

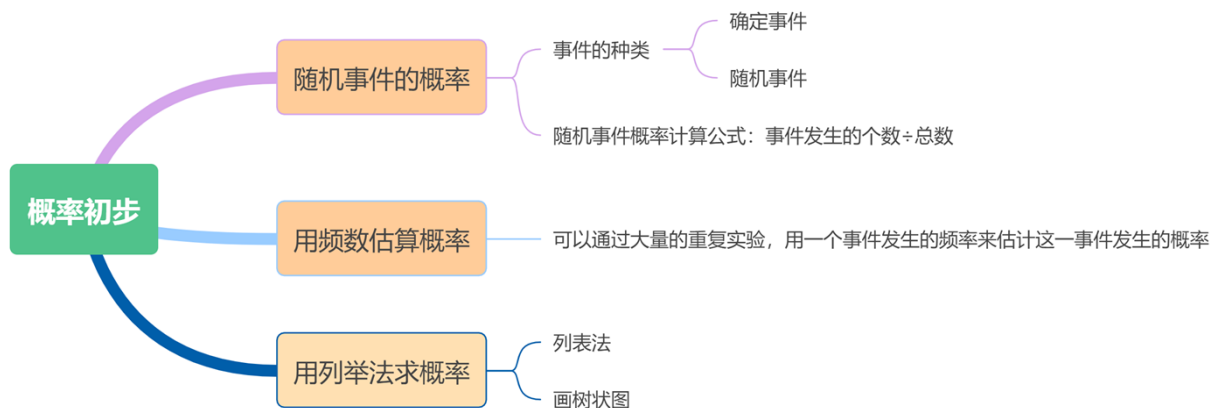
专题 24 概率初步



概率知识板块则应扎实掌握概率与几何、频率估计概率、用树状图或列表法求概率、游戏的公平性问题等内容。在广东省的中考中甚至是全国的中考里面，概率都是必考点，一般会有一道选择题或者填空题，考查比较简单的知识。同时会有一道解答题考查列表法和列树状图法来求概率，总体难度不大，属于易得分题，一轮复习多加训练，加强图文解读，轻松获得此部分分数。



知识导图

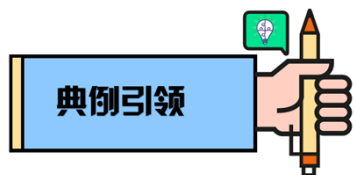


重点考问

考向一：随机事件的概率

相关概念的定义与意义

确定事件	一定发生的事件是必然事件, 概率为 1. 一定不会发生的事件是不可能事件, 概率为 0.
随机事件	在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件是随机事件, 它发生的概率介于 0 与 1 之间.
概率的定义	一个事件发生的可能性叫做该事件发生的概率, 事件 A 发生的概率一般记为 $P(A)$.
概率的意义	一个事件发生的概率是一个确定的数, 它从数值上刻画了一个随机事件发生的可能性的
概率的计算公式	如果事件发生的各种结果的可能性相等且互相排斥, 结果总数为 n , 事件 A 包含其中的结果数为 $m(m \leq n)$, 那么事件 A 发生的概率 $P(A) = m \div n$



典例引领

1. 下列事件中，是必然事件的是（ ）

- A. 疫情期间，对从疫情高风险区归来的人员进行核酸检测，检测结果为阳性
- B. 任意画一个三角形，其内角和为 180°
- C. 某校开展“喜迎二十大，筑梦向未来”主题学习活动中，抽到 A 同学分享发言
- D. 打开电视机，正在播放“天宫课堂”

【答案】B

【分析】根据事件发生的可能性大小进行判断即可.

【详解】解：A. 疫情期间，对从疫情高风险区归来的人员进行核酸检测，检测结果为阳性是随机事件，故选项不符合题意；

B. 任意画一个三角形，其内角和为 180° 是必然事件，故选项符合题意；

C. 某校开展“喜迎二十大，筑梦向未来”主题学习活动中，抽到 A 同学分享发言是随机事件，故选项不符合题意；

D. 打开电视机，正在播放“天宫课堂”是随机事件，故选项不符合题意.

故选：B.

【点睛】此题考查了事件的分类，熟练掌握事件的分类是解题的关键.

