2017年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

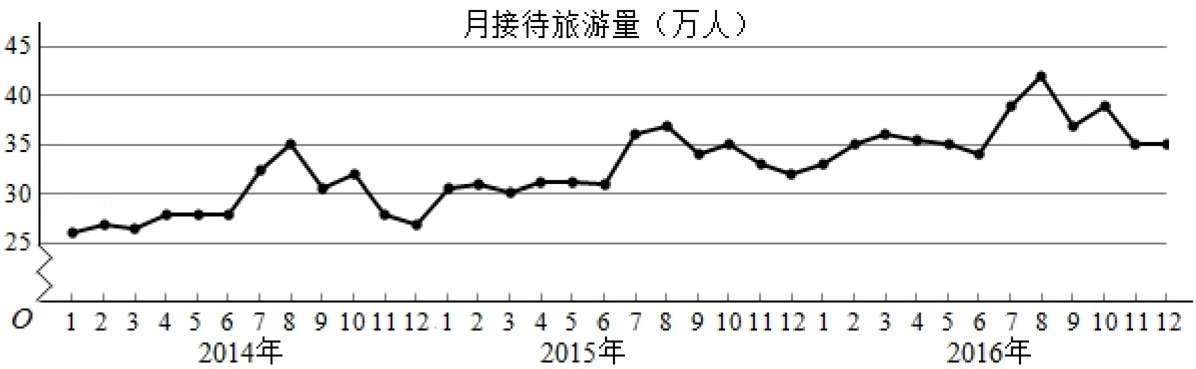
1．（5分）已知集合A={（x，y）|$x^2+y^2=1$}，B={（x，y）|y=x}，则A∩B中元素的个数为（　　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

2．（5分）设复数z满足（1+i）z=2i，则|z|=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

3．（5分）某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了2014年1月至2016年12月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图．



根据该折线图，下列结论错误的是（　　）

A．月接待游客量逐月增加

B．年接待游客量逐年增加

C．各年的月接待游客量高峰期大致在7，8月

D．各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳

4．（5分）（x+y）（2x－y）^{5}的展开式中的x^3y^3系数为（　　）

A．－80　　B．－40　　C．40　　D．80

5．（5分）已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的一条渐近线方程为

$y=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，且与椭圆$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$有公共焦点，则 C 的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{10}=1$　　B．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$　　C．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

6．（5 分）设函数 f（x）=cos（x+$\frac{\pi}{3}$），则下列结论错误的是（　　）

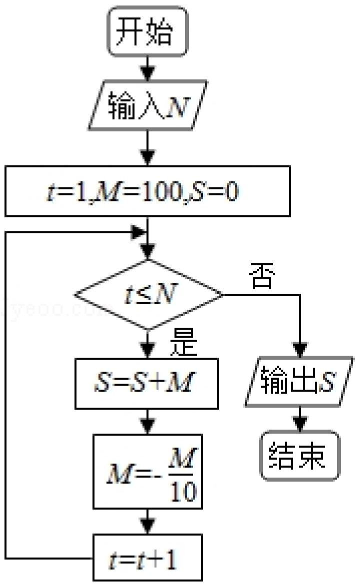
A．f（x）的一个周期为-2π

B．y=f（x）的图象关于直线 x=$\frac{8\pi}{3}$对称

C．f（x+π）的一个零点为 x=$\frac{\pi}{6}$

D．f（x）在（$\frac{\pi}{2}$，π）单调递减

7．（5 分）执行如图的程序框图，为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为（　　）



A．5　　B．4　　C．3　　D．2

8．（5 分）已知圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为（　　）

A．π　　B．$\frac{3\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{\pi}{4}$

9．（5 分）等差数列$\{a_n\}$的首项为 1，公差不为 0．若 a_2，a_3，a_6 成等比数列，则$\{a_n\}$前 6 项的和为（　　）

A．－24　　B．－3　　C．3　　D．8

10．（5分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右顶点分别为$A_1$，$A_2$，且以线段$A_1A_2$为直径的圆与直线bx－ay+2ab=0相切，则C的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

11．（5分）已知函数f（x）=x^2－2x+a（$e^{x-1}+e^{-x+1}$）有唯一零点，则a=（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

12．（5分）在矩形ABCD中，AB=1，AD=2，动点P在以点C为圆心且与BD相切的圆上．若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则λ+μ的最大值为（　　）

A．3　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

二、填空题:本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y\geqslant 0\\ x+y-2\leqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}$，则z=3x－4y的最小值为________.

