# 2025 届安徽省阜阳市第一中学高三（最后冲刺）数学试卷

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$，则函数 $f\left(x\right)$ 的图象的对称轴方程为（　　）

A．$x=k\pi-\frac{\pi}{4},k\in Z$　　B．$x=k\pi+\frac{\pi}{4},k\in Z$

C．$x=\frac{1}{2}k\pi,k\in Z$　　D．$x=\frac{1}{2}k\pi+\frac{\pi}{4},k\in Z$

2．正三棱锥底面边长为 3，侧棱与底面成 $60°$ 角，则正三棱锥的外接球的体积为（　　）

A．$4\pi$　　B．$16\pi$　　C．$\frac{16\pi}{3}$　　D．$\frac{32\pi}{3}$

3．若集合 $A=\left\{x\left|\sin 2x=1\right.\right\}$，$B=\left\{y\left|y=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},k\in Z\right.\right\}$，则（　　）

A．$A\cup B=A$　　B．$C_RB\subseteq C_RA$　　C．$A\mid B=\varnothing$　　D．$C_RA\subseteq C_RB$

4．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $2$，$E$，$F$，$G$ 分别是棱 $AD$，$CC_1$，$C_1D_1$ 的中点，给出下列四个命题：

① $EF\perp B_1C$；

② 直线 $FG$ 与直线 $A_1D$ 所成角为 $60^{\circ}$；

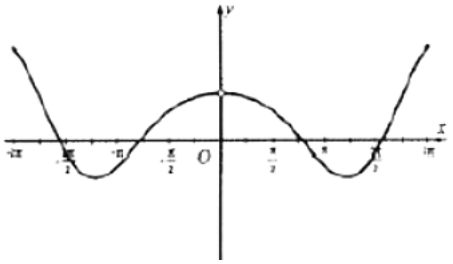
③ 过 $E$，$F$，$G$ 三点的平面截该正方体所得的截面为六边形；

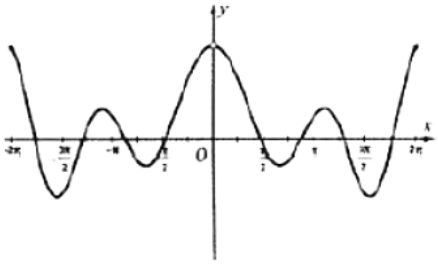
④ 三棱锥 $B-EFG$ 的体积为 $\frac{5}{6}$.

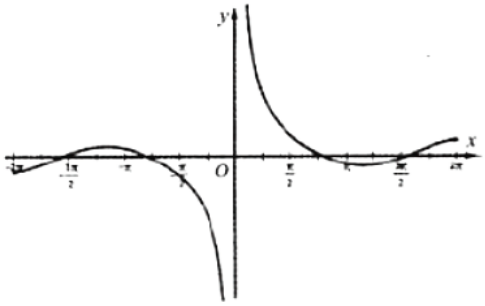
其中，正确命题的个数为（　　）

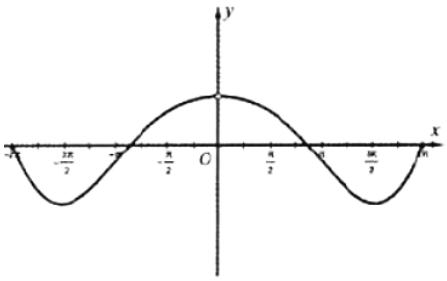
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5．函数 $f(x)=\frac{\sin x}{x}+\frac{x^2\cos x}{20}$ 在 $[-2\pi,0)\cup(0,2\pi]$ 上的图象大致为(　　)

