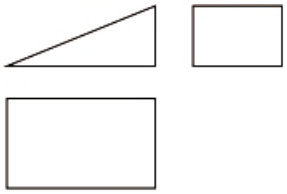
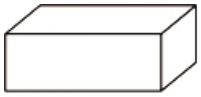
2023-2024学年黑龙江省哈尔滨市南岗区萧红中学九年级（下）寒假竞赛数学试卷（五四学制）

一、选择题（每题4分，共60分）

1．某几何体的三视图如图所示，则该几何体为（　　）

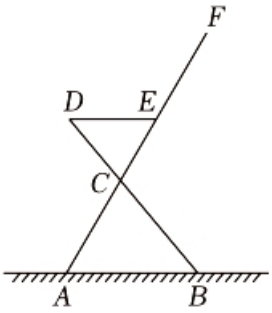


A．　　B．

C．　　D．

2．如图为商场某品牌椅子的侧面图，$\angle DEF=120^\circ$，DE与地面平行，$\angle ABD=50^\circ$，则$\angle ACB=$（　　）



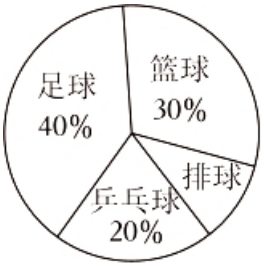


A．70°　　B．65°　　C．60°　　D．50°

3．我国的《九章算术》中记载道：“今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四．问有几人？”设有x人，则可列方程为（　　）

A．$8x-3=7x+4$　　B．$3x-8=4x+7$　　C．$8x+3=7x-4$　　D．$3x+8=4x-7$

4．某小学开展课后服务，其中在体育类活动中开设了四种运动项目：乒乓球、排球、篮球、足球．为了解学生最喜欢哪一种运动项目，随机选取100名学生进行问卷调查（每位学生仅选一种），并将调查结果绘制成如下的扇形统计图．下列说法错误的是（　　）



A．本次调查的样本容量为 100

B．最喜欢篮球的人数占被调查人数的 30%

C．最喜欢足球的学生为 40 人

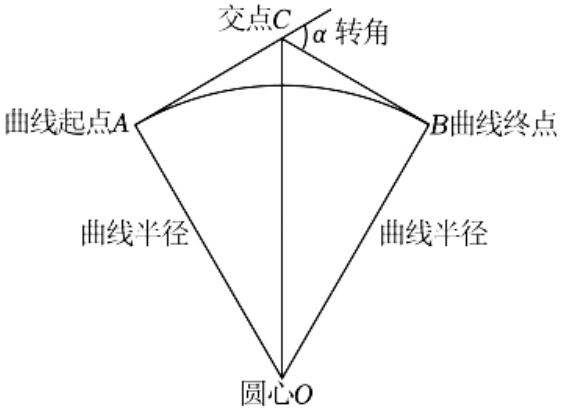
D．“排球”对应扇形的圆心角为 10°

5．如果一个三位数中任意两个相邻数字之差的绝对值不超过 1，则称该三位数为“平稳数”．用 1，2，3 这三个数字随机组成一个无重复数字的三位数，恰好是“平稳数”的概率为（　　）

A．$\frac{5}{9}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{9}$

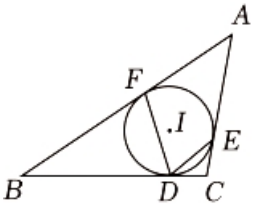
6．中国高铁的飞速发展，已成为中国现代化建设的重要标志．如图是高铁线路在转向处所设计的圆曲线（即圆弧），高铁列车在转弯时的曲线起点为 A，曲线终点为 B，过点 A，B 的两条切线相交于点 C，列车在从 A 到 B 行驶的过程中转角 α 为 60°．若圆曲线的半径 $OA=1.5km$，则这段圆曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 的长为（　　）





A．$\frac{\pi}{4}k\pi$　　B．$\frac{\pi}{2}k\pi$　　C．$\frac{3\pi}{4}k\pi$　　D．$\frac{3\pi}{8}k\pi$

