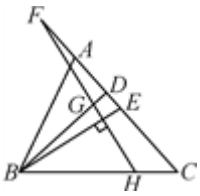
专题 1.16 角的平分线（培优篇）（专项练习）

一、单选题

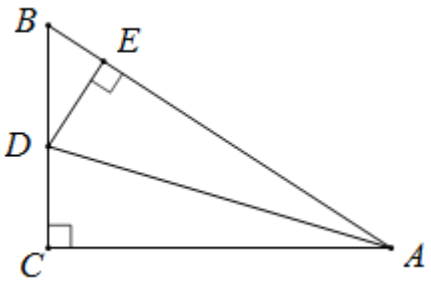
类型一、角平分线的性质定理及证明

1．如图，△ABC 中，BD、BE 分别是高和角平分线，点 F 在 CA 的延长线上，FH⊥BE，交 BD 于点 G，交 BC 于点 H．下列结论：①∠DBE＝∠F；　②2∠BEF＝∠BAF＋∠C；③∠F＝∠BAC－∠C；④∠BGH＝∠ABE＋∠C．其中正确个数是(　　)



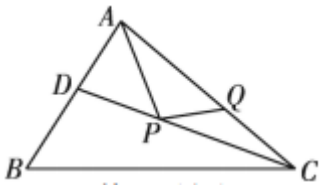
A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

2．如图所示,在ΔABC中，$\angle C=90^{\circ}$，AD 平分$\angle BAC$，$DE\perp AB$于点 E，则下列结论：①DA 平分$\angle CDE$；②$\angle BAC=\angle BDE$；③DE 平分$\angle ADB$；④$BE+AC=AB$．其中正确的有(　　)



A．①②　　B．①④　　C．③④　　D．①②④

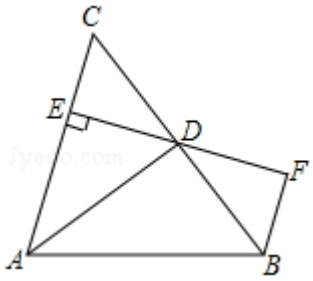
3．如图，在ΔABC中，$BC=10$，CD是$\angle ACB$的平分线．若P，Q分别是CD和AC上的动点，且ΔABC的面积为24，则$PA+PQ$的最小值是（　　）



A．$\frac{12}{5}$　　B．4　　C．$\frac{24}{5}$　　D．5

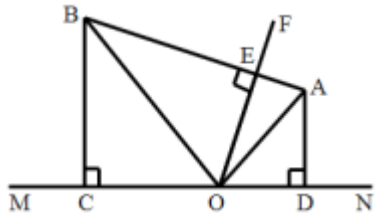
类型二、角的平分线的性质定理

4．如图，AD 是△ABC 的角平分线，DE⊥AC，垂足为 E，BF∥AC 交 ED 的延长线于点 F，若 BC 恰好平分∠ABF，AE=2BF,给出下列四个结论：①DE=DF；②DB=DC；③AD⊥BC；④AC=3BF，其中正确的结论共有（　）



A．4 个　　B．3 个　　C．2 个　　D．1 个

5．如图所示，点 A,B 分别是 $\angle NOF,\angle MOF$ 平分线上的点，$AB\perp OF$ 于点 E，$BC\perp MN$ 于点 C，$AD\perp MN$ 于点 D，下列结论错误的是（　　）



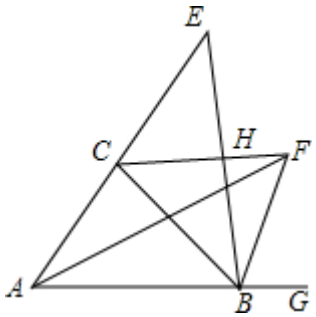
A．$\angle AOB=90^{\circ}$

B．$AD+BC=AB$

C．点 O 是 CD 的中点

D．图中与 $\angle CBO$ 互余的角有两个

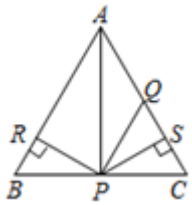
6．已知：如图，$\angle GBC$，$\angle BAC$ 的平分线相交于点 F，$BE\perp CF$ 于 H，若$\angle AFB$=40°，$\angle BCF$ 的度数为（　　）



A．40°　　B．50°　　C．55°　　D．60°

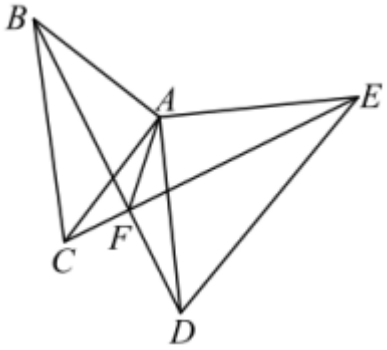
类型三、角平分线的判定定理

7．如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，$AQ=PQ$，$PR\perp AB$ 于点 R，$PS\perp AC$ 于点 S，$PR=PS$.下列结论：①点 P 在$\angle A$ 的角平分线上；②$AS=AR$；③$QP\parallel AR$；④$\triangle BRP\cong\triangle QSP$．其中，正确的有（　　）



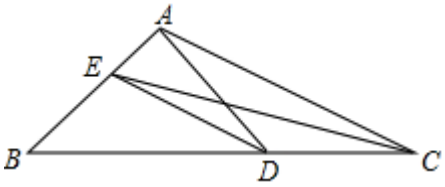
A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

8．如图，已知$\triangle ABC$和$\triangle ADE$都是等腰三角形，$\angle BAC=\angle DAE=90°$，$BD,CE$交于点 F，连接$AF$，下列结论：①$BD=CE$；②$BF\perp CF$；③$AF$平分$\angle CAD$；④$\angle AFE=45°$．其中正确结论的个数有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

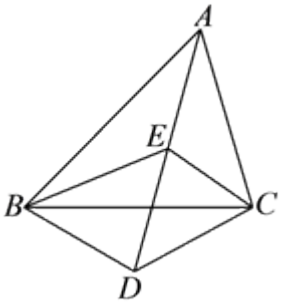
9．如图，在$\triangle ABC$中，点 D 是 BC 边上一点，已知$\angle DAC=\alpha$，$\angle DAB=90°-\frac{\alpha}{2}$，CE 平分$\angle ACB$交 AB 于点 E，连接 DE，则$\angle DEC$的度数为（　　）



