圆心$(0,3)$，

则直线AB截圆$x^2+y^2-6y+5=0$所得弦长为**4.**

故选**:C.**

【点睛】

本题考查直线与圆位置关系、直线与抛物线位置关系，抛物线两切点所在直线求解是解题的关键，属于中档题.

9、**C**

【解析】

由双曲线C_1与双曲线C_2有相同的渐近线，列出方程求出m的值，即可求解双曲线的离心率，得到答案.

【详解】

由双曲线$C_1:\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{m-10}=1$与双曲线$C_2:x^2-\frac{y^2}{4}=1$有相同的渐近线，