

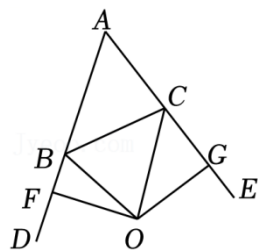
第 15 章 轴对称图形与等腰三角形（培优篇）

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

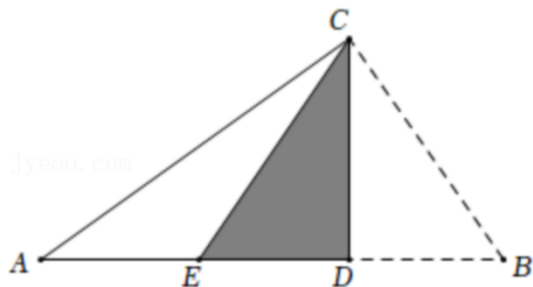
1. 在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形。下面 4 个汉字中，可以看作是轴对称图形的是（ ）

A. 勤 B. 学 C. D.

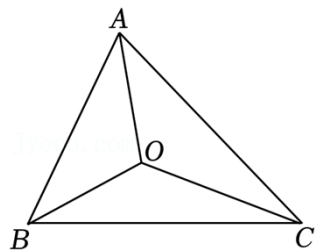
2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，外角 $\angle CBD$ 、 $\angle BCE$ 的平分线交于点 O ， $OF \perp AD$ ， $OG \perp AE$ ，垂足分别为 F 、 G ，则下列结论正确的是（ ）



- A. $OF > OG$ B. $OF < OG$
C. $OF = OG$ D. OF 与 OG 的大小无法确定
3. 如图， CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上的高，将 $\triangle BCD$ 沿 CD 折叠， B 点恰好落在 AB 的中点 E 处，则 $\angle A$ 等于（ ）

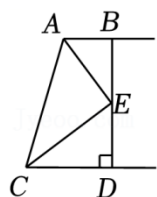


- A. 60° B. 45° C. 30° D. 25°
4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$ 平分线交于点 O ，若 $AB=6$ ， $BC=9$ ， $\triangle ABO$ 的面积为 6，则 $\triangle BCO$ 的面积是（ ）



- A. 9 B. 18 C. 13.5 D. 54
5. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， AE 和 CE 分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle ACD$ ， AE 与 CE 交于点 E ，作直线 $ED \perp CD$

，垂足为 D ，交 AB 于点 E ，若 $AC=8$ ， $BD=6$ ，则 $\triangle ACE$ 的面积为（ ）

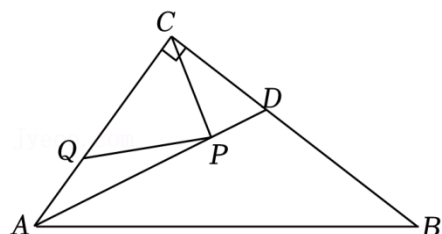


- A. 24 B. 18 C. 12 D. 6

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $AB=AD=CD$ ， $\angle BAD=20^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）

- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

7. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ， $AB=10$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线。若 P ， Q 分别是 AD 和 AC 上的动点，则 $PC+PQ$ 的最小值是（ ）

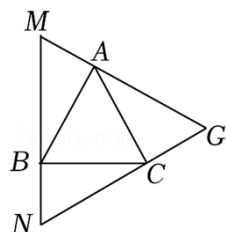


- A. 8 B. 6 C. 2.4 D. 4.8

8. 规定：从三角形（不是等腰三角形）一个顶点引出一条射线与对边相交，顶点与交点之间的线段把这个三角形分割成两个小三角形，如果分得的两个小三角形中一个为等腰三角形，另一个与原来三角形三个角都相等，我们把这条线段叫做这个三角形的“等角分割线”。在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=42^\circ$ ， CD 是 $\triangle ABC$ 的等角分割线，则 $\angle ACB$ 的度数不可能是（ ）

- A. 84° B. 106° C. 111° D. 102°

9. 如图，过等边三角形 $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 依次作 AB 、 BC 、 AC 的垂线 MG 、 MN 、 DG ，三条垂线围成 $\triangle MNG$ ，若 $AM=2$ ，则 $\triangle MNG$ 的周长为（ ）