A．


B．

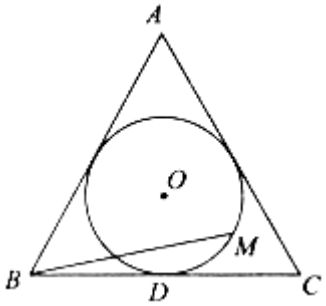

C．


D．


6．生活中人们常用“通五经贯六艺”形容一个人才识技艺过人，这里的“六艺”其实源于中国周朝的贵族教育体系，具体包括“礼、乐、射、御、书、数”.为弘扬中国传统文化，某校在周末学生业余兴趣活动中开展了“六艺”知识讲座，每艺安排一节，连排六节，则满足“数”必须排在前两节，“礼”和“乐”必须分开安排的概率为（　　）

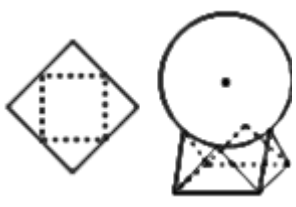
A．$\frac{7}{60}$　　B．$\frac{1}{6}$　　C．$\frac{13}{60}$　　D．$\frac{1}{4}$

7．如图，圆$O$是边长为$2\sqrt{3}$的等边三角形$ABC$的内切圆，其与$BC$边相切于点$D$，点$M$为圆上任意一点，$\overrightarrow{BM}=x\overrightarrow{BA}+y\overrightarrow{BD}\ (x,y\in\mathbf{R})$，则$2x+y$的最大值为（　　）




A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$2\sqrt{2}$

8．如图，用一边长为$\sqrt{2}$的正方形硬纸，按各边中点垂直折起四个小三角形，做成一个蛋巢，将体积为$\frac{4\pi}{3}$的鸡蛋（视为球体）放入其中，蛋巢形状保持不变，则鸡蛋中心（球心）与蛋巢底面的距离为（　　）



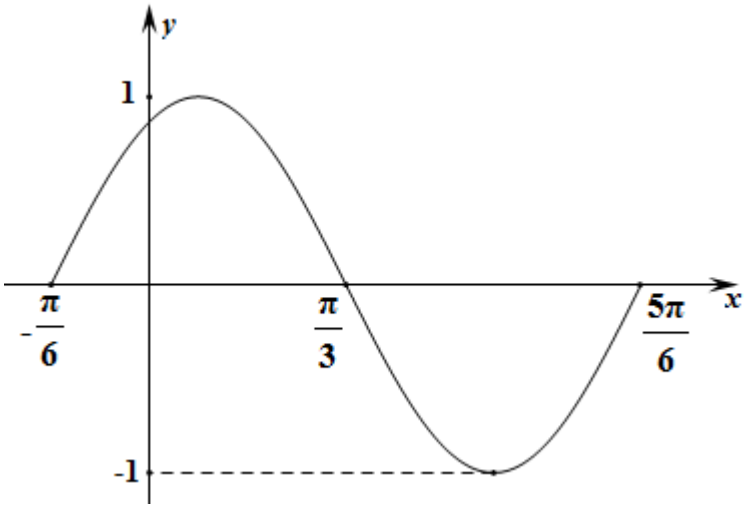
A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}+1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

9．已知$a$，$b$，$c\in\mathbf{R}$，$a>b>c$，$a+b+c=0$．若实数$x$，$y$满足不等式组$\begin{cases}x\geq 0\\ x+y\leq 4\\ bx+ay+c\geq 0\end{cases}$，则目标函数$z=2x+y$（　　）

A．有最大值，无最小值　　B．有最大值，有最小值

C．无最大值，有最小值　　D．无最大值，无最小值

10．如图是函数$y=A\sin(\omega x+\phi)\left(x\in\mathrm{R},\mathrm{A}>0,\omega>0,0<\phi<\frac{\pi}{2}\right)$在区间$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$上的图象，为了得到这个函数的图象，只需将$y=\sin x(x\in\mathrm{R})$的图象上的所有的点(　　)




