2024年高考真题完全解读（新高考II卷）

适用省份

重庆、海南、辽宁、黑龙江、吉林、云南、山西、贵州、广西、甘肃、新疆

养成良好的答题习惯，是决定成败的决定性因素之一。做题前，要认真阅读题目要求、题干和选项，并对答案内容作出合理预测;答题时，切忌跟着感觉走，最好按照题目序号来做，不会的或存在疑问的，要做好标记，要善于发现，找到题目的题眼所在，规范答题，书写工整;答题完毕时，要认真检查，查漏补缺，纠正错误。

2024年新高考II卷数学试题在贯彻党的二十大精神、立德树人的教育理念下，展现出了多方面的创新和特色。以下是对试题特点的详细分析：

一、试卷结构设计精巧，题型丰富多样

新高考II卷数学试题在结构上进行了精心设计，通过选择题和非选择题两大板块的有机结合，全面考查了学生的数学素养和能力。选择题部分涵盖了单项选择和多项选择，不仅检验了学生对基础知识的掌握程度，还考察了他们的解题速度和判断能力。非选择题部分则包括填空题、解答题、证明题等多种题型，这些题目更加注重学生的解题思路和方法的运用，有助于全面展示学生的数学思维和创新能力。

二、题目难度适中，具有挑战性

整体而言，新高考II卷数学试题的难度适中，既不会过于简单导致学生失去挑战的乐趣，也不会过于复杂而超出学生的能力范围。部分题目设计得相当巧妙，需要学生在掌握基础知识的同时，能够灵活运用所学知识进行推理和分析。这种设计有助于激发学生的思维潜能，培养他们的解题能力和探索精神。

三、突出数学学科特点，强化基础知识考查

新高考 II 卷数学试题充分体现了数学学科的特点，强化了对基础知识的考查。试题内容涵盖了高中数学的主要知识点，包括代数、几何、概率统计等各个领域。通过对这些知识点的深入考查，试题旨在帮助学生更好地理解和掌握数学知识，提高他们的数学素养和能力。

四、注重关键能力测试，推动学生全面发展

除了对基础知识的考查外，新高考 II 卷数学试题还注重对学生关键能力的测试。这些能力包括逻辑思维能力、空间想象能力、运算求解能力以及创新思维能力等。通过设计具有挑战性和开放性的问题，试题旨在引导学生深入思考、积极探索，培养他们的创新意识和实践能力。这种考试导向有助于推动学校教育的改革和创新，促进学生的全面发展和个性成长。

五、贯彻立德树人理念，体现德育为先

在试题设计中，新高考 II 卷数学试题充分贯彻了立德树人的教育理念，强调了德育的重要性。试题从不同层面、不同角度体现了德育元素，如家国情怀、爱国情操等，旨在培养学生的国家意识和民族自豪感。同时，试题还注重培养学生的世界眼光和时代意识，引导他们关注社会发展和科技进步，为成为具有社会责任感和创新精神的人才打下坚实基础。

综上所述，2024 年新高考 II 卷数学试题在试卷结构、题目难度、学科特点以及德育导向等方面都展现出了创新和特色。这份试卷既能够检验学生对知识的掌握程度，又能够激发他们的思维潜能和创新精神，对于推动基础教育提质增效具有积极作用。

题型新变化

2024 年新高考 II 卷数学试题在多个方面展现出了显著的改革与创新。以下是对其特点的具体分析：

一、试卷结构调整与优化

新高考 II 卷数学试题在结构上进行了调整，减少了部分题目的数量，这一变化为学生预留了更多的思考时间。在紧张的考试环境中，这一举措有助于缓解学生的心理压力，使他们能够更加从容地面对试题，深入理解和分析问题。同时，这也体现了对学生思维能力的高度重视，鼓励他们充分发挥自己的思维潜能。

二、命题风格与考查重点的转变

新试卷在命题风格上深化了基础性考查，注重主干知识的考察，并加强了思维灵活性的训练。这一变化有助于引导学生夯实数学基础，掌握核心知识点，同时培养他们的思维灵活性和创新能力。试题还强化了素养导向，重视创新能力的培养，体现了数学的应用性。通过解决实际问题，学生能够更好地理解数学知识的实际应用价值，提升数学素养和综合能力。