A．$\frac{\alpha}{3}$　　B．$\frac{\alpha}{2}$　　C．$30°-\frac{\alpha}{2}$　　D．$45°-\alpha$

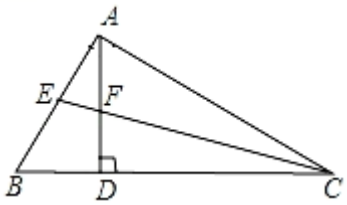
类型四、角平分线的性质的实际应用

10．如图，$\triangle ABC$中，$\angle BAC=60°$，$\angle ABC$、$\angle ACB$的平分线交于E，D是AE延长线上一点，且$\angle BDC=120°$．下列结论：①$\angle BEC=120°$；②$DB=DE$；③$\angle BDE=2\angle BCE$．其中所有正确结论的序号有（　　）．



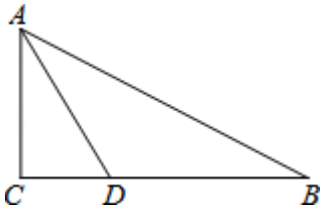
A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

11．如图，在△*ABC* 中，*AD*⊥*BC*，*CE* 平分∠*ACB*，*AD* 交 *CE* 于点 *F*，已知△*AFC* 的面积为 5，*FD*＝2，则 *AC* 长是（　　）



A．2.5　　B．4　　C．5　　D．6

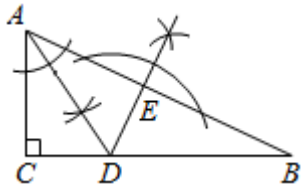
12．如图，在△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*AD* 是△*ABC* 的一条角平分线．若 *AC*＝6，*AB*＝10，则点 *D* 到 *AB* 边的距离为（　　）



A．2　　B．2.5　　C．3　　D．4

类型五、作角平分线

13．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，根据尺规作图的痕迹，判断以下结论错误的是（　　）

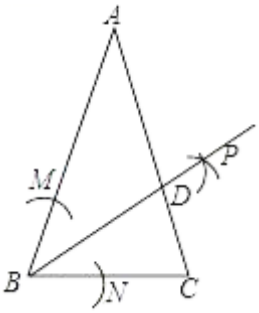


A．$\angle BDE=\angle BAC$　　B．$\angle BAD=\angle B$

C．$DE=DC$　　D．$AE=AC$

14．△*ABC* 中，*AB*＝*AC*，∠*ABC*＝72°，以 *B* 为圆心，以任意长为半径画弧，分别交 *BA*、*BC* 于 *M*、*N*，再分别以 *M*、*N* 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 为半径画弧，两弧交于点 *P*，射线 *BP*

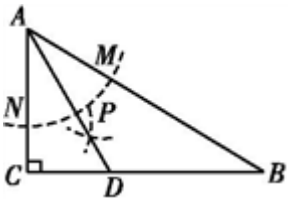
交 AC 于点 D，则图中与 BC 相等的线段有（　　）



A．BD　　B．CD　　C．BD 和 AD　　D．CD 和 AD

15. 如图,在△ABC 中,∠C=90°,∠B=30°,以 A 为圆心,任意长为半径画弧分别交 AB,AC 于点 M 和 N,再分别以 M,N 为圆心,大于 $\frac{1}{2}$MN 的长为半径画弧,两弧交于点 P,连结 AP 并延长交 BC 于点 D,则下列说法中正确的个数是(　　)

①AD 平分∠BAC；②作图依据是 S.A．S；③∠ADC=60°；　④点 D 在 AB 的垂直平分线上

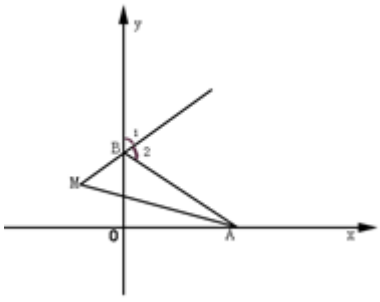


A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

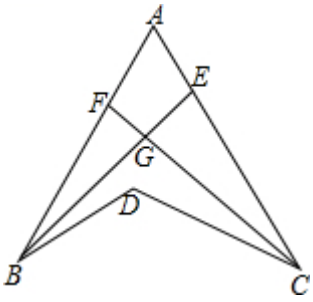
二、填空题

类型一、角平分线的性质定理及证明

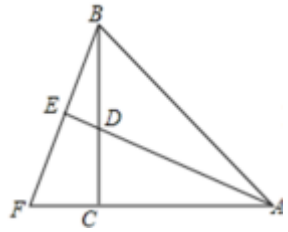
16．如图,在平面直角坐标系 xOy 中,点 A、B 分别在 x 轴的正半轴、y 轴的正半轴上移动,点 M 在第二象限，且 MA 平分∠BAO，做射线 MB，若∠1=∠2，则∠M 的度数是_____.



17．如图，BE 是 $\angle ABD$ 的平分线，CF 是 $\angle ACD$ 的平分线，BE 与 CF 交于 G，若 $\angle BDC=140°$，$\angle BGC=110°$，则 $\angle A=$_____.

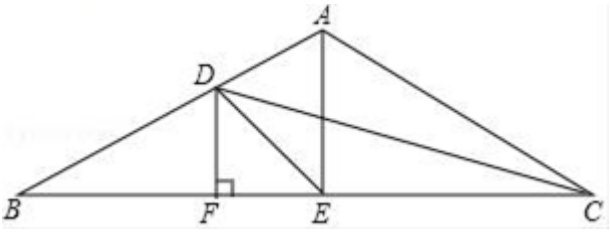


18．如图，AC=BC，∠ACD=90°，AE 平分∠BAC，BF⊥AE，交 AC 的延长线于 F，且垂足为 E，则下列结论：①AD=BF；②BF=AF；③AB=BF；④AC+CD=AB；⑤AD=2BE．其中正确的结论有_____．