2. 如图为三阶魔方，将六个面分别涂有不同颜色的魔方平均分割成 27 个大小相同的小立方块，从中任取一个小立方块，恰好有三面涂色的概率为（ ）



- A. $\frac{8}{27}$
- B. $\frac{4}{9}$
- C. $\frac{2}{9}$
- D. $\frac{16}{27}$

【答案】A

【分析】先找出恰有三面涂色的小立方块的个数，再利用概率公式求出答案.

【详解】解：由图可知，三阶魔方的小立方体共有 27 个，恰有三个面都涂色的小立方体正是处于三阶魔方的每个面的交点处的小立方体，也就是上面 4 个，下面 4 个，共 8 个.

故随机取出一个小正方体的概率为 $8 \div 27 = \frac{8}{27}$.

故答案选：A.

【点睛】本题考查了概率公式的运用，正确得出三个面都涂有颜色的小立方体是解题的关键.

3. 如果把一枚质地均匀的骰子抛到桌面上，那么正面朝上的数字是偶数的概率是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【分析】直接利用概率公式求解即可求得答案.

【详解】∵骰子有六个面分别写上数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”、“6”，正面朝上的数字是偶数的有 2, 4, 6,

∴正面朝上的数字是偶数的概率 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了概率公式的运用, 概率=所求情况数与总情况数之比.

跟踪训练

4. 下列事件是必然事件的是 ()

A. 内错角相等

B. 从一副扑克中任意抽出一张是方块

C. 在一个三角形中, 任意两边之和大于第三边

D. 明天一定是晴天

【答案】C

【分析】事先能肯定它一定会发生的事件称为必然事件, 据此判断.

【详解】解: A、两直线平行, 内错角相等, 故为随机事件, 故不符合题意;

B、从一副扑克中任意抽出一张是方块, 故为随机事件, 故不符合题意;

C、在一个三角形中, 任意两边之和大于第三边, 故为必然事件, 故符合题意;

D、明天不一定是晴天, 有可能是阴天, 故为随机事件, 故不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查了必然事件, 熟练掌握随机事件, 必然事件, 不可能事件的特点是解题的关键.

5. 7 张背面相同的卡片, 正面分别写有不同的从 1 到 7 的一个自然数, 现将卡片背面朝上, 从中任意抽出一张, 正面的数是奇数的概率为 ()

A. $\frac{2}{7}$

B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{4}{7}$

D. $\frac{5}{7}$

【答案】C

【分析】将卡片背面朝上, 从中任意抽出一张共有 7 种等可能结果, 其中正面的数是奇数的有 4 种结果, 再根据概率公式求解即可.

【详解】解: ∵将卡片背面朝上, 从中任意抽出一张共有 7 种等可能结果, 其中正面的数是奇数的有 4 种结果,

∴正面的数是奇数的概率为 $\frac{4}{7}$ ，

故选：C.

【点睛】本题主要考查概率公式，随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$.

6. 在一个不透明的袋子里，装有 2 个红球和 3 个白球，这些球除颜色外没有任何区别，现从这个袋子中随机摸出一个球，摸到红球的概率是 _____.

【答案】 $\frac{2}{5}$

【分析】根据题意，确定出符合条件的可能数，和出现的总可能数，利用概率定义求解即可.

【详解】根据题意可得：一个不透明的盒子中装有 2 个红球和 3 个白球，共 5 个，

摸到红球的概率为： $\frac{2}{5}$.

故答案为： $\frac{2}{5}$.

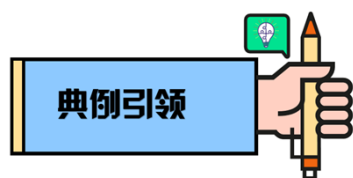
【点睛】本题考查简单的概率计算，熟练掌握概率公式是解题关键.



重点考向

考向二：用频数估计概率

用频数估计频率：可以通过大量的重复实验，用一个事件发生的频率来估计这一事件发生的概率



典例引领

1. 木箱里装有仅颜色不同的 8 张红色和若干张蓝色卡片，随机从木箱里摸出 1 张卡片记下颜色后再放回，经过多次的重复试验，发现摸到蓝色卡片的频率稳定在 0.6 附近，则估计木箱中蓝色卡片有 ()

A. 18 张

B. 12 张

C. 6 张

D. 10 张

【答案】B

【分析】先由频率估计出概率，然后设木箱中蓝色卡片 x 张，根据概率公式列出方程，再进行计算即可得出答案.