三、难度分布与题目设计的特点

新高考 II 卷数学试题的难度分布相对合理，既立足基础，又有一定区分度。除了最后一题的最后一问难度稍高外，其他题目的难度相对适中，这一设计有助于满足不同水平学生的需求，既能让大部分学生得到基本分数的保障，又能选拔出具有潜力的优秀学生。同时，试题在题型设置上呈现出多样化趋势，通过增加不确定性和融合跨章节知识点，考查学生的综合运用能力和问题解决能力。这种设计有助于培养学生的创新思维和实践能力，提升他们的综合素质。

四、德育导向与立德树人的体现

新高考 II 卷数学试题在贯彻德育导向方面做得十分出色。试题通过融入家国情怀、爱国情操等德育元素，引导学生树立正确的价值观和人生观。同时，试题还注重培养学生的世界眼光和时代意识，引导他们关注社会发展和科技进步，增强社会责任感和创新精神。这种德育导向不仅有助于提升学生的综合素质，还有利于推动学校教育的改革和创新。

综上所述，新高考 II 卷数学试题在试卷结构、命题风格、难度分布以及德育导向等方面都展现出了显著的改革与创新。这些变化不仅有助于更全面地评价学生的数学素养和综合能力，还有利于推动基础教育的提质增效和培养学生的创新精神和实践能力。

考情分析

题号	分值	题型	考查内容	考查点
1	5	单选题	复数	复数模的计算
2	5		命题	命题及其否定的真假判断
3	5		平面向量	已知向量的模长，通过向量的垂直关系，计算向量的模
4	5		统计	通过频数分布表，判断中位数、极差、平均数等
5	5		圆锥曲线	代入法求轨迹方程

6	5		函数	二次函数与余弦函数的交点问题，考查偶函数的对称性，也可转化为零点问题
7	5		立体几何	三棱台中求线面角的正切值
8	5		函数	分析对数函数的符号，分类讨论，通过转化为二次函数求最值
9	6	多选题	三角函数	正弦型函数的零点、最值、周期、对称轴
10	6		圆锥曲线	直线与圆相切；三点共线问题；线段垂直判断；线段相等时动点个数
11	6		函数	三次方型函数的零点、最值、对称轴、对称中心，拐点结论
12	5	填空题	数列	等差数列求和
13	5		三角函数	同角公式，恒等变换，角的范围确定，弦化切
14	5		统计	列举法表示样本空间
15	13	解答题	解三角形	求三角形的内角；求三角形的周长
16	15		导数	求切线方程；通过极值求参数取值范围
17	15		立体几何	证明线线垂直；求二面角的正弦值
18	17		概率	投篮比赛问题，对立事件、独立事件的概率公式，分布列及期望
19	17		圆锥曲线与数列	双曲线与等比数列综合考查，求交点，证明等比数列

1、要深入理解并熟练掌握数学的基本概念、公式和定理。这些基础知识是解题的基石，务必做到扎实无误。

2、多做真题和模拟题，尤其是近几年的高考真题。通过大量练习，不仅可以提高解题速度和准确率，还能熟悉考试的题型和难度。

3、注重数学思维的训练也是非常重要的。要学会从不同的角度和层面去思考问题，寻找解决问题的最佳途径。同时，培养逻辑推理能力和空间想象能力也是必不可少的。

4、要保持良好的心态和作息习惯。考试前保持充足的睡眠和饮食，避免紧张焦虑情绪的影响。在考试中，要冷静分析题目，合理分配时间，确保每道题都能得到充分的解答。

2024年新课标全国Ⅱ卷数学试题

一、单选题

1．已知$z=-1-\mathrm{i}$，则$|z|=$（　）

A．0　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

【答案】C

【分析】由复数模的计算公式直接计算即可.

【详解】若$z=-1-\mathrm{i}$，则$|z|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.

2．已知命题p：$\forall x\in\mathbf{R}$，$|x+1|>1$；命题q：$\exists x>0$，$x^3=x$，则（　）

A．p和q都是真命题　　B．$\neg p$和q都是真命题

C．p和$\neg q$都是真命题　　D．$\neg p$和$\neg q$都是真命题

【答案】B

【分析】对于两个命题而言，可分别取$x=-1$、$x=1$，再结合命题及其否定的真假性相反即可得解.

【详解】对于p而言，取$x=-1$，则有$|x+1|=0<1$，故p是假命题，$\neg p$是真命题，

对于q而言，取$x=1$，则有$x^3=1^3=1=x$，故q是真命题，$\neg q$是假命题，

综上，$\neg p$和q都是真命题.