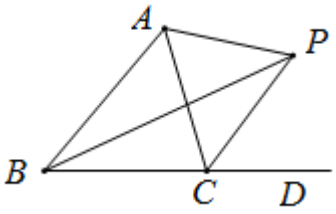


类型二、角的平分线的性质定理

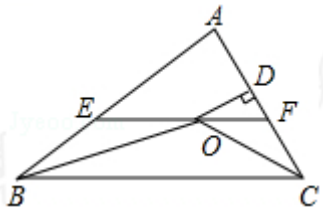
19．在△ABC 中，∠BAC=120°，AB=AC，∠ACB 的平分线交 AB 于 D，AE 平分∠BAC 交 BC 于 E，连接 DE，DF⊥BC 于 F，则∠EDC=_____°．



20．如图所示，$\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线 CP 与 $\angle ABC$ 的平分线相交于点 P，若 $\angle BPC=36°$，则 $\angle CAP=$_____．



21．如图，在△*ABC* 中，∠*ABC* 和∠*ACB* 的平分线相交于点 *O*，过点 *O* 作 *EF*∥*BC* 交 *AB* 于 *E*，交 *AC* 于 *F*，过点 *O* 作 *OD*⊥*AC* 于 *D*，下列四个结论：



①$EF=BE+CF$；

②$\angle BOC=90°+\frac{1}{2}\angle A$；

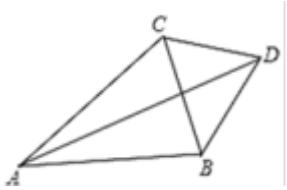
③点 O 到$\triangle ABC$ 各边的距离相等；

④设 $OD=m$，$AE+AF=n$，则 $S_{\triangle AEF}=mn$．

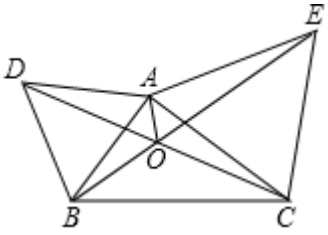
其中正确的结论是____．（填序号）

类型三、角平分线的判定定理

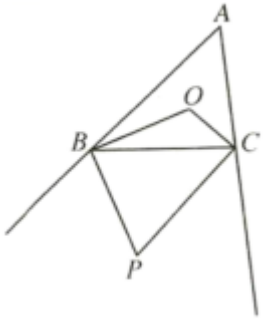
22．如图,在△ABC 中,∠BAC=40°,∠ACB=60°，D 为△ABC 外一点，DA 平分∠BAC，且∠CBD=50°，则∠DCB 的度数是_____.



23．如图，$\triangle ABD$ 和$\triangle ACE$ 分别是等边三角形，$AB\neq AC$，下列结论中（1）$DC=BE$，（2）$\angle BOD=60°$，（3）$\angle BDO=\angle CEO$，（4）OA 平分 $\angle DOE$，（5）AO 平分 $\angle BAC$．正确的有_____（填序号）．

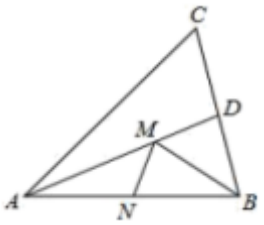


24．如图，$\angle A=52°$，O 是 $\angle ABC$、$\angle ACB$ 的角平分线交点，P 是 $\angle ABC$、$\angle ACB$ 外角平分线交点，则 $\angle BOC=$_____°，$\angle BPC=$_____°，联结 AP，则 $\angle PAB=$_____°，点 O ____（选填“在”、“不在”或“不一定在”）直线 AP 上．

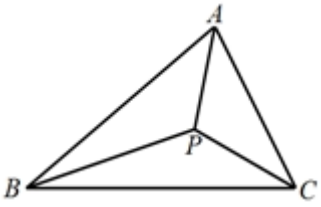


类型四、角平分线的性质的实际应用

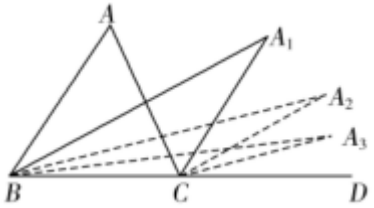
25．如图，在锐角 ΔABC 中，$AC=8cm$，$S_{\Delta ABC}=18cm^2$，AD 平分 $\angle BAC$，M、N 分别是 AD 和 AB 上 的动点，则 $BM+MN$ 的最小值是_____ cm .



26．如图，△ABC 的三边 AB、BC、CA 的长分别为 30、40、15，点 P 是三条角平分线的交点，将△ABC 分成三个三角形，则 $S_{\Delta APB}$ ： $S_{\Delta BPC}$ ： $S_{\Delta CPA}$ 等于____.



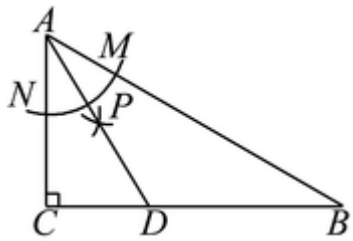
27．如图，BA_1 和 CA_1 分别是 $\triangle ABC$ 的内角平分线和外角平分线，BA_2 是 $\angle A_1BD$ 的角平分线，CA_2 是 $\angle A_1CD$ 的角平分线，BA_3 是 $\angle A_2BD$ 的角平分线，CA_3 是 $\angle A_2CD$ 的角平分线，若 $\angle A=64°$，则 $\angle A_1=$_____，$\angle A_3=$_____，若 $\angle A=\alpha$，则 $\angle A_{2018}$ 为_____.