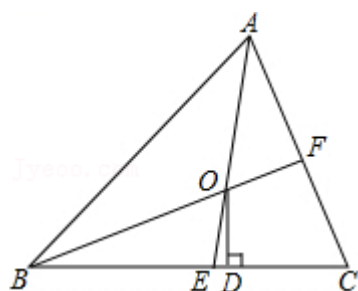


- A. 12 B. 18 C. 20 D. 24

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$ 的平分线 AE ， BF 相交于点 O ， AE 交 BC 于 E ， BF 交 AC 于 F

，过点 O 作 $OD \perp BC$ 于 D ，下列三个结论 ① $\angle AOB = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle C$ ；② 当 $\angle C = 60^\circ$ 时， $AF + BE = AB$ ；③

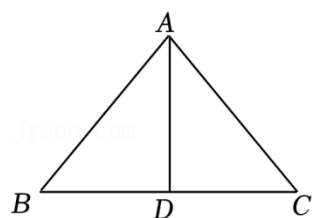
若 $OD = a$ ， $AB + BC + CA = 2b$ ，则 $S_{\triangle ABC} = ab$ 。其中正确的是（ ）



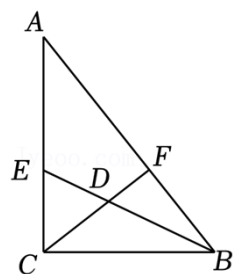
- A. ①② B. ②③ C. ①②③ D. ①③

二、填空题（共 4 小题，每题 5 分，共计 20 分）

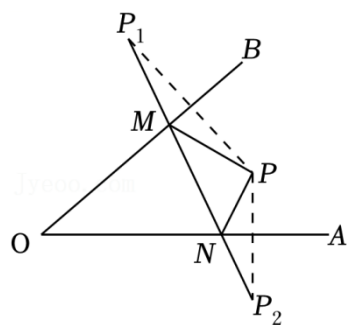
11. 如图， AD 是等腰 $\triangle ABC$ 的顶角平分线， $BD = 5$ ，则 $CD = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ， $CF \perp AB$ ， CF 交 BE 于点 D ，若 $BC = 9$ ， $DF = 4$ ，则 $\triangle CDB$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



13. 如图，点 P 为 $\angle AOB$ 内一点，分别作出 P 点关于 OB 、 OA 的对称点 P_1 、 P_2 ，连接 P_1P_2 交 OB 于 M ，交 OA 于 N ，若 $\angle AOB = 40^\circ$ ，则 $\angle MPN$ 的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



14. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = \alpha$ ($\alpha < 60^\circ$)，点 E 、 F 分别为 AC 和 AB 上的动点， BE 与 CF 相交于 G 点，且 $BE + EF + CF$ 的值最小。

①如图 1，若 $AB=AC$ ， $\alpha=40^\circ$ ，则 $\angle ABE=$ _____°；

②如图 2， $\angle BGC=$ _____。（用含 α 的式子表示）

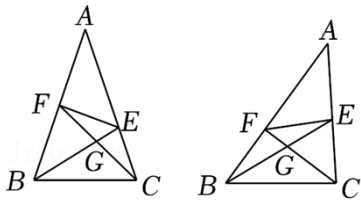


图1

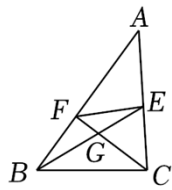


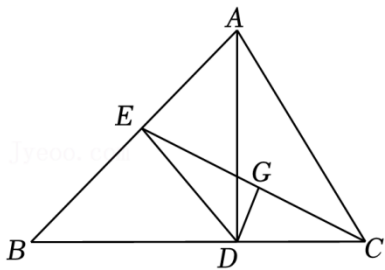
图2

三. 解答题（共 9 小题。15-18 每题 8 分，19-20 每题 10 分，21-22 每题 12 分，23 题 14 分，共计 60 分）

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 是高， CE 是中线，点 G 是 CE 的中点， $DG \perp CE$ ，垂足为 G 。