14．（5分）设等比数列{a_n}满足$a_1+a_2=-1$，$a_1-a_3=-3$，则a_4=________.

15．（5分）设函数f（x）=$\begin{cases}x+1, & x\leqslant 0\\ 2^x, & x>0\end{cases}$，则满足f（x）+f（x－$\frac{1}{2}$）＞1的x的取值范围是________.

16．（5分）a，b为空间中两条互相垂直的直线，等腰直角三角形ABC的直角边AC所在直线与a，b都垂直，斜边AB以直线AC为旋转轴旋转，有下列结论：

①当直线AB与a成60°角时，AB与b成30°角；

②当直线AB与a成60°角时，AB与b成60°角；

③直线AB与a所成角的最小值为45°；

④直线AB与a所成角的最小值为60°；

其中正确的是________．（填写所有正确结论的编号）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：60 分。

17．（12 分）△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\sin A+\sqrt{3}\cos A=0$，$a=2\sqrt{7}$，$b=2$．

（1）求 c；

（2）设 D 为 BC 边上一点，且 AD⊥AC，求△ABD 的面积．

18．（12 分）某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 4 元，售价每瓶 6 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 2 元的价格当天全部处理完．根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关．如果最高气温不低于 25，需求量为 500 瓶；如果最高气温位于区间[20，25），需求量为 300 瓶；如果最高气温低于 20，需求量为 200 瓶．为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	[10，15)	[15，20)	[20，25)	[25，30)	[30，35)	[35，40)
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率．

（1）求六月份这种酸奶一天的需求量 X（单位：瓶）的分布列；

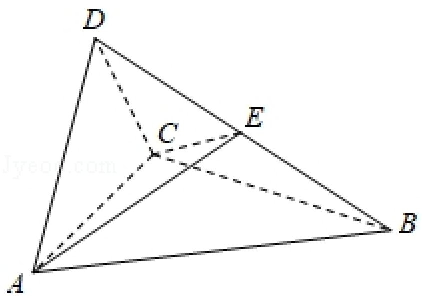
（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y（单位：元），当六月份这种酸奶

一天的进货量 n（单位：瓶）为多少时，Y 的数学期望达到最大值？

19．（12 分）如图，四面体 ABCD 中，△ABC 是正三角形，△ACD 是直角三角形，∠ABD=∠CBD，AB=BD．

（1）证明：平面 ACD⊥平面 ABC；

（2）过 AC 的平面交 BD 于点 E，若平面 AEC 把四面体 ABCD 分成体积相等的两部分，求二面角 D﹣AE﹣C 的余弦值．



20．（12 分）已知抛物线 C：$y^2=2x$，过点（2，0）的直线 l 交 C 于 A，B 两点，圆 M 是以线段 AB 为直径的圆．

（1）证明：坐标原点 O 在圆 M 上；

（2）设圆 M 过点 P（4，﹣2），求直线 l 与圆 M 的方程．

21．（12 分）已知函数 f（x）=x﹣1﹣alnx．

（1）若 f（x）≥0，求 a 的值；

书山有路勤为径，学海无涯苦作舟

（2）设 m 为整数，且对于任意正整数 n，$(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{2^2})\ldots(1+\frac{1}{2^n})<m$，求 m 的最小值.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22．（10 分）在直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 的参数方程为$\begin{cases}x=2+t\\y=kt\end{cases}$，（t 为参数），直线 l_2 的参数方程为$\begin{cases}x=-2+m\\y=\frac{m}{k}\end{cases}$，（m 为参数）．设 l_1 与 l_2 的交点为 P，当 k 变化时，P 的轨迹为曲线 C.