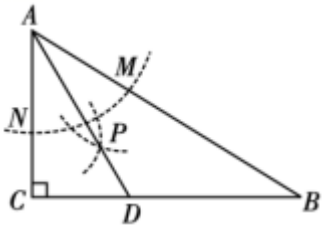
类型五、作角平分线

28．如图，在△ABC 中，∠C＝90°，∠B＝30°，以点 A 为圆心，任意长为半径画弧分别交

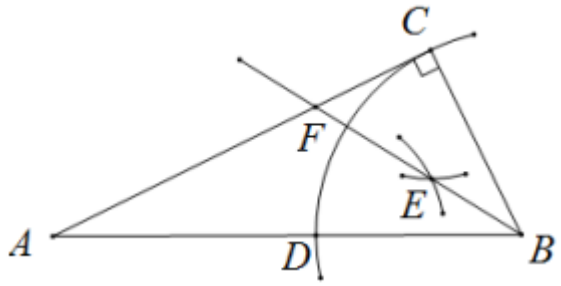
AB，AC 于点 M 和 N，再分别以点 M，N 为圆心，大于$\frac{1}{2}$MN 的长为半径画弧，两弧交于点 P，连接 AP 并延长交 BC 于点 D，则下列说法：①AD 是∠BAC 的平分线；②∠ADC＝60°；③点 D 在 AB 的垂直平分线上；④$S_{\triangle DAC}$：$S_{\triangle ABC}$＝1：3.其中正确的是_____．(填所有正确说法的序号)



29．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°,\angle B=30°$，以A为圆心，任意长为半径画弧分别交$AB,AC$于点$M$和$N$，再分别以点$M,N$为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$的长为半径画弧，两弧交于点$P$，连接$AP$并延长交$BC$于点$D$，则下列说法①$AD$平分$\angle BAC$；②$\angle ADC=60°$；③点$D$在$AB$的垂直平分线上；④连接$DM,DN$，则$DM=DN$，其中正确的是_____．（填序号）



30．如图，$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，以B为圆心，BC为半径作弧，交AB于点D，分别以C，D为圆心，大于$\frac{1}{2}CD$长为半径作弧，两弧交于点E，射线BE交AC于点F，若$AF=4$，则BD的长为_____；



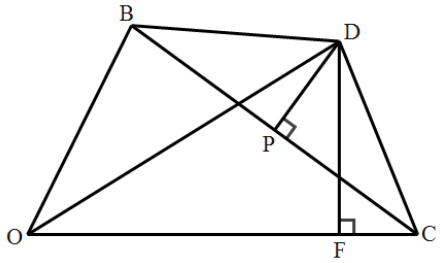
三、解答题

31．如图，在△OBC中，边BC的垂直平分线交∠BOC的平分线于点D，连接DB，DC，过点D作$DF\perp OC$于点F.

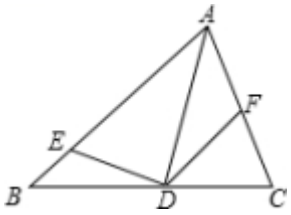
(1)若∠BOC＝60°，求∠BDC的度数；

(2)若∠*BOC*＝α，则∠*BDC*＝_____；（直接写出结果）

(3)直接写出 *OB*，*OC*，*OF* 之间的数量关系.



32．在△ABC 中，AD 是∠BAC 的平分线，E、F 分别为 AB、AC 上的点，且∠EDF+∠EAF=180°，求证 DE=DF.

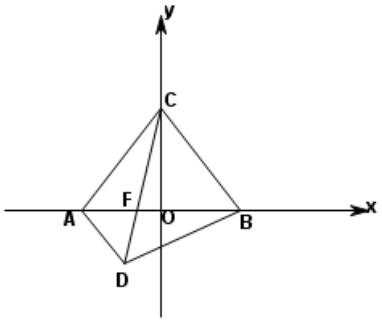


33．如图，已知 A(-1,0),B(1,0),C 为 y 轴正半轴上一点，点 D 为第三象限一动点，CD 交 AB 于 F,且∠ADB=2∠BAC，

(1)求证：∠ADB 与∠ACB 互补；

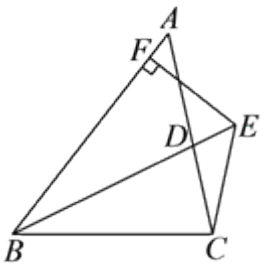
(2)求证：CD 平分∠ADB；

(3)若在 D 点运动的过程中，始终有 DC=DA+DB,在此过程中，∠BAC 的度数是否变化？如果变化，请说明理由；如果不变，请求出∠BAC 的度数.



34．已知：如图，*BD* 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，且 $BD = BC$，*E* 为 *BD* 延长线上的一点，

$BE=BA$，过 E 作 $EF\perp AB$，F 为垂足．



求证：（1）$AD=AE=EC$．

（2）$BA+BC=2BF$．

35．画图计算：

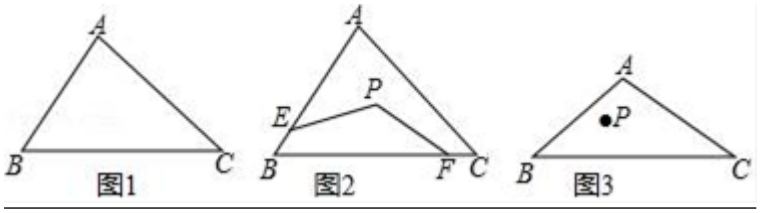
(1)已知△ABC，请用尺规在图 1 中△ABC 内确定一个点 P，使得点 P 到 AB 和 BC 的距离相等，且满足 P 到点 B 和点 C 的距离相等(不写作法，保留作图痕迹)．

(2)如图 2，如果点 P 是(1)中求作的点，点 E、F 分别在边 AB、BC 上，且 PE＝PF．

①若∠ABC＝60°，求∠EPF 的度数；

②若 BE＝2，BF＝8，EP＝5，求 BP 的长．

(3)如图 3，如果点 P 是△ABC 内一点，且点 P 到点 B 的距离是 7，若∠ABC＝45°，请分别在 AB、BC 上求作两个点 M、N，使得△PMN 的周长最小(不写作法，保留作图痕迹)，则△PMN 的最小值为_____．



参考答案

1．B

【解析】

【详解】

解：①∵$BD\perp FD$，∴$\angle FGD+\angle F=90°$，∵$FH\perp BE$，∴$\angle BGH+\angle DBE=90°$，∵$\angle FGD=\angle BGH$，

∴$\angle DBE=\angle F$，①正确；

②∵BE 平分$\angle ABC$，∴$\angle ABE=\angle CBE$，$\angle BEF=\angle CBE+\angle C$，∴$2\angle BEF=\angle ABC+2\angle C$，

$\angle BAF=\angle ABC+\angle C$，∴$2\angle BEF=\angle BAF+\angle C$，②正确；

③$\angle ABD=90°-\angle BAC$，

$\angle DBE=\angle ABE-\angle ABD=\angle ABE-90°+\angle BAC=\angle CBD-\angle DBE-90°+\angle BAC$，∵$\angle CBD=90°-\angle C$，