【详解】解：设木箱中蓝色卡片有 x 张，

∴经过多次的重复试验，发现摸到蓝色卡片的频率稳定在 0.6 附近，

∴摸到蓝色卡片的概率为 0.6，

$$\therefore \frac{x}{x+8} = 0.6,$$

解得 $x = 12$,

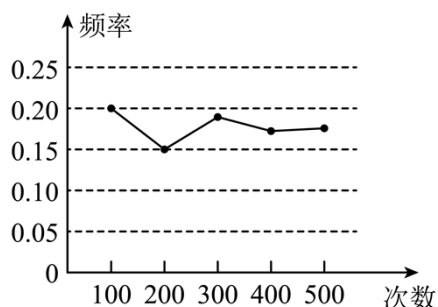
经检验, $x = 12$ 是原方程的解,

$\therefore$ 估计木箱中蓝色卡片有 12 张,

故选 B.

【点睛】本题主要考查了用频率估计概率, 已知概率求数量, 熟知大量反复试验下频率的稳定值即为概率值是解题的关键.

2. 某小组做“用频率估计概率”的试验时, 统计了某一结果出现的频率, 绘制了如图的折线统计图, 则符合这一结果的试验最有可能的是 ()



- A. 在“石头、剪刀、布”的游戏中, 小明随机出的是“剪刀”的概率;
- B. 任意写一个整数, 它被 2 整除的概率;
- C. 掷一枚质地均匀正六面体骰子, 向上的面点数是 2 的概率
- D. 暗箱中有 1 个红球和 2 个白球, 它们只有颜色上的区别, 从中任取一球是白球的概率

【答案】C

【分析】根据统计图可知, 试验结果在 0.17 附近波动, 即其概率 $P = 0.17$, 计算四个选项的概率, 约为 0.17 者即为正确答案.

【详解】解: A、在“石头、剪刀、布”的游戏中, 小明随机出的是“剪刀”的概率为 $\frac{1}{3}$, 不符合题意;

B、任意写一个整数, 它被 2 整除的概率为 $\frac{1}{2}$, 不符合题意;

C、掷一个质地均匀的正六面体骰子, 向上一面的点数是 2 的概率是 $\frac{1}{6} \approx 0.17$, 符合题意;

D、暗箱中有 1 个红球和 2 个白球, 它们只有颜色上的区别, 从中任取一个球是白球的概率 $\frac{2}{3}$, 不符合题意;

故选: C.

【点睛】此题考查了利用频率估计概率, 大量反复试验下频率稳定值即概率. 用到的知识点为: 频率 = 所求情况数与总情况数之比.

3. 2023 年 3 月 12 日是我国第 45 个植树节，某林业部门为了考察某种幼树在一定条件下的移植成活率，在同等条件下，对这种幼树进行大量移植，并统计成活情况，下表是这种幼树移植过程中的一组统计数据：

幼树移植数（棵）	100	1000	5000	8000	10000	15000	20000
幼树移植成活数（棵）	87	883	4455	7209	8983	13519	18044
幼树移植成活的频率	0.8700	0.8820	0.8910	0.9011	0.8983	0.9013	0.9022

估计该种幼树在此条件下移植成活率是_____。（结果精确到1%）

【答案】0.90##90%

【分析】大量重复试验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率。

【详解】解：∵ 幼树移植数 20000 棵时，幼树移植成活的频率为 0.902，
∴ 估计幼树移植成活的概率为 0.902，精确到1%，即为 0.90。

故答案为：0.90。

【点睛】本题考查了用大量试验得到的频率可以估计事件的概率，大量反复试验下频率稳定值即概率。

★ 跟踪训练

4. 一个盒子里装有仅颜色不同的 10 张红色和若干张蓝色卡片，随机从盒子里摸出 1 张卡片记下颜色后再放回，经过多次的重复试验，发现摸到蓝色卡片的频率稳定在 0.8 附近，则估计盒子中蓝色卡片有（ ）