(1) 求证： $CD=\frac{1}{2}AB$ ；

(2) 若 $\angle AEC=66^\circ$ ，求 $\angle BCE$ 的度数。



16. 作图题（不写作法）已知：如图，在平面直角坐标系中。

(1) 作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 三个顶点的坐标：

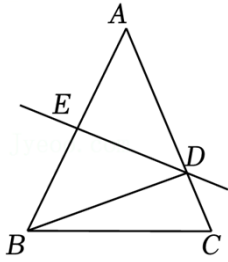
A_1 (_____), B_1 (_____), C_1 (_____)；

(3) 直接写出 $\triangle ABC$ 的面积为 _____。

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=10cm$ ， $BC=6cm$ ， $\angle A=50^\circ$ ， AB 的垂直平分线 DE 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 D 。

(1) 求 $\triangle BCD$ 的周长；

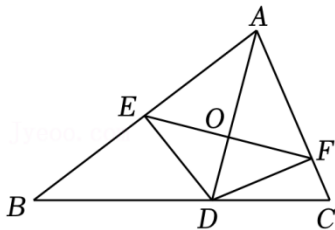
(2) 求 $\angle CBD$ 的度数。



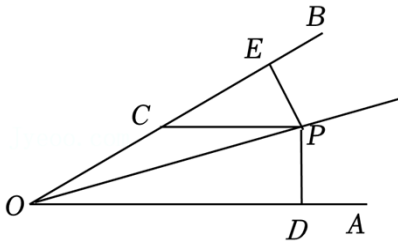
18. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， DE ， DF 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的高．

(1) 求证： AD 垂直平分 EF ；

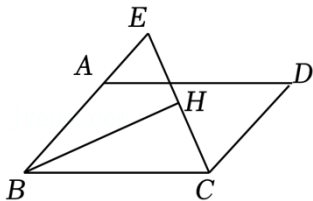
(2) 若 $AB=3$ ， $AC=2$ ， $\triangle ABC$ 的面积是 4，则 $DE=$ _____．



19. 如图， $\angle AOP = \angle BOP = 15^\circ$ ， $PC \parallel OA$ ，交 OB 于点 C ， $PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ ，垂足分别为点 D ， E ，若 $PC=4$ ．求 PD 的长．



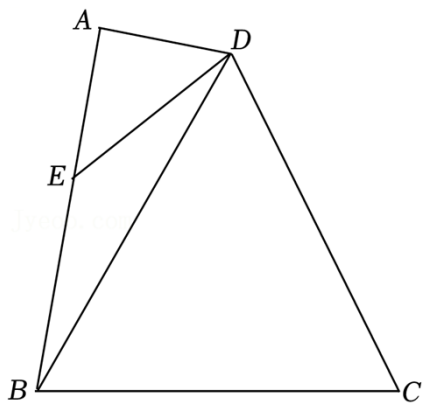
20. 在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle BCD$ 的平分线与 BA 的延长线相交于点 E ， $BH \perp EC$ 于点 H ，(1) 找出等腰三角形并证明 (2) 求证： $CH=EH$ ．



21. 已知：如图，在四边形 $ABCD$ 中， $BC=DC$ ，点 E 在边 AB 上， $\angle EBC = \angle EDC$ ．

(1) 求证： $EB=ED$ ．

(2) 当 $\angle A=90^\circ$ ，求证： $\angle BED=2\angle BDA$ ．



22. 如图，已知 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， $BC = CD$ ， $CA = CE$ 。

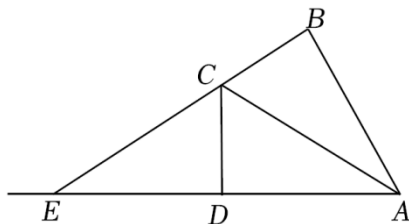
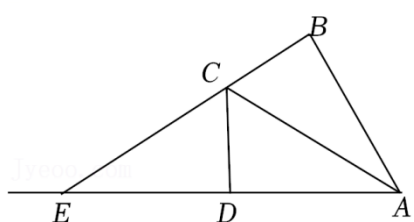
(1) 求证： $\angle ACB = \angle ACD$ ；

(2) 过点 E 作 $ME \parallel AB$ ，交 AC 的延长线于点 M ，过点 M 作 $MP \perp DC$ ，交 DC 的延长线于点 P 。