3．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1,|\vec{a}+2\vec{b}|=2$，且$(\vec{b}-2\vec{a})\perp\vec{b}$，则$|\vec{b}|=$（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．1

【答案】B

【分析】由$(\vec{b}-2\vec{a})\perp\vec{b}$得$\vec{b}^2=2\vec{a}\cdot\vec{b}$，结合$|\vec{a}|=1,|\vec{a}+2\vec{b}|=2$，得$1+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=1+6\vec{b}^2=4$，由此即可得解.

【详解】因为$(\vec{b}-2\vec{a})\perp\vec{b}$，所以$(\vec{b}-2\vec{a})\cdot\vec{b}=0$，即$\vec{b}^2=2\vec{a}\cdot\vec{b}$，

又因为$|\vec{a}|=1,|\vec{a}+2\vec{b}|=2$，所以$1+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=1+6\vec{b}^2=4$，从而$|\vec{b}|=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

4．某农业研究部门在面积相等的100块稻田上种植一种新型水稻，得到各块稻田的亩产量（单位：kg）并部分整理下表

亩产量	[900，950）	[950，1000）	[1000，1050）	[1100，1150）	[1150，1200）
频数	6	12	18	24	10

据表中数据，结论中正确的是（　）

A．100块稻田亩产量的中位数小于1050kg

B．100块稻田中亩产量低于1100kg的稻田所占比例超过80%

C．100块稻田亩产量的极差介于200kg至300kg之间

D．100块稻田亩产量的平均值介于900kg至1000kg之间

【答案】C

【分析】计算出前三段频数即可判断 A；计算出低于 1100kg 的频数，再计算比例即可判断 B；根据极差计算方法即可判断 C；根据平均值计算公式即可判断 D.

【详解】对于 A, 根据频数分布表可知, $6+12+18=36<50$,所以亩产量的中位数不小于 1050kg, 故 A 错误；

对于 B，亩产量不低于1100kg 的频数为$24+10=34$，所以低于1100kg 的稻田占比为$\frac{100-34}{100}=66\%$，故 B 错误；

对于 C，稻田亩产量的极差最大为$1200-900=300$，最小为$1150-950=200$，故 C 正确；

对于 D，由频数分布表可得，亩产量在$[1050,1100)$ 的频数为$100-(6+12+18+24+10)=30$，

所以平均值为$\frac{1}{100}\times(6\times925+12\times975+18\times1025+30\times1075+24\times1125+10\times1175)=1067$，故 D 错误.

5．已知曲线 C：$x^2+y^2=16$（$y>0$），从 C 上任意一点 P 向 x 轴作垂线段 PP'，P' 为垂足，则线段 PP' 的中点 M 的轨迹方程为（　）

A．$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$（$y>0$）　　B．$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$（$y>0$）

C．$\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{4}=1$（$y>0$）　　D．$\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{8}=1$（$y>0$）

【答案】A

【分析】设点$M(x,y)$，由题意，根据中点的坐标表示可得$P(x,2y)$，代入圆的方程即可求解.

【详解】设点$M(x,y)$，则$P(x,y_0),P'(x,0)$，

因为M 为PP' 的中点，所以$y_0=2y$，即$P(x,2y)$，又P 在圆$x^2+y^2=16(y>0)$上，

所以$x^2+4y^2=16(y>0)$，即$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1(y>0)$，即点$M$ 的轨迹方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1(y>0)$.

6．设函数$f(x)=a(x+1)^2-1$，$g(x)=\cos x+2ax$，当$x\in(-1,1)$时，曲线$y=f(x)$与$y=g(x)$恰有一个交点，则$a=$（　）

A．-1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

【答案】D

【分析】解法一：令$F(x)=ax^2+a-1,G(x)=\cos x$，分析可知曲线$y=F(x)$与$y=G(x)$恰有一个交点，结合偶函数的对称性可知该交点只能在$y$ 轴上，即可得$a=2$，并代入检验即可；解法二：令$h(x)=f(x)-g(x),x\in(-1,1)$，可知$h(x)$为偶函数，根据偶函数的对称性可知$h(x)$的零点只能为 0，即可得$a=2$，并代入检验即可.