A．向左平移$\frac{\pi}{3}$个长度单位，再把所得各点的横坐标变为原来的$\frac{1}{2}$，纵坐标不变

B．向左平移$\frac{\pi}{3}$个长度单位，再把所得各点的横坐标变为原来的2倍，纵坐标不变

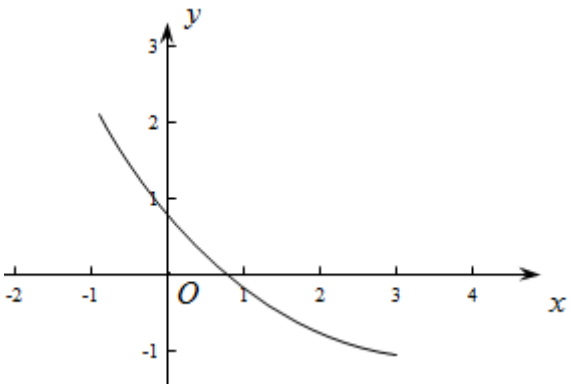
C．向左平移$\frac{\pi}{6}$个长度单位，再把所得各点的横坐标变为原来的$\frac{1}{2}$，纵坐标不变

D．向左平移$\frac{\pi}{6}$个长度单位，再把所得各点的横坐标变为原来的2倍，纵坐标不变

11．已知函数$f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-x)+3^{-x}-3^{x}$，不等式$f(a\sqrt{x^2+4})+f\left(x^2+5\right)\leq 0$对$x\in\mathbf{R}$恒成立，则$a$的取值范围为（　　）

A．$[-2,+\infty)$　　B．$(-\infty,-2]$　　C．$\left[-\frac{5}{2},+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right]$

12．已知函数$y=\log_a(x+c)$（$a$，$c$是常数，其中$a>0$且$a\neq 1$）的大致图象如图所示，下列关于$a$，$c$的表述正确的是（　　）



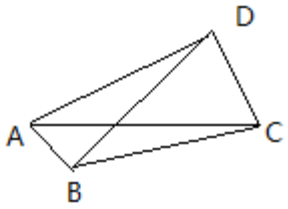

**A**．$a>1$，$c>1$　　**B**．$a>1$，$0<c<1$

**C**．$0<a<1$，$c>1$　　**D**．$0<a<1$，$0<c<1$

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。**

**13**．在平面直角坐标系 ***xOy*** 中，若圆 $C_1$：$x^2+(y-1)^2=r^2$（$r>0$）上存在点 ***P***，且点 ***P*** 关于直线 $x-y=0$ 的对称点 ***Q*** 在圆 $C_2$：$(x-2)^2+(y-1)^2=1$ 上，则 ***r*** 的取值范围是_____.

**14**．如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，$|AC|=3,|BD|=4$，则 $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})\cdot(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD})=$_____




**15**．已知边长为 $4\sqrt{3}$ 的菱形 $ABCD$ 中，$\angle A=60°$，现沿对角线 $BD$ 折起，使得二面角 $A-BD-C$ 为 $120°$，此时点 $A$，$B$，$C$，$D$ 在同一个球面上，则该球的表面积为_____.

**16**．$(3x-1)\cdot\left(\dfrac{2}{x}-1\right)^5$ 的展开式中的常数项为_____.

**三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

**17**．（12 分）已知点 ***P*** 在抛物线 $C$：$x^2=2py\,(p>0)$ 上，且点 ***P*** 的横坐标为 **2**，以 ***P*** 为圆心，$|PO|$ 为半径的圆（***O*** 为原点），与抛物线 ***C*** 的准线交于 ***M***，***N*** 两点，且 $|MN|=2$.

（**1**）求抛物线 ***C*** 的方程；

（**2**）若抛物线的准线与 ***y*** 轴的交点为 ***H***. 过抛物线焦点 ***F*** 的直线 ***l*** 与抛物线 ***C*** 交于 ***A***，***B***，且 $AB\perp HB$，求 $|AF|-|BF|$ 的值.