7．如图，$\triangle ABC$ 的内切圆$\odot I$ 与 BC，CA，AB 分别相切于点 D，E，F，若$\odot I$ 的半径为 r，$\angle A=\alpha$，则（$BF+CE-BC$）的值和$\angle FDE$ 的大小分别为（　　）



A．$2r$，$90°-\alpha$　　B．0，$90°-\alpha$　　C．$2r$，$90°-\frac{\alpha}{2}$　　D．0，$90°-\frac{\alpha}{2}$

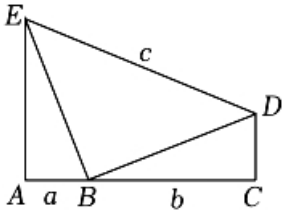
8．如图，点 A，B，C 在同一条直线上，点 B 在点 A，C 之间，点 D，E 在直线 AC 同侧，$AB<BC$，$\angle A=\angle C=90°$，$\triangle EAB\cong\triangle BCD$，连接 DE．设 $AB=a$，$BC=b$，$DE=c$，给出下面三个结论：

①$a+b<c$；

②$a+b>\sqrt{a^2+b^2}$；

③$\sqrt{2}(a+b)>c$．

上述结论中，所有正确结论的序号是（　　）



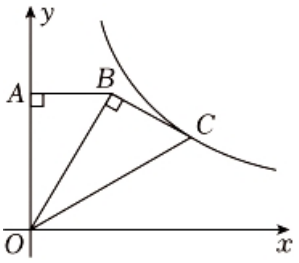
A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

9．已知在梯形 $ABCD$ 中，连接 AC，BD，且 $AC\perp BD$，设 $AB=a$，$CD=b$．下列两个说法：①$AC=\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$；②$AD=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2}$，则下列说法正确的是（　　）

A．①正确②错误　　B．①错误②正确

C．①②均正确　　D．①②均错误

10．如图，Rt$\triangle OAB$ 与 Rt$\triangle OBC$ 位于平面直角坐标系中，$\angle AOB=\angle BOC=30°$，$BA\perp OA$，$CB\perp OB$，若 A 点坐标为（0，3），反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 恰好经过点 C，则 k 的值是（　　）



A．$3\sqrt{3}$　　B．6　　C．$4\sqrt{3}$　　D．$6\sqrt{3}$

11．如图 1，在 Rt△ABC 中，动点 P 从 A 点运动到 B 点再到 C 点后停止，速度为 2 单位/s，其中 BP 长与运动时间 t（单位：s）的关系如图 2，则 AC 的长为（　　）

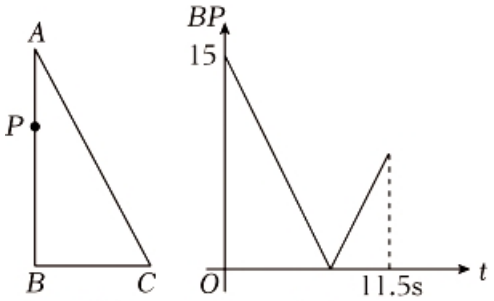


图1　　图2

A．$\frac{15\sqrt{5}}{2}$　　B．$\sqrt{427}$　　C．17　　D．$5\sqrt{3}$

12．如图 1，△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=15$，$BC=20$．点 D 从点 A 出发沿折线 $A-C-B$ 运动到点 B 停止，过点 D 作 $DE\perp AB$，垂足为 E．设点 D 运动的路径长为 x，△BDE 的面积为 y，若 y 与 x 的对应关系如图 2 所示，则 $a-b$ 的值为（　　）

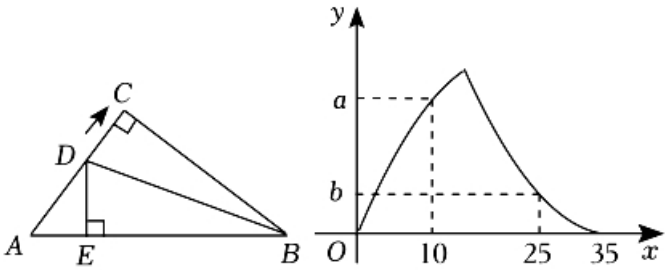
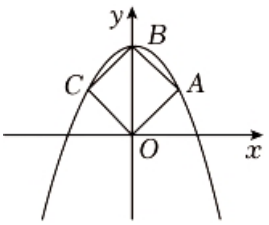