【详解】解法一：令$f(x)=g(x)$，即$a(x+1)^2-1=\cos x+2ax$，可得$ax^2+a-1=\cos x$，

令$F(x)=ax^2+a-1,G(x)=\cos x$，原题意等价于当$x\in(-1,1)$时，

曲线$y=F(x)$与$y=G(x)$恰有一个交点，注意到$F(x),G(x)$均为偶函数，

可知该交点只能在y轴上，可得$F(0)=G(0)$，即$a-1=1$，解得$a=2$，

若$a=2$，令$F(x)=G(x)$，可得$2x^2+1-\cos x=0$，因为$x\in(-1,1)$，则$2x^2\geq 0,1-\cos x\geq 0$，当且仅当$x=0$时，等号成立，可得$2x^2+1-\cos x\geq 0$，当且仅当$x=0$时，等号成立，

则方程$2x^2+1-\cos x=0$有且仅有一个实根0，即曲线$y=F(x)$与$y=G(x)$恰有一个交点，

所以$a=2$符合题意；综上所述：$a=2$.

解法二：令$h(x)=f(x)-g(x)=ax^2+a-1-\cos x, x\in(-1,1)$，

原题意等价于$h(x)$有且仅有一个零点，

因为$h(-x)=a(-x)^2+a-1-\cos(-x)=ax^2+a-1-\cos x=h(x)$，

则$h(x)$为偶函数，根据偶函数的对称性可知$h(x)$的零点只能为0，

即$h(0)=a-2=0$，解得$a=2$，若$a=2$，则$h(x)=2x^2+1-\cos x, x\in(-1,1)$，

又因为$2x^2\geq 0,1-\cos x\geq 0$当且仅当$x=0$时，等号成立，

可得$h(x)\geq 0$，当且仅当$x=0$时，等号成立，

即$h(x)$有且仅有一个零点0，所以$a=2$符合题意；

7．已知正三棱台$ABC-A_1B_1C_1$的体积为$\frac{52}{3}$，$AB=6$，$A_1B_1=2$，则A_1A与平面ABC所成角的正切值为（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．2　　D．3

【答案】B

【分析】解法一：根据台体的体积公式可得三棱台的高$h=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，做辅助线，结合正三棱台的结构特征求得$AM=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，进而根据线面夹角的定义分析求解；

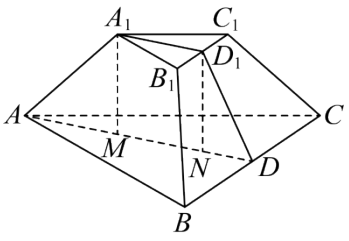
解法二：将正三棱台$ABC-A_1B_1C_1$补成正三棱锥$P-ABC$，A_1A与平面ABC所成角即为PA与平面ABC所成角，根据比例关系可得$V_{P-ABC}=18$，进而可求正三棱锥$P-ABC$的高，即可得结果.

【详解】解法一：分别取BC,B_1C_1的中点D,D_1，则$AD=3\sqrt{3},A_1D_1=\sqrt{3}$，

可知$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3},S_{\triangle A_1B_1C_1}=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$，

设正三棱台$ABC-A_1B_1C_1$的为h，

则$V_{ABC-A_1B_1C_1}=\frac{1}{3}\left(9\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{9\sqrt{3}\times\sqrt{3}}\right)h=\frac{52}{3}$，解得$h=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，



如图，分别过 A_1,D_1 作底面垂线，垂足为 M,N，设 $AM=x$，则 $AA_1=\sqrt{AM^2+A_1M^2}=\sqrt{x^2+\frac{16}{3}}$，

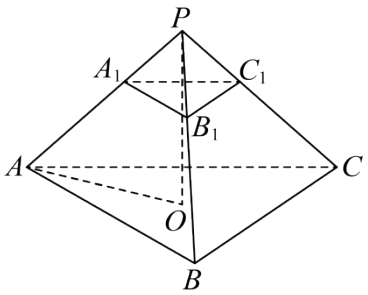
$DN=AD-AM-MN=2\sqrt{3}-x$，可得 $DD_1=\sqrt{DN^2+D_1N^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-x\right)^2+\frac{16}{3}}$，

结合等腰梯形 BCC_1B_1 可得 $BB_1^2=\left(\frac{6-2}{2}\right)^2+DD_1^2$，即 $x^2+\frac{16}{3}=\left(2\sqrt{3}-x\right)^2+\frac{16}{3}+4$，