①求 $\angle BEA$ 的度数；

②连接 PE ，交 AM 于点 N ，证明 AM 垂直平分 PE ；

(3) 点 O 是直线 AE 上的动点，当 $MO + PO$ 的值最小时，证明点 O 与点 E 重合。



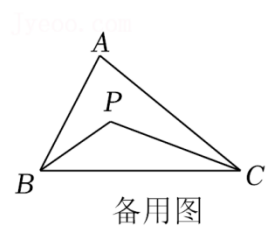
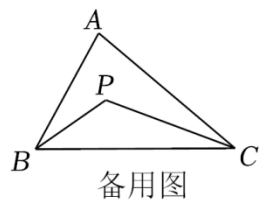
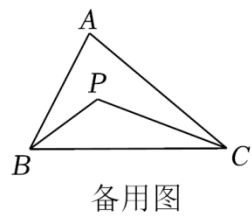
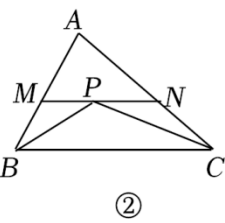
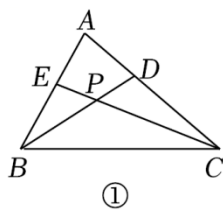
备用图

23. 如图①， $\triangle ABC$ 的角平分线 BD 、 CE 相交于点 P 。

(1) 如果 $\angle A = 80^\circ$ ，求 $\angle BPC$ 的度数；

(2) 如图②，过 P 点作直线 MN ，分别交 AB 和 AC 于点 M 和 N ，且 MN 平行于 BC ，试求 $\angle MPB + \angle NPC$ 的度数（用含 $\angle A$ 的代数式表示）；

(3) 将 (2) 中的直线 MN 绕点 P 旋转，分别交线段 AB 于点 M （不与 A 、 B 重合），交直线 AC 于 N ，试探索 $\angle MPB$ 、 $\angle NPC$ 、 $\angle A$ 三者之间的数量关系，并说明理由。



第 15 章 轴对称图形与等腰三角形（培优篇）

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形．下面 4 个汉字中，可以看作是轴对称图形的是（ ）

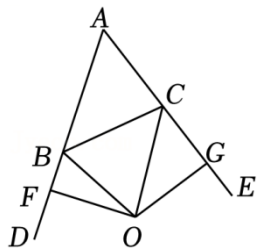
A. 勤 B. 学 C. D.

【分析】根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可．

【解答】解：选项 A、D、B 不能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形，
选项 C 能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形，
故选：C．

【点评】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

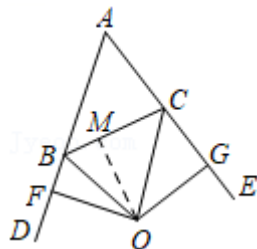
2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，外角 $\angle CBD$ 、 $\angle BCE$ 的平分线交于点 O ， $OF \perp AD$ ， $OG \perp AE$ ，垂足分别为 F 、 G ，则下列结论正确的是（ ）



- A. $OF > OG$ B. $OF < OG$
C. $OF = OG$ D. OF 与 OG 的大小无法确定

【分析】过 O 作 $OM \perp BC$ 于 M ，再根据角平分线的性质即可得出： $OF = OM$ ， $OM = OG$ ，进而可以得出答案．

【解答】解：如图：过 O 作 $OM \perp BC$ 于 M ，



$\because OB$ 平分 $\angle CBD$ 、 $OF \perp AD$ ， $OM \perp BC$ ，

$$\therefore OF=OM,$$

$$\because OC \text{ 平分 } \angle BCE, OG \perp AE, OM \perp BC,$$

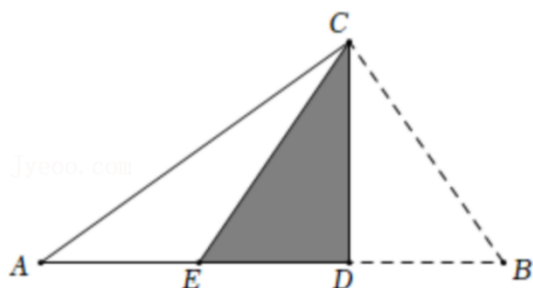
$$\therefore OG=OM,$$

$$\therefore OF=OG.$$

故选：C.