图1　　图2

A．54　　B．52　　C．50　　D．48

13．如图，抛物线 $y=ax^2+c$ 经过正方形 $OABC$ 的三个顶点 A，B，C，点 B 在 y 轴上，则 ac 的值为（　　）



A．－1　　B．－2　　C．－3　　D．－4

14．已知二次函数 $y=-x^2+m^2x$ 和 $y=x^2-m^2$（m 是常数）的图象与 x 轴都有两个交点，且这四个交点中每相邻两点间的距离都相等，则这两个函数图象对称轴之间的距离为（　　）

A．2　　B．m^2　　C．4　　D．$2m^2$

15．若实数 x，y，m 满足 $x+y+m=6$，$3x-y+m=4$，则代数式 $-2xy+1$ 的值可以是（　　）

A．3　　B．$\frac{5}{2}$　　C．2　　D．$\frac{3}{2}$

二、解答题（每题 8 分，共 40 分）

16．风陵渡黄河公路大桥是连接山西、陕西、河南三省的交通要塞．该大桥限重标志牌显示，载重后总质量超过 30 吨的车辆禁止通行．现有一辆自重 8 吨的卡车，要运输若干套某种设备，每套设备由 1 个 A 部件和 3 个 B 部件组成，这种设备必须成套运输．已知 1 个 A 部件和 2 个 B 部件的总质量为 2.8 吨，2 个 A 部件和 3 个 B 部件的质量相等．

（1）求 1 个 A 部件和 1 个 B 部件的质量各是多少；

（2）该卡车要运输这种成套设备通过此大桥，一次最多可运输多少套这种设备．



17．【观察思考】



【规律发现】

请用含 n 的式子填空：

（1）第 n 个图案中“◎”的个数为 _____；

（2）第 1 个图案中“★”的个数可表示为$\frac{1\times2}{2}$，第 2 个图案中“★”的个数可表示为$\frac{2\times3}{2}$，第 3 个图案中“★”的个数可表示为$\frac{3\times4}{2}$，第 4 个图案中“★”的个数可表示为$\frac{4\times5}{2}$，……，第 n 个图案中“★”的个数可表示为 _____.

【规律应用】

（3）结合图案中“★”的排列方式及上述规律，求正整数 n，使得连续的正整数之和 1+2+3+……+n 等于第 n 个图案中“◎”的个数的 2 倍．

18．在△ABC 中，$\angle B=\angle C=\alpha$（$0°<\alpha<45°$），$AM\perp BC$ 于点 M，D 是线段 MC 上的

动点（不与点 M，C 重合），将线段 DM 绕点 D 顺时针旋转 2α 得到线段 DE.

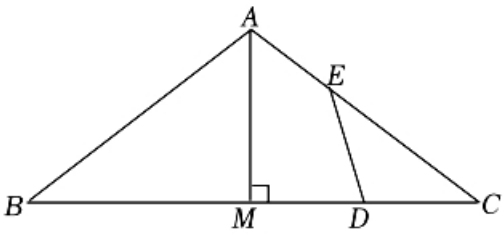


图1

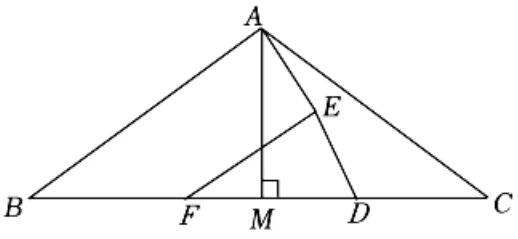


图2

（1）如图 1，当点 E 在线段 AC 上时，求证：D 是 MC 的中点；

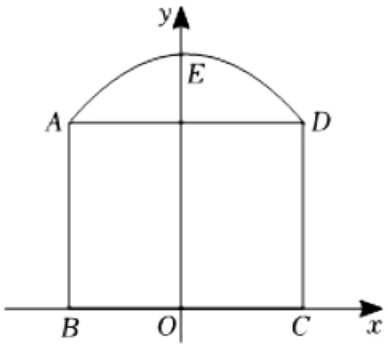
（2）如图 2，若在线段 BM 上存在点 F（不与点 B，M 重合）满足 $DF=DC$，连接 AE，EF，直接写出 $\angle AEF$ 的大小，并证明.