解得 $x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，所以 A_1A 与平面 ABC 所成角的正切值为 $\tan\angle A_1AD=\frac{A_1M}{AM}=1$；

解法二：将正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 补成正三棱锥 $P-ABC$，

则 A_1A 与平面 ABC 所成角即为 PA 与平面 ABC 所成角，



因为 $\frac{PA_1}{PA}=\frac{A_1B_1}{AB}=\frac{1}{3}$，则 $\frac{V_{P-A_1B_1C_1}}{V_{P-ABC}}=\frac{1}{27}$，

可知 $V_{ABC-A_1B_1C_1}=\frac{26}{27}V_{P-ABC}=\frac{52}{3}$，则 $V_{P-ABC}=18$，

设正三棱锥 $P-ABC$ 的高为 d，则

$V_{P-ABC}=\frac{1}{3}d\times\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=18$，解得 $d=2\sqrt{3}$，

取底面 ABC 的中心为 O，则 $PO\perp$ 底面 ABC，且 $AO=2\sqrt{3}$，

所以 PA 与平面 ABC 所成角的正切值 $\tan\angle PAO=\frac{PO}{AO}=1$.

8．设函数 $f(x)=(x+a)\ln(x+b)$，若 $f(x)\geq0$，则 a^2+b^2 的最小值为（　）

A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

【答案】C

【分析】解法一：由题意可知：$f(x)$ 的定义域为 $(-b,+\infty)$，分类讨论 $-a$ 与 $-b,1-b$ 的大小关系，结合符号分析判断，即可得 $b=a+1$，代入可得最值；

解法二：根据对数函数的性质分析 $\ln(x+b)$ 的符号，进而可得 $x+a$ 的符号，即可得 $b=a+1$，代入可得最值.

【详解】解法一：由题意可知：$f(x)$ 的定义域为 $(-b,+\infty)$，

令 $x+a=0$ 解得 $x=-a$；令 $\ln(x+b)=0$ 解得 $x=1-b$；若 $-a\leq-b$，当 $x\in(-b,1-b)$ 时，

可知 $x+a>0,\ln(x+b)<0$，此时 $f(x)<0$，不合题意；

若 $-b<-a<1-b$，当 $x\in(-a,1-b)$ 时，可知 $x+a>0,\ln(x+b)<0$，此时 $f(x)<0$，不合题意；

若 $-a=1-b$，当 $x\in(-b,1-b)$ 时，可知 $x+a<0,\ln(x+b)<0$，此时 $f(x)>0$；

当 $x\in[1-b,+\infty)$ 时，可知 $x+a\geq0,\ln(x+b)\geq0$，此时 $f(x)\geq0$；可知若 $-a=1-b$，符合题意；

若 $-a>1-b$，当 $x\in(1-b,-a)$ 时，可知 $x+a\langle0,\ln(x+b)\rangle0$，此时 $f(x)<0$，不合题意；

综上所述：$-a=1-b$，即$b=a+1$，则$a^2+b^2=a^2+(a+1)^2=2\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\geq\frac{1}{2}$，

当且仅当$a=-\frac{1}{2},b=\frac{1}{2}$时，等号成立，所以$a^2+b^2$的最小值为$\frac{1}{2}$；

解法二：由题意可知：$f(x)$的定义域为$(-b,+\infty)$，

令$x+a=0$解得$x=-a$；令$\ln(x+b)=0$解得$x=1-b$；

则当$x\in(-b,1-b)$时，$\ln(x+b)<0$，故$x+a\leq 0$，所以$1-b+a\leq 0$；

$x\in(1-b,+\infty)$时，$\ln(x+b)>0$，故$x+a\geq 0$，所以$1-b+a\geq 0$；

故$1-b+a=0$，则$a^2+b^2=a^2+(a+1)^2=2\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\geq\frac{1}{2}$，

当且仅当$a=-\frac{1}{2},b=\frac{1}{2}$时，等号成立，所以$a^2+b^2$的最小值为$\frac{1}{2}$.

关键点点睛：分别求$x+a=0$、$\ln(x+b)=0$的根，以根和函数定义域为临界，

比较大小分类讨论，结合符号性分析判断.

二、多选题

9．对于函数$f(x)=\sin 2x$和$g(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})$，下列说法正确的有（　）

A．$f(x)$与$g(x)$有相同的零点　　B．$f(x)$与$g(x)$有相同的最大值

C．$f(x)$与$g(x)$有相同的最小正周期　　D．$f(x)$与$g(x)$的图像有相同的对称轴

【答案】BC

【分析】根据正弦函数的零点，最值，周期公式，对称轴方程逐一分析每个选项即可.