（1）写出 C 的普通方程；

（2）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，设 l_3：$\rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0$，M 为 l_3 与 C 的交点，求 M 的极径.

[选修 4-5：不等式选讲]

23．已知函数 $f(x)=|x+1|-|x-2|$.

（1）求不等式 $f(x)\geqslant 1$ 的解集；

（2）若不等式 $f(x)\geqslant x^2-x+m$ 的解集非空，求 m 的取值范围.

书山有路勤为径，学海无涯苦作舟

2017 年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅲ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5 分）已知集合 A={（x，y）|$x^2+y^2=1$}，B={（x，y）|y=x}，则 A∩B 中元素的个数为（　　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】5J：集合．

【分析】解不等式组求出元素的个数即可．

【解答】解：由$\begin{cases}x^2+y^2=1\\y=x\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}\\y=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\\y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，

∴A∩B 的元素的个数是 2 个，

故选：B．

【点评】本题考查了集合的运算，是一道基础题．

2．（5 分）设复数 z 满足（1+i）z=2i，则|z|=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

【考点】A8：复数的模．

【专题】35：转化思想；5N：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的运算法则、模的计算公式即可得出．

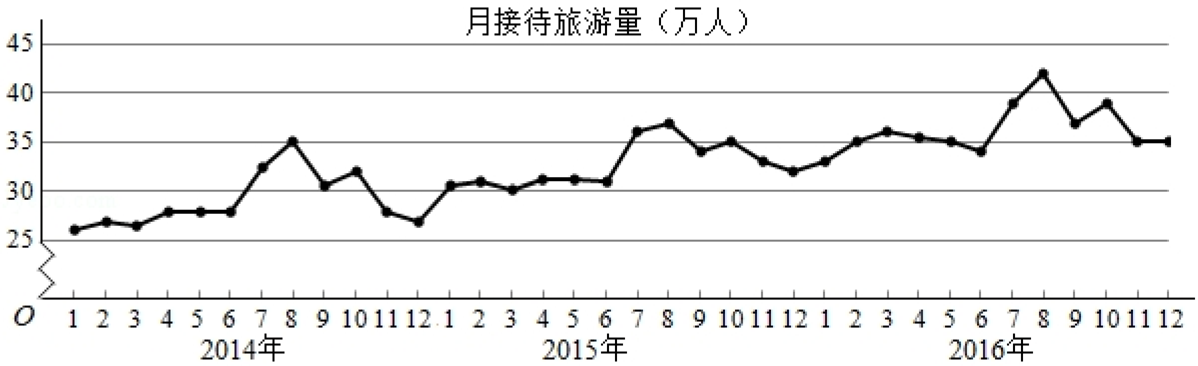
【解答】解：∵（1+i）z=2i，∴（1﹣i）（1+i）z=2i（1﹣i），z=i+1．

则|z|=$\sqrt{2}$．

故选：C．

【点评】本题考查了复数的运算法则、模的计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

3．（5 分）某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图.



根据该折线图，下列结论错误的是（　　）

A．月接待游客量逐月增加

B．年接待游客量逐年增加

C．各年的月接待游客量高峰期大致在 7，8 月

D．各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月，波动性更小，变化比较平稳

【考点】2K：命题的真假判断与应用；B9：频率分布折线图、密度曲线.

【专题】27：图表型；2A：探究型；5I：概率与统计.

【分析】根据已知中 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，逐一分析给定四个结论的正误，可得答案.

【解答】解：由已有中 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量（单位：万人）的数据可得：

月接待游客量逐月有增有减，故 A 错误；

年接待游客量逐年增加，故 B 正确；

各年的月接待游客量高峰期大致在 7，8 月，故 C 正确；

各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月，波动性更小，变化比较平

稳，故 D 正确；

故选：A．

【点评】本题考查的知识点是数据的分析，命题的真假判断与应用，难度不大，属于基础题．

4．（5 分）（x+y）（2x﹣ y）^{5}的展开式中的 x^3y^3 系数为（　　）

A．﹣80　　B．﹣40　　C．40　　D．80

【考点】DA：二项式定理．

【专题】34：方程思想；5P：二项式定理．

【分析】（2x﹣ y）^{5}的展开式的通项公式：$T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(-y)^r=2^{5-r}(-1)^rC_5^rx^{5-r}y^r$．令 5﹣ r=2，r=3，解得 r=3．令 5﹣ r=3，r=2，解得 r=2．即可得出．