19. 蔬菜大棚是一种具有出色的保温性能的框架覆膜结构，它出现使得人们可以吃到反季节蔬菜．一般蔬菜大棚使用竹结构或者钢结构的骨架，上面覆上一层或多层保温塑料膜，这样就形成了一个温室空间．如图，某个温室大棚的横截面可以看作矩形 $ABCD$ 和抛物线 AED 构成，其中 $AB=3m$，$BC=4m$，取 BC 中点 O，过点 O 作线段 BC 的垂直平分线 OE 交抛物线 AED 于点 E，若以 O 点为原点，BC 所在直线为 x 轴，OE 为 y 轴建立如图所示平面直角坐标系．请回答下列问题：

（1）如图 1，抛物线 AED 的顶点 E（0，4），求抛物线的解析式；



图1



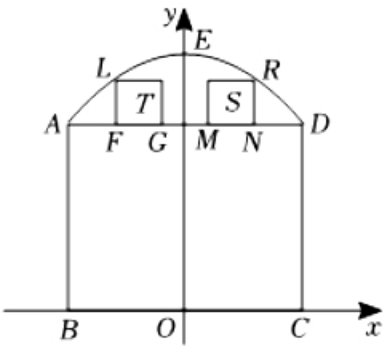


图2

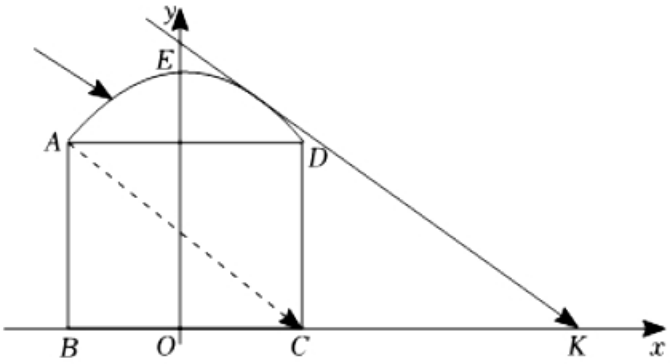


图3

（2）如图 2，为了保证蔬菜大棚的通风性，该大棚要安装两个正方形孔的排气装置 *LFGT*，*SMNR*，若 *FL*＝*NR*＝0.75*m*，求两个正方形装置的间距 *GM* 的长；

（3）如图 3，在某一时刻，太阳光线透过 *A* 点恰好照射到 *C* 点，此时大棚截面的阴影为 *BK*，求 *BK* 的长．

20．已知点 *P*（*m*，*n*）在函数 $y=-\frac{2}{x}$（*x*＜0）的图象上．

（1）若 *m*＝﹣2，求 *n* 的值；

（2）抛物线 *y*＝（*x*﹣*m*）（*x*﹣*n*）与 *x* 轴交于两点 *M*，*N*（*M* 在 *N* 的左边），与 *y* 轴交于点 *G*，记抛物线的顶点为 *E*．

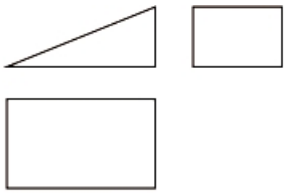
①*m* 为何值时，点 *E* 到达最高处；

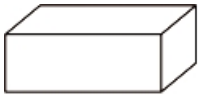
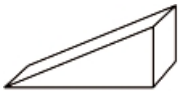
②设△*GMN* 的外接圆圆心为 *C*，⊙*C* 与 *y* 轴的另一个交点为 *F*，当 *m*+*n*≠0 时，是否存在四边形 *FGEC* 为平行四边形？若存在，求此时顶点 *E* 的坐标；若不存在，请说明理由．