∴$\angle DBE=\angle BAC-\angle C-\angle DBE$，由①得，$\angle DBE=\angle F$，∴$\angle F=\angle BAC-\angle C-\angle DBE$，③错误；

④∵$\angle AEB=\angle EBC+\angle C$，∵$\angle ABE=\angle CBE$，∴$\angle AEB=\angle ABE+\angle C$，∵$BD\perp FC$，$FH\perp BE$，

∴$\angle FGD=\angle FEB$，∴$\angle BGH=\angle ABE+\angle C$，④正确．

故选：B．

【点拨】本题考查的是三角形内角和定理，正确运用三角形的高、中线和角平分线的概念以及三角形外角的性质是解题的关键．

2．D

【解析】

【分析】

根据题中条件，结合图形及角平分线的性质得到结论，与各选项进行比对，排除错误答案，选出正确的结果．

【详解】

∵AD 平分∠BAC

∴∠DAC=∠DAE

∵∠C=90°，DE⊥AB

∴∠C=∠E=90°

∵AD=AD

∴△DAC≌△DAE

∴∠CDA=∠EDA

∴①AD 平分∠CDE 正确；

无法证明∠BDE=60°，

∴③DE 平分∠ADB 错误；

∵BE+AE=AB，AE=AC

∴BE+AC=AB

∴④BE+AC=AB 正确；

∵∠BDE=90°-∠B，∠BAC=90°-∠B

∴∠BDE=∠BAC

∴②∠BAC=∠BDE 正确.

故选 D.

【点拨】考查了全等三角形的判定和性质，角平分线的性质，解题关键是灵活运用角平分线的性质进行分析.

3．C

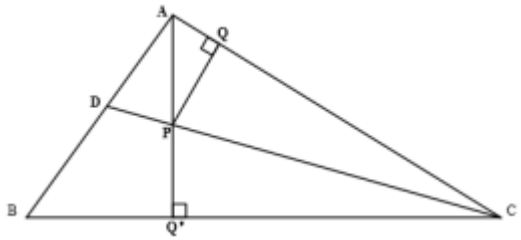
【解析】

【分析】

由题意可知，根据角平分线的性质，先确定当 $PA+PQ$ 取最小值时动点 P 、 Q 的位置，再利用三角形的面积公式即可求出答案.

【详解】

过点 A 作 $AQ'\perp BC$ 于点 Q'，交 CD 于点 P，过点 P 作 $PQ\perp AC$，如图所示



∵ CD 平分 $\angle ACB$， P 、 Q 分别是 CD 和 AC 上的动点

∴ $PQ'=PQ$， Q 与 Q' 关于 CD 对称

∴此时， $AQ'=\left(PA+PQ\right)_{\text{最小值}}$

∵ $BC=10$， $S_{\Delta ABC}=24$

∴ $AQ'=\dfrac{2S_{\Delta ABC}}{BC}=\dfrac{2\times 24}{10}=\dfrac{24}{5}$

∴ $PA+PQ$ 的最小值是 $\dfrac{24}{5}$

故选：C

【点拨】本题是轴对称最短路线问题，主要考查了角平分线的性质、对称的性质以及三角形

的面积公式，确定 $AQ'=(PA+PQ)_{最小值}$ 是解题的关键.

4．A

【解析】

【详解】

∵BF∥AC，∴∠C=∠CBF，　∵BC 平分∠ABF，∴∠ABC=∠CBF，∴∠C=∠ABC，

∴AB=AC，∵AD 是△ABC 的角平分线，∴BD=CD，AD⊥BC，故②③正确，

在△CDE 与△DBF 中，$\begin{cases}\angle C=\angle CBF\\ CD=BD\\ \angle EDC=\angle BDF\end{cases}$，∴△CDE≌△DBF，∴DE=DF，CE=BF，故①正确；

∵AE=2BF，∴AC=3BF，故④正确.

故选 A.

考点：1．全等三角形的判定与性质；2．角平分线的性质；3．全等三角形的判定与性质.

5．D

【解析】

【分析】

根据角分线的定义，可证 $\angle AOB=90°$；

根据角平分线上的点到角两边距离相等可证 $AD+BC=AE+BE=AB$；

通过证明 $Rt\triangle AOD\cong Rt\triangle AOE$ 和 $Rt\triangle BOC\cong Rt\triangle BOE$ 可得 OD=OE=OC；

通过同角或等角的余角相等，可证明与 $\angle CBO$ 互余的角有四个.由此可判断.

【详解】

解：∵点 A，B 分别是∠NOF，∠MOF 平分线上的点

$\therefore \text{Đ}AOD=\text{Đ}AOE=\frac{1}{2}\text{Đ}DOE,\text{Đ}BOC=\text{Đ}BOE=\frac{1}{2}\text{Đ}COE$

$\therefore \text{Đ}AOE+\text{Đ}BOE=\frac{1}{2}\text{Đ}DOE+\frac{1}{2}\text{Đ}COE=\frac{1}{2}(\text{Đ}DOE+\text{Đ}COE)=\frac{1}{2}\times 180°=90°$

即 $\angle AOB=90°$，故 A 正确；

又∵ $AB\perp OF$ 于点 E，$BC\perp MN$ 于点 C，$AD\perp MN$ 于点 D

$\therefore AE=AD,BE=BC$

$\therefore AD+BC=AE+BE=AB$,故 B 选项正确；

在 Rt△AOD 和 Rt△AOE 中，

$\begin{cases} AO = AO \\ AD = AE \end{cases}$

$\therefore Rt\triangle AOD \cong Rt\triangle AOE(HL)$

∴OD=OE，∠OAE=∠OAD

同理可证 OC=OE

∴OC= OD，即 O 为 CD 的中点，故 C 正确；

$\because BC \perp MN$ 于点 C，

∴∠COB+∠CBO=90°，

又∵$\text{Đ}BOC = \text{Đ}BOE$，

∴∠BOE+∠CBO=90°，

$\because \angle AOB = 90°$， $AB \perp OF$ 于点 E

∴∠BOE+∠AOE=90°，∠OAE+∠AOE=90°

∴∠BOE=∠OAE=∠OAD

∴∠OAE +∠CBO=90°，∠OAD +∠CBO=90°

所以与∠CBO 互余的角有四个，分别为∠COB，∠BOE，∠OAE，∠OAD，D 选项错误；

故选 D.