【解答】解：（2x﹣ y）^{5}的展开式的通项公式：$T_{r+1}=C_5^r(2x)^{5-r}(-y)^r=2^{5-r}(-1)^rC_5^rx^{5-r}y^r$．

令 5﹣ r=2，r=3，解得 r=3．

令 5﹣ r=3，r=2，解得 r=2．

∴（x+y）（2x﹣ y）^{5}的展开式中的 x^3y^3 系数$=2^2\times(-1)^3C_5^3+2^3\times1\times C_5^2=40$．

故选：C．

【点评】本题考查了二项式定理的应用，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

5．（5 分）已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的一条渐近线方程为 $y=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，且与椭圆$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$有公共焦点，则 C 的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{10}=1$　　B．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$　　C．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

书山有路勤为径，学海无涯苦作舟

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出椭圆的焦点坐标，得到双曲线的焦点坐标，利用双曲线的渐近线方程，求出双曲线实半轴与虚半轴的长，即可得到双曲线方程．

【解答】解：椭圆$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$的焦点坐标（±3，0），

则双曲线的焦点坐标为（±3，0），可得 c=3，

双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ （a＞0，b＞0）的一条渐近线方程为 $y=\frac{\sqrt{5}}{2}x$，

可得$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，即$\frac{c^2-a^2}{a^2}=\frac{5}{4}$，可得$\frac{c}{a}=\frac{3}{2}$，解得 a=2，$b=\sqrt{5}$，

所求的双曲线方程为：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$．

故选：B．

【点评】本题考查椭圆与双曲线的简单性质的应用，双曲线方程的求法，考查计算能力．

6．（5 分）设函数 $f(x)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，则下列结论错误的是（　　）

A．f（x）的一个周期为-2π

B．y=f（x）的图象关于直线 $x=\frac{8\pi}{3}$对称

C．f（x+π）的一个零点为 $x=\frac{\pi}{6}$

D．f（x）在（$\frac{\pi}{2}$，π）单调递减

【考点】H7：余弦函数的图象．

【专题】33：函数思想；4O：定义法；57：三角函数的图像与性质．

【分析】根据三角函数的图象和性质分别进行判断即可．

书山有路勤为径，学海无涯苦作舟

【解答】解：A．函数的周期为 2kπ，当 k=－1 时，周期 T=－2π，故 A 正确，

B．当 $x=\frac{8\pi}{3}$时，cos（$x+\frac{\pi}{3}$）=cos（$\frac{8\pi}{3}+\frac{\pi}{3}$）=cos$\frac{9\pi}{3}$=cos3π=－1 为最小值，

此时 y=f（x）的图象关于直线 $x=\frac{8\pi}{3}$对称，故 B 正确，

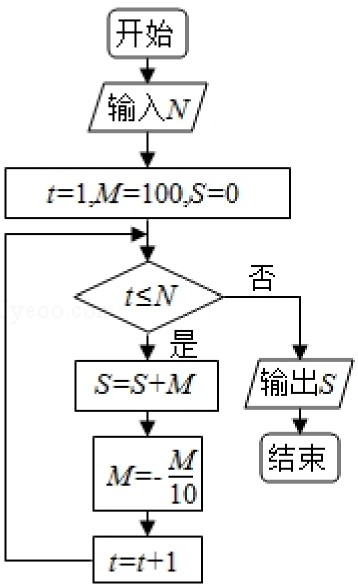
C 当 $x=\frac{\pi}{6}$时，f（$\frac{\pi}{6}$+π）=cos（$\frac{\pi}{6}$+π+$\frac{\pi}{3}$）=cos$\frac{3\pi}{2}$=0，则 f（x+π）的一个零点为 $x=\frac{\pi}{6}$，故 C 正确，