【详解】A 选项，令$f(x)=\sin 2x=0$，解得$x=\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，即为$f(x)$零点，

令$g(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})=0$，解得$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8},k\in\mathbf{Z}$，即为$g(x)$零点，

显然$f(x),g(x)$零点不同，A 选项错误；

B 选项，显然$f(x)_{\max}=g(x)_{\max}=1$，B 选项正确；

C 选项，根据周期公式，$f(x),g(x)$的周期均为$\frac{2\pi}{2}=\pi$，C 选项正确；

D 选项，根据正弦函数的性质$f(x)$的对称轴满足$2x=k\pi+\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}$，

$g(x)$的对称轴满足$2x-\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{3\pi}{8},k\in\mathbf{Z}$，

显然$f(x),g(x)$图像的对称轴不同，D 选项错误.

10．抛物线C：$y^2=4x$的准线为l，P为C上的动点，过P作$\odot A:x^2+(y-4)^2=1$的一条切线，Q为切点，过P作l的垂线，垂足为B，则（　）

A．l 与 $\odot A$ 相切

B．当 P，A，B 三点共线时，$|PQ|=\sqrt{15}$

C．当 $|PB|=2$ 时，$PA\perp AB$

D．满足 $|PA|=|PB|$ 的点 P 有且仅有 2 个

【答案】ABD

【分析】A 选项，抛物线准线为 $x=-1$，根据圆心到准线的距离来判断；B 选项，P,A,B 三点共线时，先求出 P 的坐标，进而得出切线长；C 选项，根据 $|PB|=2$ 先算出 P 的坐标，然后验证 $k_{PA}k_{AB}=-1$ 是否成立；D 选项，根据抛物线的定义，$|PB|=|PF|$，于是问题转化成 $|PA|=|PF|$ 的 P 点的存在性问题，此时考察 AF 的中垂线和抛物线的交点个数即可，亦可直接设 P 点坐标进行求解.

【详解】A 选项，抛物线 $y^2=4x$ 的准线为 $x=-1$，$\odot A$ 的圆心 $(0,4)$ 到直线 $x=-1$ 的距离显然是1，等于圆的半径，故准线 l 和 $\odot A$ 相切，A 选项正确；

B 选项，P,A,B 三点共线时，即 $PA\perp l$，则 P 的纵坐标 $y_P=4$，由 $y_P^2=4x_P$，得到 $x_P=4$，故 $P(4,4)$，此时切线长 $|PQ|=\sqrt{|PA|^2-r^2}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$，B 选项正确；

C 选项，当 $|PB|=2$ 时，$x_P=1$，此时 $y_P^2=4x_P=4$，故 $P(1,2)$ 或 $P(1,-2)$，

当 $P(1,2)$ 时，$A(0,4),B(-1,2)$，$k_{PA}=\dfrac{4-2}{0-1}=-2$，$k_{AB}=\dfrac{4-2}{0-(-1)}=2$，不满足 $k_{PA}k_{AB}=-1$；

当 $P(1,-2)$ 时，$A(0,4),B(-1,2)$，$k_{PA}=\dfrac{4-(-2)}{0-1}=-6$，$k_{AB}=\dfrac{4-(-2)}{0-(-1)}=6$，不满足 $k_{PA}k_{AB}=-1$；

于是 $PA\perp AB$ 不成立，C 选项错误；

D 选项，方法一：利用抛物线定义转化根据抛物线的定义，$|PB|=|PF|$，这里 $F(1,0)$，

于是 $|PA|=|PB|$ 时 P 点的存在性问题转化成 $|PA|=|PF|$ 时 P 点的存在性问题，

$A(0,4),F(1,0)$，AF 中点 $\left(\dfrac{1}{2},2\right)$，$AF$ 中垂线的斜率为 $-\dfrac{1}{k_{AF}}=\dfrac{1}{4}$，

于是 AF 的中垂线方程为：$y=\dfrac{2x+15}{8}$，与抛物线 $y^2=4x$ 联立可得 $y^2-16y+30=0$，

$\Delta=16^2-4\times30=136>0$，即 AF 的中垂线和抛物线有两个交点，

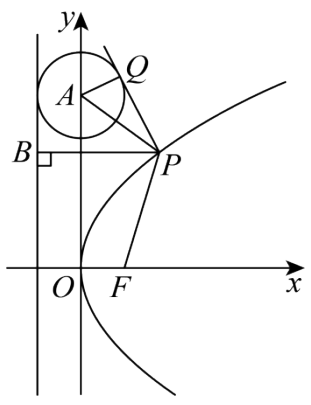
即存在两个 P 点，使得 $|PA|=|PF|$，D 选项正确.