【点拨】本题考查角平分线上的点到角的两边距离相等的性质，全等三角形的判定与性质，同角或等角的余角相等.熟记性质并结合图进行判断是解决此题的关键.

6．B

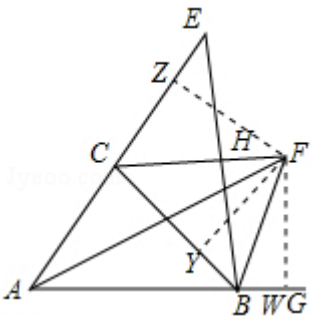
【解析】

【分析】

作 $FZ \perp AE$ 于 Z，$FY \perp CB$ 于 Y，$FW \perp AB$ 于 W，根据角平分线的性质得到 $FZ=FY$，根据角平分线的判定定理得到$\angle FCZ=\angle FCY$，根据题意得到答案.

【详解】

解：作 $FZ \perp AE$ 于 Z，$FY \perp CB$ 于 Y，$FW \perp AB$ 于 W，



∵*AF* 平分∠*BAC*，*FZ*⊥*AE*，*FW*⊥*AB*，

∴*FZ*=*FW*，

同理 *FW*=*FY*，

∴*FZ*=*FY*.

∵*FZ*⊥*AE*，*FY*⊥*CB*，

∴∠*FCZ*=∠*FCY*，

∵∠*AFB*=40°，

∴∠*ACB*=80°，

∴∠*ZCY*=100°，

∴∠*BCF*=50°.

故选 B.

【点拨】本题考查的是角平分线的性质和判定，掌握角的平分线上的点到角的两边的距离相等、到角的两边的距离相等的点在角的平分线上是解题的关键.

7．D

【解析】

【详解】

∵△*ABC* 是等边三角形，*PR*⊥*AB*，*PS*⊥*AC*，且 *PR*=*PS*，∴*P* 在∠*A* 的平分线上，故①正确；

由①可知，*PB*=*PC*，∠*B*=∠*C*，*PS*=*PR*，∴△*BPR*≌△*CPS*，∴*AS*=*AR*，故②正确；

∵*AQ*=*PQ*，∴∠*PQC*=2∠*PAC*=60°=∠*BAC*，∴*PQ*∥*AR*，故③正确；

由③得，△*PQC* 是等边三角形，∴△*PQS*≌△*PCS*，又由②可知，④△*BRP*≌△*QSP*，故④也正确，∵①②③④都正确，故选 D.

点睛：本题考查了角平分线的性质与全等三角形的判定与性质，准确识图并熟练掌握全等三角形的判定方法与性质是解题的关键.

8．C

【解析】

【分析】

①证明△BAD≌△CAE,再利用全等三角形的性质即可判断；②由△BAD≌△CAE 可得∠ABF=∠ACF，再由∠ABF+∠BGA=90°、∠BGA=∠CGF 证得∠BFC=90°即可判定；③分别过 A 作 AM⊥BD、AN⊥CE,根据全等三角形面积相等和 BD=CE，证得 AM=AN,即 AF 平分∠BFE,即可判定；④由 AF 平分∠BFE 结合 $BF \perp CF$ 即可判定.

【详解】

解：∵∠BAC=∠EAD

∴∠BAC+∠CAD=∠EAD+∠CAD,即∠BAD=∠CAE

在△BAD 和△CAE 中

AB=AC, ∠BAD=∠CAE,AD=AE

∴△BAD≌△CAE

∴BD=CE

故①正确；

∵△BAD≌△CAE

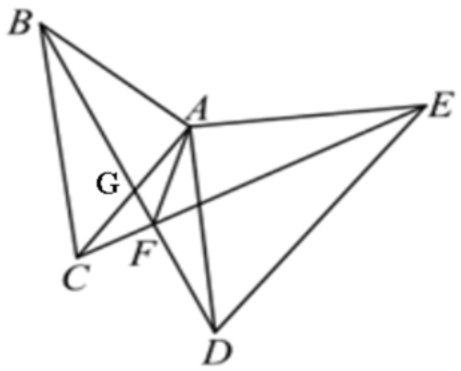
∴∠ABF=∠ACF

∵∠ABF+∠BGA=90°、∠BGA=∠CGF

∴∠ACF+∠BGA=90°,

∴∠BFC=90°

故②正确；



分别过 A 作 AM⊥BD、AN⊥CE 垂足分别为 M、N

∵△BAD≌△CAE

∴$S_{\triangle BAD}=S_{\triangle CAE}$,

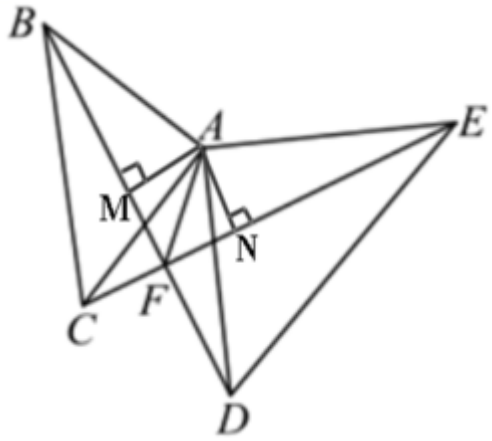
$\therefore \frac{1}{2}BD \cdot AM = \frac{1}{2}CE \cdot AN$

∵BD=CE

∴AM=AN

∴ AF 平分∠BFE，无法证明 AF 平分∠CAD.

故③错误；



∵ AF 平分∠BFE， $BF \perp CF$

$\therefore \angle AFE = 45°$

故④正确.

故答案为 C.

【点拨】本题考查了全等三角形的判定与性质、角平分线的判定与性质以及角的和差等知识，其中正确应用角平分线定理是解答本题的关键.

9．B

【解析】

【分析】

过点 E 作 $EM \perp AC$ 于 M， $EN \perp AD$ 于 N， $EH \perp BC$ 于 H，如图，先计算出 $\angle EAM$，则 AE 平分 $\angle MAD$，根据角平分线的性质得 $EM = EN$，再由 CE 平分 $\angle ACB$ 得到 $EM = EH$，则 $EN = EH$，于是根据角平分线定理的逆定理可判断 DE 平分 $\angle ADB$，再根据三角形外角性质解答即可.