D．当$\frac{\pi}{2}$＜x＜π 时，$\frac{5\pi}{6}$＜$x+\frac{\pi}{3}$＜$\frac{4\pi}{3}$，此时函数 f（x）不是单调函数，故 D 错误，

故选：D．

【点评】本题主要考查与三角函数有关的命题的真假判断，根据三角函数的图象和性质是解决本题的关键．

7．（5 分）执行如图的程序框图，为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为（　　）



A．5　　B．4　　C．3　　D．2

【考点】EF：程序框图．

【专题】11：计算题；39：运动思想；49：综合法；5K：算法和程序框图．

书山有路勤为径，学海无涯苦作舟

【分析】通过模拟程序，可得到 S 的取值情况，进而可得结论．

【解答】解：由题可知初始值 t=1，M=100，S=0，

要使输出 S 的值小于 91，应满足“t≤N”，

则进入循环体，从而 S=100，M=− 10，t=2，

要使输出 S 的值小于 91，应接着满足“t≤N”，

则进入循环体，从而 S=90，M=1，t=3，

要使输出 S 的值小于 91，应不满足“t≤N”，跳出循环体，

此时 N 的最小值为 2，

故选：D．

【点评】本题考查程序框图，判断出什么时候跳出循环体是解决本题的关键，注意解题方法的积累，属于中档题．

8．（5 分）已知圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为（　　）

A．π　　B．$\frac{3\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{\pi}{4}$

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LR：球内接多面体．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；5Q：立体几何．

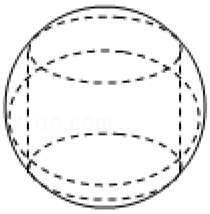
【分析】推导出该圆柱底面圆周半径 r=$\sqrt{1^2-(\frac{1}{2})^2}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，由此能求出该圆柱的体积．

【解答】解：∵圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，

∴该圆柱底面圆周半径 r=$\sqrt{1^2-(\frac{1}{2})^2}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴该圆柱的体积：V=Sh=$\pi\times(\frac{\sqrt{3}}{2})^2\times1=\frac{3\pi}{4}$．

故选：B．



【点评】本题考查面圆柱的体积的求法，考查圆柱、球等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、空间想象能力，考查化归与转化思想，是中档题．

9．（5 分）等差数列$\{a_n\}$的首项为 1，公差不为 0．若 a_2，a_3，a_6 成等比数列，则$\{a_n\}$前 6 项的和为（　　）

A．－24　　B．－3　　C．3　　D．8

【考点】85：等差数列的前 n 项和．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；54：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列通项公式、等比数列性质列出方程，求出公差，由此能求出$\{a_n\}$前 6 项的和．

【解答】解：∵等差数列$\{a_n\}$的首项为 1，公差不为 0．a_2，a_3，a_6 成等比数列，

∴$a_3^2=a_2\cdot a_6$，

∴$(a_1+2d)^2=(a_1+d)(a_1+5d)$，且 $a_1=1$，$d\neq0$，

解得 $d=-2$，

∴$\{a_n\}$前 6 项的和为 $S_6=6a_1+\frac{6\times5}{2}d=6\times1+\frac{6\times5}{2}\times(-2)=-24$．

故选：A．

【点评】本题考查等差数列前 n 项和的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列、等比数列的性质的合理运用．

10．（5 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右顶点分别为 A_1，A_2，且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx-ay+2ab=0$ 相切，则 C 的离心率为（　　）

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{1}{3}$

【考点】K4：椭圆的性质．

【专题】34：方程思想；5B：直线与圆；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 bx− ay+2ab=0 相切，可得原点到直线的距离 $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$=a，化简即可得出．

【解答】解：以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 bx− ay+2ab=0 相切，

∴原点到直线的距离 $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$=a，化为：$a^2=3b^2$．

∴椭圆 C 的离心率 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$．

故选：A．

【点评】本题考查了椭圆的标准方程及其性质、直线与圆相切的性质、点到直线的距离公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

11．（5 分）已知函数 f（x）$=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 a=（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