**18**．（12 分）**11** 月，**2019** 全国美丽乡村篮球大赛在中国农村改革的发源地-安徽凤阳举办，其间甲、乙两人轮流进行篮球定点投篮比赛（每人各投一次为一轮），在相同的条件下，每轮甲乙两人在同一位置，甲先投，每人投一次球，两人有 **1** 人命中，命中者得 **1** 分，未命中者得-**1** 分；两人都命中或都未命中，两人均得 **0** 分，设甲每次投球命中的概率为

$\frac{1}{2}$，乙每次投球命中的概率为$\frac{2}{3}$，且各次投球互不影响.

（1）经过 1 轮投球，记甲的得分为 $X$，求 $X$ 的分布列；

（2）若经过 $n$ 轮投球，用 $p_i$ 表示经过第 i 轮投球，累计得分，甲的得分高于乙的得分的概率.

①求 $p_1, p_2, p_3$；

②规定 $p_0 = 0$，经过计算机计算可估计得 $p_i = ap_{i+1} + bp_i + cp_{i-1}(b \neq 1)$，请根据①中 $p_1, p_2, p_3$ 的值分别写出 *a*，*c* 关于 *b* 的表达式，并由此求出数列 $\{p_n\}$ 的通项公式.

19.（12 分）已知 $f(x) = |x-a| + |x+b|(a>0, b>0)$.

（Ⅰ）当 $a = b = 1$ 时，解不等式 $f(x) \leq 8 - x^2$；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 的最小值为 1，求 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{2b}$ 的最小值.

20.（12 分）设函数 $f(x) = x\ln x - ae^x, p(x) = kx$，其中 $a \in R, e$ 是自然对数的底数.

（Ⅰ）若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在两个极值点，求 $a$ 的取值范围；

（Ⅱ）若 $\varphi(x) = \ln x + 1 - f'(x), \varphi(1) = e$，函数 $\varphi(x)$ 与函数 $p(x)$ 的图象交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$，且 $AB$ 线段的中点为 $P(x_0, y_0)$，证明：$\varphi(x_0) < p(1) < y_0$.

21.（12 分）已知点 $B(0, -2)$ 和椭圆 $M: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$.直线 $l: y = kx + 1$ 与椭圆 $M$ 交于不同的两点 $P$，$Q$.

（1）当 $k = \frac{1}{2}$ 时，求 $\triangle PBQ$ 的面积；

（2）设直线 $PB$ 与椭圆 $M$ 的另一个交点为 $C$，当 $C$ 为 $PB$ 中点时，求 $k$ 的值.

22.（10 分）已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$，$\{a_n\}$ 前 $n$ 项和为 $S_n$，且 $S_n = n^2 + n$，$\{b_n\}$ 是各项均为正数的等比数列，且 $b_3 = \frac{1}{25}$，$b_1 + b_2 + b_3 = \frac{31}{25}$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\{a_n - 4b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$.

# 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

$f\left(x\right)=\cos 2x$，将$2x$看成一个整体，结合$y=\cos x$的对称性即可得到答案.

【详解】

由已知，$f\left(x\right)=\cos 2x$，令$2x=k\pi,k\in Z$，得$x=\frac{1}{2}k\pi,k\in Z$.

故选：C.

【点睛】

本题考查余弦型函数的对称性的问题，在处理余弦型函数的性质时，一般采用整体法，结合三角函数$\cos x$的性质，是一道容易题.

2、D

【解析】

由侧棱与底面所成角及底面边长求得正棱锥的高，再利用勾股定理求得球半径后可得球体积.