A. 50 张 B. 40 张 C. 36 张 D. 30 张

【答案】B

【分析】根据频率估计概率，然后根据概率公式列出方程，解方程即可求解。

【详解】解：设盒子中蓝色卡片 x 张，根据题意可得，

$$\frac{x}{x+10} = 0.8,$$

解得： $x = 40$ ，

经检验， $x = 40$ 时原方程的解，

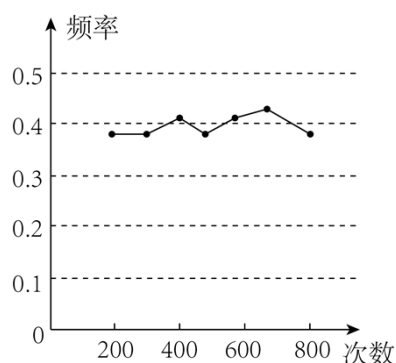
则估计盒子中蓝色卡片有 40 张；

故选：B。

【点睛】本题主要考查了用频率估计概率，掌握概率公式是解题的关键。

5. 某小组做“用频率估计概率”的实验时，绘出的某一结果出现的频率分布折线图，则符合这一结果的实验

可能是（ ）



- A. 抛一枚均匀硬币，出现正面朝上
- B. 掷一个正六面体的骰子，出现 2 点朝上
- C. 从一个装有 3 个红球 2 个黑球的袋子中任取一球，取到的是黑球
- D. 一副去掉大小王的扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃

【答案】C

【分析】根据折线图，得到概率为 0.4，逐一求出概率，进行比较判断即可。

【详解】解：由折线图可知：该事件的概率为：0.4；

A、抛一枚均匀硬币，出现正面朝上的概率为： $\frac{1}{2} \neq 0.4$ ，不符合题意；

B、掷一个正六面体的骰子，出现 2 点朝上的概率为： $\frac{1}{6} \neq 0.4$ ，不符合题意；

C、从一个装有 3 个红球 2 个黑球的袋子中任取一球，取到的是黑球的概率为： $\frac{2}{5} = 0.4$ ，符合题意；

D、一副去掉大小王的扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃的概率为： $\frac{13}{52} \neq 0.4$ ，不符合题意；

故选 C。

【点睛】本题考查用频率估计概率，以及利用概率公式求概率。熟练掌握概率是频率的稳定值，是解题的关键。

6. 十八世纪法国的博物学家 C. 布丰做过一个有趣的投针试验，可以通过这一试验来估计 π 的近似值，某数学兴趣小组利用计算机模拟布丰投针试验，得到试验数据如下表：

试验次数	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
相交频数	495	623	799	954	1123	1269	1434	1590.
相交频率	0.3300	0.3115	0.3196	0.3180	0.3209	0.3173	0.3187	0.3180

可以估计出针与直线相交的概率为_____（精确到 0.001）。

【答案】0.318

【分析】利用频率估计概率即可.

【详解】解：由表格可知：针与直线相交的概率为 0.318；

故答案为：0.318.

【点睛】本题考查利用频率估计概率. 熟练掌握在同样条件下，大量的重复试验，利用一个随机事件发生的频率逐渐稳定到某个常数，可以估计这个事件发生的概率，是解题得关键.

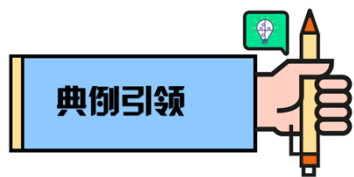


重点考向

考向三：用列举法求概率

用列举法求概率：

在等可能的情况下，求随机事件发生的概率通常利用**列表**或**画树状图**列出所有机会均等的结果，在计算事件发生的概率。



典例引领

1. 某班级计划举办手抄报展览，确定了“5G 时代”、“北斗卫星”、“高铁速度”三个主题，若小明和小亮每人随机选择其中一个主题，则他们的选择恰好不是同一个主题的概率是（ ）

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{3}$

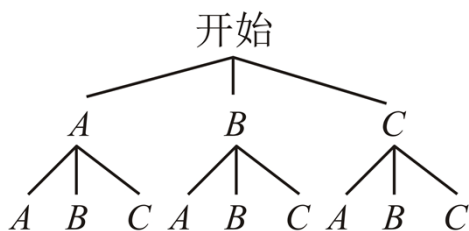
D. $\frac{2}{3}$

【答案】D

【分析】画树状图，共有 9 种等可能的结果，其中小明和小亮选择恰好不是同一个主题的结果有 6 种，再由概率公式求解即可.

【详解】解：把“5G 时代”、“北斗卫星”、“高铁速度”三个主题分别记为 A 、 B 、 C ，

画树状图如下：



共有 9 种等可能的结果，其中小明和小亮选择恰好不是同一个主题的结果有 6 种，

∴小明和小亮选择恰好不是同一个主题的概率为 $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

故选：D.