【考点】52：函数零点的判定定理．

【专题】11：计算题；33：函数思想；49：综合法；51：函数的性质及应用．

【分析】通过转化可知问题等价于函数 $y=1-(x-1)^2$ 的图象与 $y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$ 的图象只有一个交点求 a 的值．分 a=0、a＜0、a＞0 三种情况，结合函数的单调性分析可得结论．

【解答】解：因为 f（x）$=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})=-1+(x-1)^2+a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})=0$，

所以函数 f（x）有唯一零点等价于方程 $1-(x-1)^2=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$ 有唯一解，

等价于函数 $y=1-(x-1)^2$ 的图象与 $y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$ 的图象只有一个交点.

①当 a=0 时，$f(x)=x^2-2x\geqslant-1$，此时有两个零点，矛盾；

②当 a＜0 时，由于 $y=1-(x-1)^2$ 在（$-\infty$，1）上递增、在（1，$+\infty$）上递减，

且 $y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$ 在（$-\infty$，1）上递增、在（1，$+\infty$）上递减，

所以函数 $y=1-(x-1)^2$ 的图象的最高点为 A（1，1），$y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$ 的图象的最高点为 B（1，2a），

由于 2a＜0＜1，此时函数 $y=1-(x-1)^2$ 的图象与 $y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$ 的图象有两个交点，矛盾；

③当 a＞0 时，由于 $y=1-(x-1)^2$ 在（$-\infty$，1）上递增、在（1，$+\infty$）上递减，

且 $y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$ 在（$-\infty$，1）上递减、在（1，$+\infty$）上递增，

所以函数 $y=1-(x-1)^2$ 的图象的最高点为 A（1，1），$y=a(e^{x-1}+\frac{1}{e^{x-1}})$ 的图象的最低点为 B（1，2a），

由题可知点 A 与点 B 重合时满足条件，即 2a=1，即 $a=\frac{1}{2}$，符合条件；

综上所述，$a=\frac{1}{2}$，

故选：C.

【点评】本题考查函数零点的判定定理，考查函数的单调性，考查运算求解能力，考查数形结合能力，考查转化与化归思想，考查分类讨论的思想，注意解题方法的积累，属于难题.

12．（5 分）在矩形 ABCD 中，AB=1，AD=2，动点 P 在以点 C 为圆心且与 BD 相切的圆上．若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则 $\lambda+\mu$ 的最大值为（　　）

A．3　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

书山有路勤为径，学海无涯苦作舟

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角．

【专题】11：计算题；31：数形结合；4R：转化法；57：三角函数的图像与性质；5A：平面向量及应用；5B：直线与圆．

【分析】如图：以 A 为原点，以 AB，AD 所在的直线为 x，y 轴建立如图所示的坐标系，先求出圆的标准方程，再设点 P 的坐标为（$\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+1$，$\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2$），根据$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，求出 λ，μ，根据三角函数的性质即可求出最值．

【解答】解：如图：以 A 为原点，以 AB，AD 所在的直线为 x，y 轴建立如图所示的坐标系，

则 A（0，0），B（1，0），D（0，2），C（1，2），

∵动点 P 在以点 C 为圆心且与 BD 相切的圆上，

设圆的半径为 r，

∵BC=2，CD=1，

∴$BD=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

∴$\frac{1}{2}BC\bullet CD=\frac{1}{2}BD\bullet r$，

∴$r=\frac{2}{\sqrt{5}}$，

∴圆的方程为$(x-1)^2+(y-2)^2=\frac{4}{5}$，

设点 P 的坐标为（$\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+1$，$\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2$），

∵$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，

∴（$\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+1$，$\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2$）=λ（1，0）+μ（0，2）=（λ，2μ），

∴$\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+1=\lambda$，$\frac{2\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2=2\mu$，

∴$\lambda+\mu=\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\theta+\frac{\sqrt{5}}{5}\sin\theta+2=\sin(\theta+\phi)+2$，其中 $\tan\phi=2$，

∵$-1\leqslant\sin(\theta+\phi)\leqslant1$，

∴$1\leqslant\lambda+\mu\leqslant3$，

故 λ+μ 的最大值为 3，