【详解】

如图，正三棱锥$A-BCD$中，$M$是底面$\Delta BCD$的中心，则$AM$是正棱锥的高，$\angle ABM$是侧棱与底面所成的角，即

$\angle ABM$＝60°，由底面边长为3得$BM=\frac{2}{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

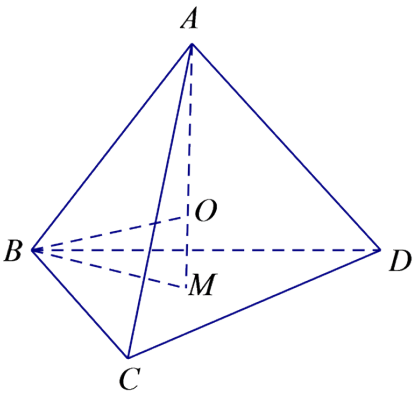
$\therefore AM=BM\tan 60°=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$.

正三棱锥$A-BCD$外接球球心$O$必在$AM$上，设球半径为$R$，

则由$BO^2=OM^2+BM^2$得$R^2=(3-R)^2+(\sqrt{3})^2$，解得$R=2$，

$\therefore V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4\pi}{3}\times 2^3=\frac{32\pi}{3}$.

故选：D.




【点睛】

本题考查球体积，考查正三棱锥与外接球的关系．掌握正棱锥性质是解题关键．

3、B

【解析】

根据正弦函数的性质可得集合 A，由集合性质表示形式即可求得 $A \subseteq B$，进而可知满足 $C_R B \subseteq C_R A$．

【详解】

依题意，$A=\{x \mid \sin 2x=1\}=\left\{x \mid x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k \in Z\right\}$；

而 $B=\left\{y \mid y=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}, k \in Z\right\}$

$=\left\{x \mid x=\frac{\pi}{4}+\frac{2n\pi}{2}, n \in Z \text{或} x=\frac{\pi}{4}+\frac{(2n+1)\pi}{2}, n \in Z\right\}$

$=\left\{x \mid x=\frac{\pi}{4}+n\pi, n \in Z \text{或} x=\frac{\pi}{4}+\frac{(2n+1)\pi}{2}, n \in Z\right\}$，

故 $A \subseteq B$，

则 $C_R B \subseteq C_R A$．

故选：B.

【点睛】

本题考查了集合关系的判断与应用，集合的包含关系与补集关系的应用，属于中档题.

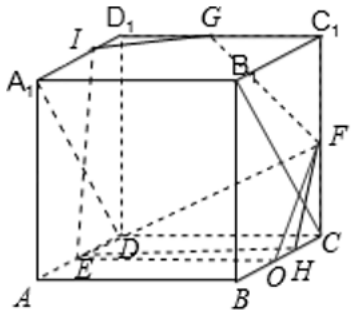
4、C

【解析】

画出几何体的图形，然后转化判断四个命题的真假即可．

【详解】

如图；

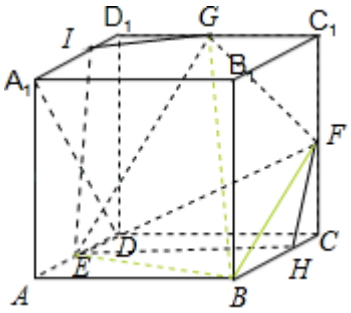



连接相关点的线段， $O$ 为 $BC$ 的中点，连接 $EFO$ ，因为 $F$ 是中点，可知 $B_1C\perp OF$ ， $EO\perp B_1C$ ，可知 $B_1C\perp$ 平面 $EFO$ ，

即可证明 $B_1C\perp EF$ ，所以①正确；

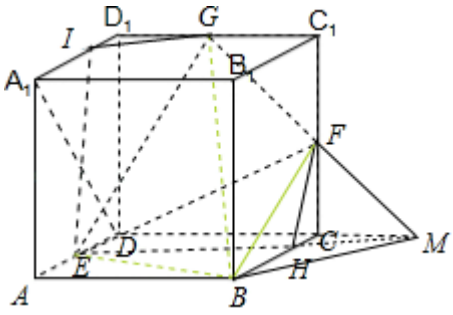
直线 $FG$ 与直线 $A_1D$ 所成角就是直线 $A_1B$ 与直线 $A_1D$ 所成角为 $60°$ ；正确；