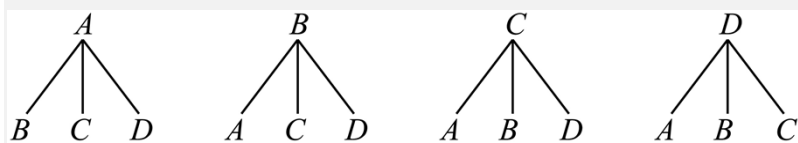
【点睛】本题考查了用树状图法求概率. 树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

2. 2023年3月5日是第60个学雷锋纪念日，零陵区某校九年级社会实践活动小组于当天分别到“敬老院、零陵古城、烈士陵园、麻元社区”中的两个地点开展志愿者服务，则该社会实践活动小组恰好选择去“敬老院、烈士陵园”两地开展志愿者服务的概率为_____.

【答案】 $\frac{1}{6}$

【分析】画树状图，根据概率的计算公式解答即可.

【详解】解：将敬老院、零陵古城、烈士陵园、麻元社区分别用 A 、 B 、 C 、 D 表示，画树状图如下：



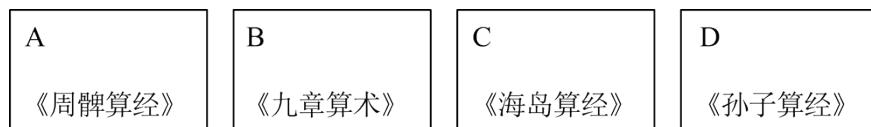
共有 12 种等可能的结果，其中该社会实践活动小组恰好选择去“敬老院、烈士陵园”两地开展志愿者服务的有 2 种，

∴该社会实践活动小组恰好选择去“敬老院、烈士陵园”两地开展志愿者服务的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$,

故答案为： $\frac{1}{6}$.

【点睛】此题考查了用树状图法求事件的概率，正确画出树状图，熟记概率的计算公式是解题的关键.

3. 中国古代在数学方面的成就辉煌，《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》《孙子算经》等都是我国古代数学的重要文献. 某数学兴趣小组准备采用抽签的方式确定学习内容，将书目制成编号为 A，B，C，D 的 4 张卡片（如图所示，卡片除编号和书目外，其余完全相同），现将这 4 张卡片背面朝上，洗匀放好：



(1)若从 4 张卡片中随机抽取一张，抽到《九章算术》的概率为_____；

(2)若从 4 张卡片中随机抽取两张，请用列表法或画树状图法求抽到《周髀算经》和《孙子算经》的概率.

【答案】(1) $\frac{1}{4}$

(2)图见解析； $\frac{1}{6}$

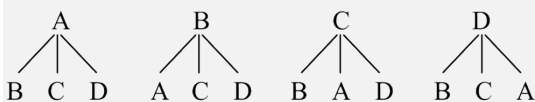
【分析】(1) 直接利用概率公式进行计算即可；

(2) 画树状图，共有 12 种等可能的结果，抽到《周髀算经》和《孙子算经》的结果有 2 种，再利用概率公式进行计算即可。

【详解】(1) 解：从 4 张卡片中随机抽取一张，抽到《九章算术》的概率为 $\frac{1}{4}$ ，

故答案为： $\frac{1}{4}$ 。

(2) 解：画树状图如下：



共有 12 种等可能的结果，抽到《周髀算经》和《孙子算经》的结果有 2 种，

∴抽到《周髀算经》和《孙子算经》的概率为： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

【点睛】本题考查了列表法或树状图法求概率和概率公式，熟练掌握列表法或树状图法求概率的方法是解题的关键。

★ 跟踪训练

4. 将分别标有“最”、“美”、“济”、“南”四个汉字的小球装在一个不透明的口袋中，这些球除汉字不同外其他完全相同，每次摸球前先搅匀，随机摸出一球，放回摸出的球后再随机摸出一球，两次摸出的球上的汉字可以组成“济南”的概率是（ ）

A. $\frac{5}{16}$

B. $\frac{1}{6}$

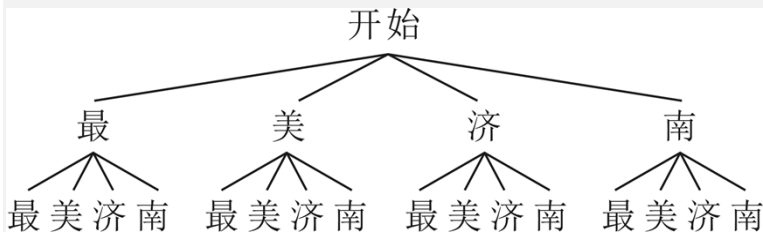
C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{4}$