参考答案

一、选择题（每题 4 分，共 60 分）

1．某几何体的三视图如图所示，则该几何体为（　　）



A．　　B．

C．　　D．

【分析】根据几何体的三视图分析解答即可．

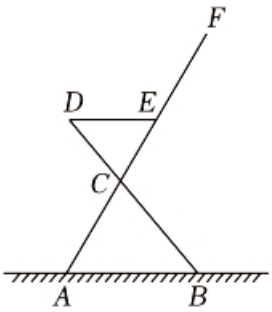
解：由几何体的三视图可得该几何体是 B 选项，

故选：B．

【点评】此题考查由三视图判断几何体，关键是熟悉几何体的三视图．

2．如图为商场某品牌椅子的侧面图，$\angle DEF=120°$，DE 与地面平行，$\angle ABD=50°$，则 $\angle ACB=$（　　）





A．70°　　B．65°　　C．60°　　D．50°

【分析】由平行线的性质可得 $\angle D=\angle ABD=50°$，再利用三角形的外角性质可求得 $\angle DCE$ 的度数，结合对顶角相等即可求 $\angle ACB$ 的度数．

解：$\because DE\parallel AB$，$\angle ABD=50°$，

$\therefore \angle D=\angle ABD=50°$，

∵∠DEF=120°，且∠DEF是△DCE的外角，

∴∠DCE=∠DEF﹣∠D=70°，

∴∠ACB=∠DCE=70°．

故选：A．

【点评】本题主要考查平行线的性质，三角形的外角性质，解答的关键是熟记平行线的性质并灵活运用．

3．我国的《九章算术》中记载道："今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四．问有几人？"设有x人，则可列方程为（　　）

A．$8x-3=7x+4$　　B．$3x-8=4x+7$　　C．$8x+3=7x-4$　　D．$3x+8=4x-7$

【分析】根据"人出八，盈三；人出七，不足四"，结合物品的价格不变，即可列出关于x的一元一次方程，此题得解．

解：∵人出八，盈三，

∴物品的价格为$8x-3$；

∵人出七，不足四，

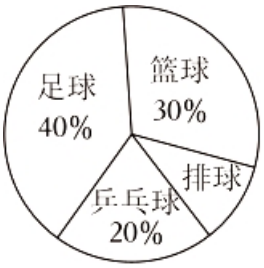
∴物品的价格为$7x+4$．

∴根据题意可列方程为$8x-3=7x+4$．

故选：A．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元一次方程以及数学常识，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键．

4．某小学开展课后服务，其中在体育类活动中开设了四种运动项目：乒乓球、排球、篮球、足球．为了解学生最喜欢哪一种运动项目，随机选取100名学生进行问卷调查（每位学生仅选一种），并将调查结果绘制成如下的扇形统计图．下列说法错误的是（　　）



A．本次调查的样本容量为100

B．最喜欢篮球的人数占被调查人数的30%

C．最喜欢足球的学生为40人

D．“排球”对应扇形的圆心角为10°

【分析】利用扇形图可得喜欢排球的占10%，喜欢篮球的人数占被调查人数的30%，最喜欢足球的学生为100×40%＝40人；用360°×喜欢排球的所占百分比可得圆心角．

解：*A*、本次调查的样本容量为100，故此选项不合题意；

B、最喜欢篮球的人数占被调查人数的30%，故此选项不合题意；

C、最喜欢足球的学生为100×40%＝40（人），故此选项不合题意；

D、根据扇形图可得喜欢排球的占10%，“排球”对应扇形的圆心角为360°×10%＝36°，故此选项符合题意；

故选：*D*．

【点评】本题考查的是扇形统计图，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

5．如果一个三位数中任意两个相邻数字之差的绝对值不超过1，则称该三位数为“平稳数”．用1，2，3这三个数字随机组成一个无重复数字的三位数，恰好是“平稳数”的概率为（　　）