过 $E$ ， $F$ ， $G$ 三点的平面截该正方体所得的截面为五边形；如图：




是五边形 $EHFGI$ ．所以③不正确；

如图：




三棱锥 $B-EFG$ 的体积为：

由条件易知 ***F*** 是 ***GM*** 中点，

所以 $V_{B-EFG}=V_{B-EFM}=V_{F-BEM}$ ，

而 $S_{BEM}=S_{梯形ABMD}-S_{\Delta ABE}-S_{\Delta EDM}=\frac{2+3}{2}\times 2-\frac{1}{2}\times 2\times 1-\frac{1}{2}\times 3\times 1=\frac{5}{2}$ ，

$V_{F-EBM}=\frac{1}{3}\times\frac{5}{2}\times 1=\frac{5}{6}$ ．所以三棱锥 $B-EFG$ 的体积为 $\frac{5}{6}$ ，④正确；

故选：$C$.

【点睛】

本题考查命题的真假的判断与应用，涉及空间几何体的体积，直线与平面的位置关系的应用，平面的基本性质，是中档题.

5、A

【解析】

首先判断函数的奇偶性，再根据特殊值即可利用排除法解得；

【详解】

解：依题意，$f(-x)=\frac{\sin(-x)}{-x}+\frac{(-x)^2\cos(-x)}{20}=\frac{\sin x}{x}+\frac{x^2\cos x}{20}=f(x)$，故函数$f\left(x\right)$为偶函数，图象关于$y$轴对称，排除 C；

而$f(\pi)=-\frac{\pi^2}{20}<0$，排除 B；$f(2\pi)=\frac{\pi^2}{5}>0$，排除 D.

故选：$A$.

【点睛】

本题考查函数图象的识别，函数的奇偶性的应用，属于基础题.

6、C

【解析】

分情况讨论，由间接法得到“数”必须排在前两节，“礼”和“乐”必须分开的事件个数，不考虑限制因素，总数有$A_6^6$种，进而得到结果.

【详解】

当“数”位于第一位时，礼和乐相邻有 4 种情况，礼和乐顺序有 2 种，其它剩下的有$A_3^3$种情况，由间接法得到满足条件的情况有$A_5^5-C_4^1A_2^2A_3^3$

当“数”在第二位时，礼和乐相邻有 3 种情况，礼和乐顺序有 2 种，其它剩下的有$A_3^3$种，

由间接法得到满足条件的情况有$A_5^5-C_3^1A_2^2A_3^3$

共有：$A_5^5-C_3^1A_2^2A_3^3+A_5^5-C_4^1A_2^2A_3^3$种情况，不考虑限制因素，总数有$A_6^6$种，

故满足条件的事件的概率为：$\frac{A_5^5-C_3^1A_2^2A_3^3+A_5^5-C_4^1A_2^2A_3^3}{A_6^6}=\frac{13}{60}$

故答案为：C.

【点睛】

解排列组合问题要遵循两个原则：①按元素(或位置)的性质进行分类；②按事情发生的过程进行分步．具体地说，解排列组合问题常以元素(或位置)为主体，即先满足特殊元素(或位置)，再考虑其他元素(或位置)．

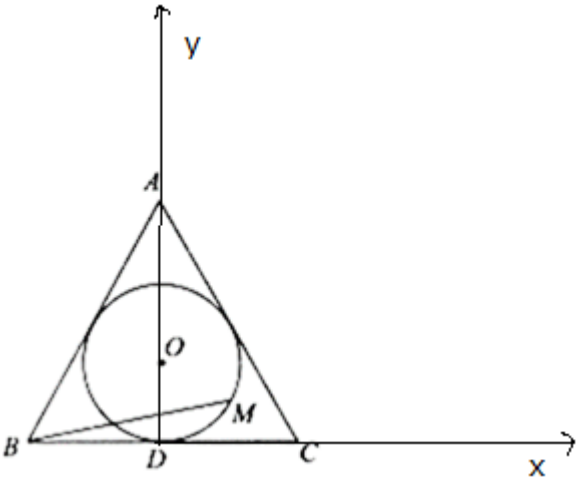
7、C

【解析】

建立坐标系，写出相应的点坐标，得到$2x+y$的表达式，进而得到最大值.