【点评】此题考查了角平分线的性质，能利用角平分线的性质正确作出辅助线是解题的关键.

3. 如图， CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上的高，将 $\triangle BCD$ 沿 CD 折叠， B 点恰好落在 AB 的中点 E 处，则 $\angle A$ 等于（ ）



A. 60°

B. 45°

C. 30°

D. 25°

【分析】先根据图形折叠的性质得出 $BC=CE$ ，再由直角三角形斜边的中线等于斜边的一半即可得出 $CE=AE=BE$ ，进而可判断出 $\triangle BEC$ 是等边三角形，由等边三角形的性质及直角三角形两锐角互余的性质即可得出结论.

【解答】解： $\because \triangle BCD$ 沿 CD 折叠，

$$\therefore BC=CE,$$

$$\because E \text{ 为 } AB \text{ 中点}, \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore CE=BE=AE,$$

$$\therefore \triangle BEC \text{ 是等边三角形},$$

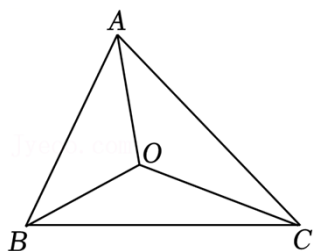
$$\therefore \angle B=60^\circ,$$

$$\therefore \angle A=90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

故选：C.

【点评】此题考查了翻折的性质，熟记翻折的性质是解题的关键.

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$ 平分线交于点 O ，若 $AB=6$ ， $BC=9$ ， $\triangle ABO$ 的面积为 6，则 $\triangle BCO$ 的面积是（ ）



A. 9

B. 18

C. 13.5

D. 54

【分析】过O点作 $OD \perp AB$ 于D点， $OE \perp BC$ 于E点，如图，根据角平分线的性质得到 $OD=OE$ ，然后根据三角形面积公式得到 $S_{\triangle BCO} : S_{\triangle ABO} = BC : AB$ ，据此即可得解.

【解答】解：过O点作 $OD \perp AB$ 于D点， $OE \perp BC$ 于E点，如图，

$\because OB$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore OD=OE$,

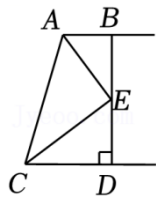
$\therefore S_{\triangle BCO} : S_{\triangle ABO} = BC : AB$,

$$\therefore S_{\triangle BCO} = \frac{9}{6} \times 6 = 9,$$

故选：A.

【点评】本题考查了角平分线的性质，熟记角的平分线上的点到角的两边的距离相等是解题的关键.

5. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， AE 和 CE 分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle ACD$ ， AE 与 CE 交于点E，作直线 $ED \perp CD$ ，垂足为D，交 AB 于点B，若 $AC=8$ ， $BD=6$ ，则 $\triangle ACE$ 的面积为（ ）



A. 24

B. 18

C. 12

D. 6

【分析】过点E作 $EF \perp AC$ 于点F，根据角平分线的性质可得 $EF=BE=DE$ ，进而求出 $EF=3$ ，利用面积计算公式求出 $\triangle ACE$ 的面积即可.

【解答】解：过点E作 $EF \perp AC$ 于点F，

$\because ED \perp CD$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\therefore ED \perp AB$ ，

$\because AE$ 和 CE 分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle ACD$ ，

$\therefore BE=EF$ ， $DE=EF$ ，

$\therefore EF=BE=DE$ ，

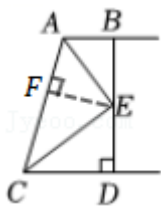
$\because BD=6$ ，

$\therefore EF=BE=DE=3$ ，

$\because AC=8$ ，

$$\therefore \triangle ACE \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} AC \cdot EF = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12.$$

故选：C.



【点评】本题考查了角平分线的性质以及平行线的性质，解题的关键是掌握角平分线的性质定理并灵活运用.

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $AB=AD=CD$ ， $\angle BAD=20^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）

A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

【分析】根据三角形外角的性质以及等腰三角形的性质，由 $AB=AD=DC$ 可得 $\angle DAC=\angle C$ ，易求解.