【详解】

解：过点 E 作 $EM \perp AC$ 于 M， $EN \perp AD$ 于 N， $EH \perp BC$ 于 H，如图，

∵ $\angle DAC = \alpha$， $\angle DAB = 90° - \frac{\alpha}{2}$，

$\therefore \angle EAM = 90° - \frac{\alpha}{2}$，

$\therefore AE$ 平分 $\angle MAD$，

$\therefore EM = EN$，

$\because CE$ 平分 $\angle ACB$，

$\therefore EM = EH$，

$\therefore EN = EH$，

$\therefore DE$ 平分 $\angle ADB$，

$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2}\angle ADB$，

$\because$ 由三角形外角可得：$\angle 1 = \angle DEC + \angle 2$，

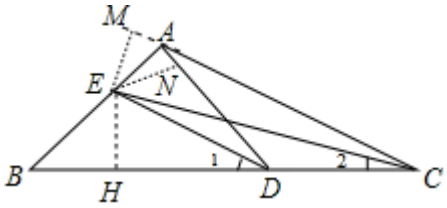
$\because \angle 2 = \frac{1}{2}\angle ACB$，

$\therefore \angle 1 = \angle DEC + \frac{1}{2}\angle ACB$，

而 $\angle ADB = \angle DAC + \angle ACB$，

$\therefore \angle DEC = \frac{1}{2}\angle DAC = \frac{1}{2}\alpha$，

故选：B.



【点拨】本题考查了角平分线的性质和判定定理，三角形的外角性质定理，解决本题的关键是运用角平分线定理的逆定理证明 DE 平分 $\angle ADB$.

10．D

【解析】

【详解】

分析：根据三角形内角和等于 180°求出∠ABC+∠ACB，再根据角平分线的定义求出∠EBC+∠ECB，然后求出∠BEC=120°，判断①正确；过点 D 作 DF⊥AB 于 F，DG⊥AC 的延长线于 G，根据角平分线上的点到角的两边的距离相等可得 DF=DG，再求出∠BDF=∠CDG，然后利用“角边角”证明△BDF 和△CDG 全等，根据全等三角形对应边相等可得 BD=CD，再根据等边对等角求出∠DBC=30°，然后根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和以及角平分线的定义求出∠DBE=∠DEB，根据等角对等边可得 BD=DE，判断②正确，再

求出 B，C，E 三点在以 D 为圆心，以 BD 为半径的圆上，根据同弧所对的圆周角等于圆心角的一半可得∠BDE=2∠BCE，判断③正确．

详解：$\because \angle BAC=60°$，

$\therefore \angle ABC+\angle ACB=180°-60°=120°$，

$\because BE$、CE 分别为 $\angle ABC$、$\angle ACB$ 的平分线，

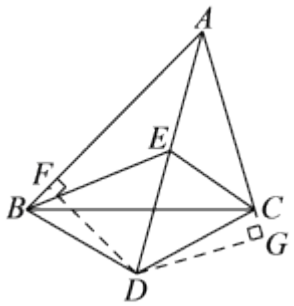
$\therefore \angle EBC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle ECB=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\therefore \angle EBC+\angle ECB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=\frac{1}{2}\times 120°=60°$，

$\therefore \angle BEC=180°-(\angle EBC+\angle ECB)=180°-60°=120°$，

故①正确．

如图，过点 D 作 $DF\perp AB$ 于 F，$DG\perp AC$ 的延长线于 G，



$\because BE$、CE 分别为 $\angle ABC$、$\angle ACB$ 的平分线，

$\therefore AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore DF=DG$，

$\therefore \angle FDG=360°-90°\times 2-60°=120°$，

又$\because \angle BDC=120°$，

$\therefore \angle BDF+\angle CDF=120°$，$\angle CDG+\angle CDF=120°$．

$\therefore \angle BDF=\angle CDG$，

$\because$在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CDG$ 中，

$$\begin{cases}\angle BFD=\angle CGD=90°\\ DF=DG\\ \angle BDF=\angle CDG\end{cases}$$，

$\therefore \triangle BDF\cong\triangle CDG(ASA)$，

$\therefore DB=CD$，

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}(180° - 120°) = 30°$，

$\therefore \angle DBC = \angle DBC + \angle CBE = 30° + \angle CBE$，

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$， AE 平分 $\angle BAC$，

$\therefore \angle ABE = \angle CBE$， $\angle BAE = \frac{1}{2}\angle BAC = 30°$，

根据三角形的外角性质，

$\angle DEB = \angle ABE + \angle BAE = \angle ABE + 30°$，

$\therefore \angle DEB = \angle DBE$，

$\therefore DB = DE$，故②正确．

$\because DB = DE = DC$，

$\therefore B$、C、E 三点在以 D 为圆心，以 BD 为半径的圆上，

$\therefore \angle BDE = 2\angle BCE$，故③正确，

综上所述，正确结论有①②③，

故选 D．

点睛：本题考查了角平分线的性质，全等三角形的判定与性质，等角对等边的性质，圆内接四边形的判定，同弧所对的圆周角等于圆心角的一半性质，综合性较强，难度较大，特别是③的证明．

11．C

【解析】

【分析】

根据已知作 $FH \perp AC$，先求出 FH，再利用面积法，便可求出 AC.

【详解】

解：过 F 作 $FH \perp AC$，

$\because AD \perp BC$，CE 平分 $\angle ACB$，

$\therefore FH = DF$，

$\because FD = 2$，

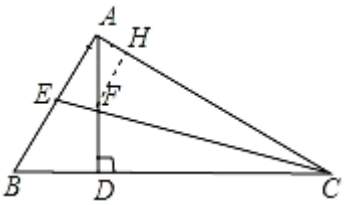
$\therefore FH = 2$，

$\because \triangle AFC$ 的面积为 5，

$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot FH = \frac{1}{2} \times 2 \times AC = 5$，

$\therefore AC = 5$，

故选：*C*.



【点拨】考查了角平分线性质和用面积法求三角形的低，也属于常考题目，希望重点掌握.