【答案】C

【分析】画出树状图，共有 16 种等可能的结果，其中两次摸出的球可以组成“济南”的结果有 2 种，再由概率公式求解即可。

【详解】解：画树状图如下：



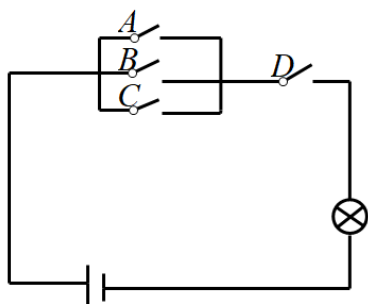
共有 16 种等可能的结果，其中两次摸出的球可以组成“济南”的结果有 2 种，

∴两次摸出的球上的汉字可以组成“济南”的概率是 $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$.

故选：C.

【点睛】本题考查了用画树状图法或列表法求概率，根据不放回的方法正确画出树状图是解答本题的关键.

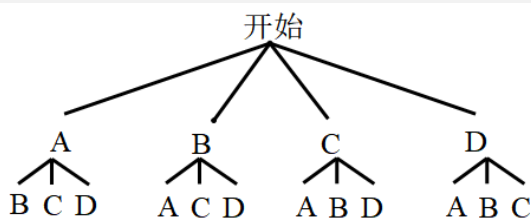
5. 学习电学知识后，小婷同学用四个开关 A 、 B 、 C 、 D ，一个电源和一个灯泡设计了一个电路图，现任意闭合其中两个开关，则小灯泡发光的概率等于_____.



【答案】 $\frac{1}{2}$ ## 0.5

【分析】画树状图展示所有12种等可能的结果，再找出小灯泡发光的结果数，然后根据概率公式求解.

【详解】解：画树状图如下：



共有12种等可能的结果，其中小灯泡发光的结果有6种，

∴小灯泡发光的概率 $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$,

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有可能的结果，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目，然后利用概率公式求事件 A 或 B 的概率.

6. 在5张相同的小纸条上，分别写有语句：①函数表达式为 $y = -x$ ；②函数表达式为 $y = -\frac{1}{x}$ ；③函数的图像经过点 $(1, -1)$ ；④函数的图像上任意一点到 x 轴、 y 轴的距离相等；⑤函数值 y 随 x 的增大而减小. 将这5张小纸条做成5支签，①、②放在不透明的盒子 A 中搅匀，③、④、⑤放在不透明的盒子 B 中搅匀.

(1)从盒子 A 中任意抽出 1 支签, 抽到②的概率是_____;

(2)先从盒子 A 中任意抽出 1 支签, 再从盒子 B 中任意抽出 1 支签. 求抽到的 2 张小纸条上的语句对函数的描述相符合的概率.

【答案】(1) $\frac{1}{2}$

(2)抽到的 2 张小纸条上的语句对函数的描述相符合的概率是 $\frac{2}{3}$

【分析】(1) 利用概率公式求解即可;

(2) 列表得出所有等可能结果, 从中找到符合条件的结果数, 再根据概率公式求解即可.

【详解】(1) 解: 从盒子 A 中任意抽出 1 支签, 抽到②的概率是 $\frac{1}{2}$

(2) 解: 列表如下:

	①	②
③	①③	②③
④	①④	②④
⑤	①⑤	②⑤

所有等可能结果共有 6 种,

其中抽到的 2 张小纸条上的语句对函数的描述相符合的有: ①③; ①④; ①⑤; ②③, 共 4 种,

$$\therefore P(\text{抽到的 2 张小纸条上的语句对函数的描述相符合}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

答: 抽到的 2 张小纸条上的语句对函数的描述相符合的概率是 $\frac{2}{3}$.

【点睛】此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件; 解题时要注意此题是放回试验还是不放回试验. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

★ 真题过关

1. (2022·广东广州·统考中考真题) 为了疫情防控, 某小区需要从甲、乙、丙、丁 4 名志愿者中随机抽取 2 名负责该小区入口处的测温工作, 则甲被抽中的概率是 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{5}{12}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/508043050041007010>