A．$\frac{5}{9}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{9}$

【分析】先罗列出所有等可能结果，从中找到“平稳数”的结果，再根据概率公式求解即可．

解：用1，2，3这三个数字随机组成一个无重复数字的三位数出现的等可能结果有：

123、132、213、231、312、321，

其中恰好是“平稳数”的有123、321，

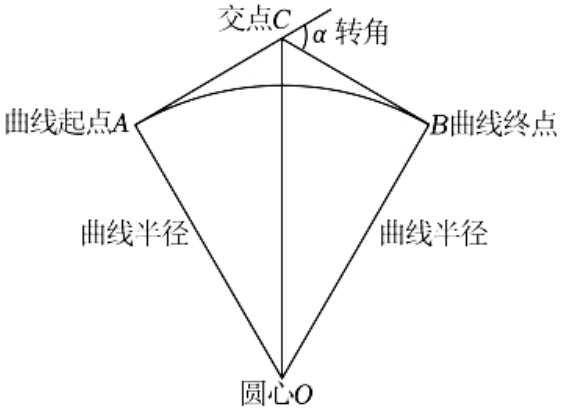
所以恰好是“平稳数”的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

故选：*C*．

【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有可能的结果求出*n*，再从中选出符合事件*A*或*B*的结果数目*m*，然后根据概率公式计算事件*A*或事件*B*的概率．

6．中国高铁的飞速发展，已成为中国现代化建设的重要标志．如图是高铁线路在转向处所设计的圆曲线（即圆弧），高铁列车在转弯时的曲线起点为*A*，曲线终点为*B*，过点*A*，*B*的两条切线相交于点*C*，列车在从*A*到*B*行驶的过程中转角α为60°．若圆曲线的半径*OA*＝1.5*km*，则这段圆曲线$\overset{\frown}{AB}$的长为（　　）





A．$\frac{\pi}{4}k\pi$　　B．$\frac{\pi}{2}k\pi$　　C．$\frac{3\pi}{4}k\pi$　　D．$\frac{3\pi}{8}k\pi$

【分析】由圆的切线可得∠*OAC*＝∠*OBC*＝90°，进而可证明 *A*、*O*、*B*、*C* 四点共圆，利用圆内接四边形的性质可求得∠*AOB*＝60°，再根据弧长公式计算可求解．

解：∵过点 *A*，*B* 的两条切线相交于点 *C*，

∴∠*OAC*＝∠*OBC*＝90°，

∴*A*、*O*、*B*、*C* 四点共圆，

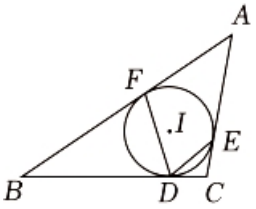
∴∠*AOB*＝α＝60°，

∴圆曲线$\overset{\frown}{AB}$的长为：$\frac{60\pi\cdot 1.5}{180}=\frac{1}{2}\pi$（*km*）．

故选：*B*．

【点评】本题主要考查圆的切线的性质，点与圆的位置关系，圆内接四边形的性质，弧长的计算，证明 *A*、*O*、*B*、*C* 四点共圆求解∠*AOB* 的度数是解题的关键．

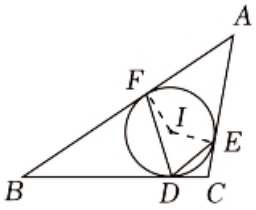
7．如图，△*ABC* 的内切圆⊙*I* 与 *BC*，*CA*，*AB* 分别相切于点 *D*，*E*，*F*，若⊙*I* 的半径为 *r*，∠*A*＝α，则（*BF*+*CE*﹣*BC*）的值和∠*FDE* 的大小分别为（　　）



A．2*r*，90°﹣α　　B．0，90°﹣α　　C．2*r*，$90°-\frac{\alpha}{2}$　　D．0，$90°-\frac{\alpha}{2}$