方法二：（设点直接求解）

设 $P\left(\dfrac{t^2}{4},t\right)$，由 $PB\perp l$ 可得 $B(-1,t)$，又 $A(0,4)$，又 $|PA|=|PB|$，

根据两点间的距离公式，$\sqrt{\dfrac{t^4}{16}+(t-4)^2}=\dfrac{t^2}{4}+1$，整理得

$t^2-16t+30=0$，



$\Delta = 16^2 - 4\times 30 = 136 > 0$，则关于$t$的方程有两个解，

即存在两个这样的P点，D选项正确.

11．设函数$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 1$，则（　）

A．当$a > 1$时，$f(x)$有三个零点

B．当$a < 0$时，$x = 0$是$f(x)$的极大值点

C．存在a，b，使得$x = b$为曲线$y = f(x)$的对称轴

D．存在a，使得点$\left(1, f\left(1\right)\right)$为曲线$y = f(x)$的对称中心

【答案】AD

【分析】A选项，先分析出函数的极值点为$x = 0, x = a$，根据零点存在定理和极值的符号判断出$f(x)$在$(-1,0),(0,a),(a,2a)$上各有一个零点；B选项，根据极值和导函数符号的关系进行分析；C选项，假设存在这样的a,b，使得$x = b$为$f(x)$的对称轴，则$f(x) = f(2b - x)$为恒等式，据此计算判断；D选项，若存在这样的a，使得$(1,3-3a)$为$f(x)$的对称中心，则$f(x) + f(2 - x) = 6 - 6a$，据此进行计算判断，亦可利用拐点结论直接求解.

【详解】A选项，$f'(x) = 6x^2 - 6ax = 6x(x - a)$，由于$a > 1$，

故$x \in \left(-\infty, 0\right) \cup \left(a, +\infty\right)$时$f'(x) > 0$，

故$f(x)$在$\left(-\infty, 0\right), \left(a, +\infty\right)$上单调递增，$x \in (0, a)$时，$f'(x) < 0$，$f(x)$单调递减，

则$f(x)$在$x = 0$处取到极大值，在$x = a$处取到极小值，

由$f(0) = 1 > 0$，$f(a) = 1 - a^3 < 0$，

则$f(0)f(a) < 0$，根据零点存在定理$f(x)$在$(0,a)$上有一个零点，

又$f(-1) = -1 - 3a < 0$，$f(2a) = 4a^3 + 1 > 0$，则$f(-1)f(0) < 0, f(a)f(2a) < 0$，

则$f(x)$在$(-1,0),(a,2a)$上各有一个零点，于是$a > 1$时，$f(x)$有三个零点，A选项正确；

B选项，$f'(x) = 6x(x - a)$，$a<0$时，$x \in (a,0), f'(x) < 0$，$f(x)$单调递减，

$x \in (0, +\infty)$时$f'(x) > 0$，$f(x)$单调递增，

此时$f(x)$在$x = 0$处取到极小值，B选项错误；

C选项，假设存在这样的a,b，使得$x = b$为$f(x)$的对称轴，

即存在这样的a,b使得$f(x) = f(2b - x)$，即$2x^3 - 3ax^2 + 1 = 2(2b - x)^3 - 3a(2b - x)^2 + 1$，

根据二项式定理，等式右边$(2b - x)^3$展开式含有x^3的项为$2C_3^3(2b)^0(-x)^3 = -2x^3$，

于是等式左右两边x^3的系数都不相等，原等式不可能恒成立，

于是不存在这样的a,b，使得$x = b$为$f(x)$的对称轴，C选项错误；

D选项，**方法一：利用对称中心的表达式化简**

$f(1) = 3 - 3a$，若存在这样的a，使得$(1,3-3a)$为$f(x)$的对称中心，

则$f(x) + f(2 - x) = 6 - 6a$，事实上，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/508006135104006103