【详解】

以 D 点为原点，BC 所在直线为 x 轴，AD 所在直线为 y 轴，建立坐标系，




设内切圆的半径为 1，以（0，1）为圆心，1 为半径的圆；

根据三角形面积公式得到$\frac{1}{2}\times l_{周长}\times r=S=\frac{1}{2}\times AB\times AC\times\sin 60^0$，

可得到内切圆的半径为$1$;

可得到点的坐标为：$B\left(-\sqrt{3},0\right),C\left(\sqrt{3},0\right),A\left(0,3\right),D\left(0,0\right),M\left(\cos\theta,1+\sin\theta\right)$

$\overrightarrow{BM}=\left(\cos\theta+\sqrt{3},1+\sin\theta\right),\overrightarrow{BA}=\left(\sqrt{3},3\right),\overrightarrow{BD}=\left(\sqrt{3},0\right)$

故得到 $\overrightarrow{BM}=\left(\cos\theta+\sqrt{3},1+\sin\theta\right)=\left(\sqrt{3}x+\sqrt{3}y,3x\right)$

故得到$\cos\theta=\sqrt{3}x+\sqrt{3}y-\sqrt{3},\sin\theta=3x-1$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1+\sin\theta}{3}\\ y=\dfrac{\cos\theta}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sin\theta}{3}+\dfrac{2}{3}\end{cases},\quad 2x+y=\frac{\cos\theta}{\sqrt{3}}+\frac{\sin\theta}{3}+\frac{4}{3}=\frac{2}{3}\sin\left(\theta+\varphi\right)+\frac{4}{3}\le 2.$$

故最大值为：2.

故答案为 C.

【点睛】

这个题目考查了向量标化的应用，以及参数方程的应用，以向量为载体求相关变量的取值范围，是向量与函数、不等式、三角函数等相结合的一类综合问题.通过向量的运算，将问题转化为解不等式或求函数值域，是解决这类问题的一般方法.

8、D

【解析】

先求出球心到四个支点所在球的小圆的距离，再加上侧面三角形的高，即可求解.

【详解】

设四个支点所在球的小圆的圆心为$O'$，球心为$O$，

由题意，球的体积为$\frac{4\pi}{3}$，即$\frac{4}{3}\pi R^2=\frac{4\pi}{3}$可得球$O$的半径为1，

又由边长为$\sqrt{2}$的正方形硬纸，可得圆$O'$的半径为$\frac{1}{2}$，

利用球的性质可得$O'O^2=\sqrt{1^2-(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又由$O'$到底面的距离即为侧面三角形的高，其中高为$\frac{1}{2}$，

所以球心到底面的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

故选：*D*.

【点睛】

本题主要考查了空间几何体的结构特征，以及球的性质的综合应用，着重考查了数形结合思想，以及推理与计算能力，属于基础题.

9、B

【解析】

判断直线$bx+ay+c=0$与纵轴交点的位置，画出可行解域，即可判断出目标函数的最值情况.

【详解】

由$a+b+c=0$，$a>b>c$，所以可得$a>0,c<0$.

$a>b\Rightarrow a>-a-c\Rightarrow\frac{c}{a}>-2,b>c\Rightarrow-a-c>c\Rightarrow\frac{c}{a}<-\frac{1}{2}\therefore-2<\frac{c}{a}<-\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1}{2}<-\frac{c}{a}<2$，

所以由$bx+ay+c=0\Rightarrow y=-\frac{b}{a}x-\frac{c}{a}$，因此该直线在纵轴的截距为正，但是斜率有两种可能，因此可行解域如下图所示：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/507023062052010052