【分析】如图，连接 *IF*，*IE*．利用切线长定理，圆周角定理，切线的性质解决问题即可．

解：如图，连接 *IF*，*IE*．



∵△*ABC* 的内切圆⊙*I* 与 *BC*，*CA*，*AB* 分别相切于点 *D*，*E*，*F*，

∴*BF*＝*BD*，*CD*＝*CE*，*IF*⊥*AB*，*IE*⊥*AC*，

∴*BF*+*CE*﹣*BC*＝*BD*+*CD*﹣*BC*＝*BC*﹣*BC*＝0，∠*AFI*＝∠*AEI*＝90°，

∴∠*EIF*＝180°﹣α，

∴$\angle EDF=\frac{1}{2}\angle EIF=90°-\frac{1}{2}\alpha$.

故选：*D*.

【点评】本题考查三角形的内切圆与内心，圆周角定理，切线的性质等知识，解题的关键是掌握切线的性质，属于中考常考题型.

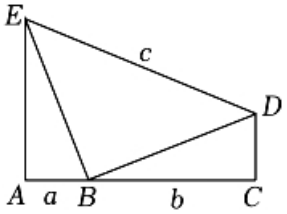
8．如图，点 *A*，*B*，*C* 在同一条直线上，点 *B* 在点 *A*，*C* 之间，点 *D*，*E* 在直线 *AC* 同侧，*AB*＜*BC*，∠*A*＝∠*C*＝90°，△*EAB*≌△*BCD*，连接 *DE*．设 *AB*＝*a*，*BC*＝*b*，*DE*＝*c*，给出下面三个结论：

①*a*+*b*＜*c*；

②$a+b>\sqrt{a^2+b^2}$；

③$\sqrt{2}$（*a*+*b*）＞*c*.

上述结论中，所有正确结论的序号是（　　）



A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

【分析】①根据直角三角形的斜边大于任一直角边即可；

②在三角形中，两边之和大于第三边，据此可解答；

③将 *c* 用 *a* 和 *b* 表示出来，再进行比较.

解：①过点 *D* 作 *DF*∥*AC*，交 *AE* 于点 *F*；过点 *B* 作 *BG*⊥*FD*，交 *FD* 于点 *G*.

∵*DF*∥*AC*，*AC*⊥*AE*，

∴*DF*⊥*AE*.

又∵$BG \perp FD$，

∴$BG // AE$，

∴四边形 $ABGF$ 为矩形．

同理可得，四边形 $BCDG$ 也为矩形．

∴$FD=FG+GD=a+b$．

∴在 Rt△EFD 中，斜边 $c>$直角边 $a+b$．

故①正确．

②∵△EAB≌△BCD，

∴$AE=BC=b$，

∴在 Rt△EAB 中，$BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=\sqrt{a^2+b^2}$．

∵$AB+AE>BE$，

∴$a+b>\sqrt{a^2+b^2}$．

故②正确．

③∵△EAB≌△BCD，

∴$\angle AEB=\angle CBD$，

又∵$\angle AEB+\angle ABE=90°$，

∴$\angle CBD+\angle ABE=90°$，

∴$\angle EBD=90°$．

∵$BE=BD$，

∴$\angle BED=\angle BDE=45°$，

∴$BE=\sqrt{a^2+b^2}=c\cdot\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{2}c$．

∴$c=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}$．

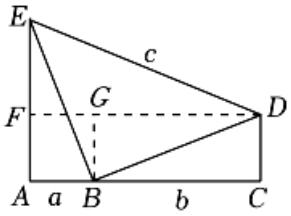
∵$[\sqrt{2}(a+b)]^2=2（a^2+2ab+b^2）=2（a^2+b^2）+4ab>2（a^2+b^2）$，

∴$\sqrt{2}(a+b)>\sqrt{2(a^2+b^2)}$，

∴$\sqrt{2}(a+b)>c$．

故③正确．

故选：D．



【点评】本题考查全等三角形的性质．虽然是选择题，但计算量不小，比较繁琐，需要细心、耐心．

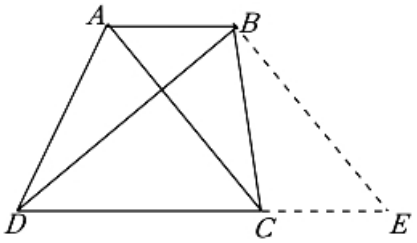
9．已知在梯形 $ABCD$ 中，连接 AC，BD，且 $AC\perp BD$，设 $AB=a$，$CD=b$．下列两个说法：①$AC=\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$；②$AD=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2}$，则下列说法正确的是（　　）