【解答】解： $\because \angle BAD=20^\circ$ ， $AB=AD=DC$ ，

$\therefore \angle ABD=\angle ADB=80^\circ$ ，

由三角形外角与外角性质可得 $\angle ADC=180^\circ - \angle ADB=100^\circ$ ，

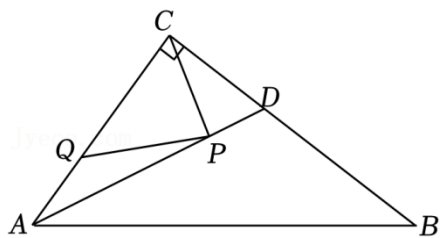
又 $\because AD=DC$ ，

$\therefore \angle C=\frac{1}{2}\angle ADB=40^\circ$.

故选：B.

【点评】本题考查的是三角形内角和定理，三角形外角的性质以及等腰三角形的性质. 此类题目考查学生分析各角之间关系的能力，运用所学的三角形知识点求解.

7. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=6$ ， $BC=8$ ， $AB=10$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 若 P ， Q 分别是 AD 和 AC 上的动点，则 $PC+PQ$ 的最小值是（ ）

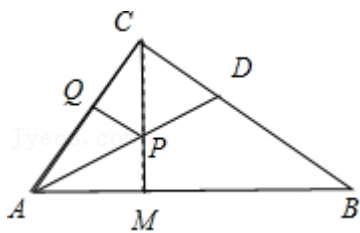


A. 8 B. 6 C. 2.4 D. 4.8

【分析】过点 C 作 $CM\perp AB$ 交 AB 于点 M ，交 AD 于点 P ，过点 P 作 $PQ\perp AC$ 于点 Q ，由 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，得出 $PQ=PM$ ，这时 $PC+PQ$ 有最小值，即 CM 的长度，再

运用 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CM=\frac{1}{2}AC\cdot BC$ ，得出 CM 的值，即 $PC+PQ$ 的最小值.

【解答】解 如图，过点 C 作 $CM\perp AB$ 交 AB 于点 M ，交 AD 于点 P ，过点 P 作 $PQ\perp AC$ 于点 Q ，



∵ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线.

∴ $PQ = PM$, 这时 $PC + PQ$ 有最小值, 即 CM 的长度,

∵ $AC = 6$, $AB = 10$, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = 8$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CM = \frac{1}{2} AC \cdot BC,$$

$$\therefore CM = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{24}{5},$$

即 $PC + PQ$ 的最小值为 $\frac{24}{5}$.

故选: D.

【点评】本题主要考查了轴对称问题, 解题的关键是找出满足 $PC + PQ$ 有最小值时点 P 和 Q 的位置.

8. 规定: 从三角形 (不是等腰三角形) 一个顶点引出一条射线与对边相交, 顶点与交点之间的线段把这个三角形分割成两个小三角形, 如果分得的两个小三角形中一个为等腰三角形, 另一个与原来三角形三个角都相等, 我们把这条线段叫做这个三角形的“等角分割线”. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 42^\circ$, CD 是 $\triangle ABC$ 的等角分割线, 则 $\angle ACB$ 的度数不可能是 ()

A. 84°

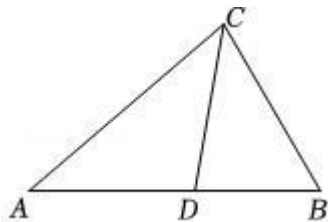
B. 106°

C. 111°

D. 102°

【分析】分 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, $DA = DC$ 、 $DA = AC$ 和 $\triangle BCD$ 是等腰三角形, $DB = BC$ 、 $DC = BD$ 四种情况, 根据等腰三角形的性质、三角形内角和定理计算.

【解答】解: 当 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, 如图, $DA = DC$ 时, $\angle ACD = \angle A = 42^\circ$,



$$\therefore \angle ACB = \angle BDC = 42^\circ + 42^\circ = 84^\circ,$$

当 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, 如图, $DA = AC$ 时, $\angle ACD = \angle ADC = 69^\circ$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/507043120100006115>