12．C

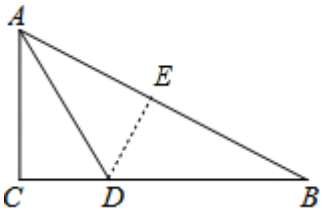
【解析】

【分析】

作 DE⊥AB 于 E，由勾股定理计算出可求 BC=8，再利用角平分线的性质得到 DE=DC，设 DE=DC=x，利用等等面积法列方程、解方程即可解答.

【详解】

解：作 *DE*⊥*AB* 于 *E*，如图，



在 Rt△*ABC* 中，*BC*＝$\sqrt{10^2-6^2}$ ＝8，

∵*AD* 是△*ABC* 的一条角平分线，*DC*⊥*AC*，*DE*⊥*AB*，

∴*DE*＝*DC*，

设 *DE*＝*DC*＝*x*，

$S_{△}ABD=\frac{1}{2}DE•AB=\frac{1}{2}AC•BD$，

即 10*x*＝6（8﹣*x*），解得 *x*＝3，

即点 *D* 到 *AB* 边的距离为 3.

故答案为 *C*.

【点拨】本题考查了角平分线的性质和勾股定理的相关知识，理解角的平分线上的点到角的两边的距离相等是解答本题的关键..

13．B

【解析】

【分析】

先通过作图过程可得 AD 平分$\angle BAC$,$DE\perp AB$,然后证明$\triangle ACD\cong\triangle AED$ 说明 C、D 正确，再根据直角三角形的性质说明选项 A 正确，最后发现只有 $AE=EB$ 时才符合题意.

【详解】

解：由题意可得：AD 平分$\angle BAC$,$DE\perp AB$,

在$\triangle ACD$ 和$\triangle AED$ 中

$\angle AED=\angle C$，$\angle EAD=\angle CAD$,$AD=AD$

$\therefore\triangle ACD\cong\triangle AED$（$AAS$）

$\therefore DE=DC$,$AE=AC$,即 C、D 正确；

在 $Rt\triangle BED$ 中，$\angle BDE=90°-\angle B$

在 $Rt\triangle BED$ 中，$\angle BAC=90°-\angle B$

$\therefore\angle BDE=\angle BAC$，即选项 A 正确；

选项 B，只有 $AE=EB$ 时，才符合题意.

故选 B.

【点拨】本题主要考查了尺规作图、全等三角形的性质与判定、直角三角形的性质，正确理解尺规作图成为解答本题的关键.

14．C

【解析】

【分析】

由基本作图得到 BP 平分∠ABC，所以∠ABP=∠CBP=36°，则利用等腰三角形的性质得∠C=∠ABC=72°，再利用三角形内角和定理计算出∠A=36°，于是得到 AD=BD，然后计算出∠BDC=72°，从而得到∠BDC=∠C，所以 BD=BC.

【详解】

解：由画法得 BP 平分$\angle ABC$，则$\angle ABP=\angle CBP=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 72^{\circ}=36^{\circ}$，

$\because AB=AC$，

$\therefore\angle C=\angle ABC=72°$，

$\therefore\angle A=180°-2\times 72°=36°$，

$\therefore\angle A=\angle ABD$，

$\therefore AD=BD$，

$\because\angle BDC=\angle A+\angle ABD=72°$，

∴∠*BDC*＝∠*C*，

∴*BD*＝*BC*，

即 *BC*＝*BD*＝*AD*.

故选 *C*.

【点拨】本题考查了作图-基本作图：熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）.也考查了等腰三角形的判定与性质.

15．C

【解析】

【详解】

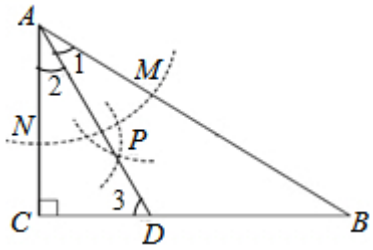
①根据作图的过程可以判定 AD 是∠BAC 的∠平分线；

②根据作图的过程可以判定出 AD 的依据；

③利用角平分线的定义可以推知∠CAD=30°，则由直角三角形的性质求∠ADC 的度数；

④利用等角对等边可以证得△ADB 的等腰三角形，由等腰三角形的“三合一”的性质可以证明点在 AB 的中垂线上.

解：如图所示，



①根据作图的过程可知，AD 是∠BAC 的∠平分线；

故①正确；

②根据作图的过程可知，作出 AD 的依据是 SSS；

故②错误；

③∵在△ABC 中，∠C=90°，∠B=30°，

∴∠CBA=60°.

又∵AD 是∠BAC 的平分线，

∴$\angle 1=\angle 2=\frac{1}{2}\angle CAB=30°$，

∴∠3=90°-∠2=60°，即∠ADC=60°.

故③正确；

④∵∠1=∠B=30°，

∴AD=BD，

∴点 D 在 AB 的中垂线上.

故④正确；

故选 C.

“点睛”此题主要考查的是作图-基本作图，涉及到角平分线的作法以及垂直平分线的性质，熟练根据角平分线的性质得出∠ADC 的度数是解题的关键.

16．45°

【解析】

【分析】

根据三角形内角与外角的关系可得$\angle 2=\angle M+\angle MAB$

由角平分线的性质可得$\angle MAB=\angle MAO$

根据三角形内角和定理可得$\angle OBA+\angle OAB+\angle BOA=180°$

易得∠M 的度数.

【详解】

在$\triangle ABM$中，$\angle 2$是$\triangle ABM$的外角

$\therefore \angle 2=\angle M+\angle MAB$

由三角形内角和定理可得$\angle OBA+\angle OAB+\angle BOA=180°$

$\because \angle BOA=90°$

$\therefore \angle OBA+\angle OAB=90°$

$\because$MA 平分$\angle BAO$

$\therefore \angle BAO=2\angle MAB$

由三角形内角与外角的关系可得$\angle 1+\angle 2=\angle BAO+\angle BOA=90°+\angle BAO$

$\because \angle 1=\angle 2$

$\therefore 2\angle 2=90°+\angle BAO$

又$\because \angle 2=\angle M+\angle MAB$

$\therefore 2\angle 2=2\angle M+2\angle MAB=2\angle M+\angle BAO$

$\therefore 90°+\angle BAO=2\angle M+\angle BAO$

$2\angle M=90°$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/507142104044006062