A．①正确②错误　　B．①错误②正确

C．①②均正确　　D．①②均错误

【分析】根据题意，作出图形，若梯形 $ABCD$ 为等腰梯形，可得① $AC=\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$；② $AD=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2}$，其余情况得不出这样的结论，从而得到答案．

解：过 B 作 $BE\parallel CA$，交 DC 延长线于 E，如图所示：



若 $AD=BC$，$AB\parallel CD$，则四边形 $ACEB$ 是平行四边形，

$\therefore CE=AB$，$AC=BE$，

$\therefore AB\parallel DC$，

$\therefore \angle DAB=\angle CBA$，

$\because AB=AB$，

$\therefore \triangle DAB\cong\triangle CBA$（$SAS$），

$\therefore AC=BD$，即 $BD=BE$，

$\because AC\perp BD$，

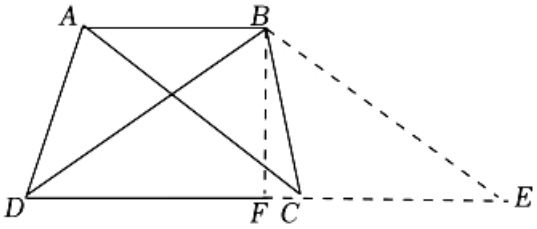
$\therefore BE\perp BD$，

在 Rt$\triangle BDE$ 中，$BD=BE$，$AB=a$，$CD=b$，

$\therefore DE=DC+CE=b+a$，

$\therefore AC=BE=\frac{DE}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}DE=\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$，此时①正确；

过 B 作 $BF\perp DE$ 于 F，如图所示：



在 Rt△BFC 中，$BD=BE$，$AB=a$，$CD=b$，$DE=b+a$，

$\therefore BF=FE=\frac{1}{2}DE=\frac{1}{2}(a+b)$，$FC=FE-CE=\frac{1}{2}(a+b)-a=\frac{1}{2}(b-a)$，

$\therefore BC=\sqrt{BF^2+FC^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2}$，此时②正确；

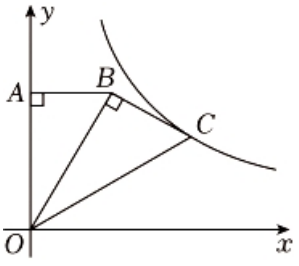
但已知中，梯形 $ABCD$ 是否为等腰梯形，并未确定；梯形 $ABCD$ 是 $AB\parallel CD$ 还是 $AD\parallel BC$，并未确定，

$\therefore$无法保证①②正确，

故选：D.

【点评】本题考查梯形中求线段长，涉及梯形性质、平行四边形的判定与性质、全等三角形的判定性质、勾股定理、等腰直角三角形的判定与性质等知识，熟练掌握相关几何判定与性质是解决问题的关键.

10．如图，Rt△OAB 与 Rt△OBC 位于平面直角坐标系中，$\angle AOB=\angle BOC=30°$，$BA\perp OA$，$CB\perp OB$，若 A 点坐标为（0，3），反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 恰好经过点 C，则 k 的值是（　　）



A．$3\sqrt{3}$　　B．6　　C．$4\sqrt{3}$　　D．$6\sqrt{3}$

【分析】根据含 30°角的直角三角形边角关系分别求出 OB、OC 长，最后得到点 C 的坐标，根据反比例函数 k 值的几何意义解出 k 即可.

解：如图，作 $CD\perp x$ 轴，垂足为点 D，

$\because \angle AOB=\angle BOC=30°$，

$\therefore \angle COD=90°-30°-30°=30°$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/508033066001006041